ACADEMIE DE REIMS

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Moulin de la Housse - B.P. 347 - 51062 REIMS Cédex

Bulletin
de liaison n° 3

vecteur

1992

EDITORIAL

A l'aube de son premier anniversaire, et avec ce numéro, le Bulletin de l'IREM doit franchir un cap difficile à plusieurs titres.

Et d'abord, a-t-il pu être lu par tous les Collègues dans les établissements? a-t-il convaincu par sa formule d'articles et de promotion des publications IREM? a-t-il intéressé par la classe le millier de Professeurs de Mathématiques de l'Académie?

Ce cap ne sera franchi que si Vecteur peut, dès le numéro 4 du printemps 93, compter sur l'abonnement annuel (2 numéros : 30F) de ses lecteurs. La souscription est ouverte dès maintenant.

Que soient rassurés ceux qui ont demandé un abonnement avec les premiers numéros : la promesse de gratuité jusqu'au numéro 4 inclus sera tenue!

Si la formule a convaincu, ou si elle doit convaincre, peut être Vecteur pourrait-il recevoir, encore plus souvent, de pertinents articles et de longues missives, faisant ainsi profiter ainsi l'ensemble des Professeurs de Mathématiques des points de vue et inventions de chacun.

Bonne année scolaire 92-93!

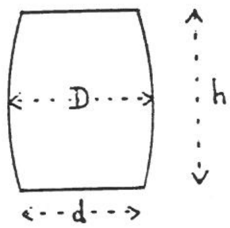
La Rédaction

S O M M A I R E D U N U M E R O T R O I S (1992)

LA FORMULE DES TROIS NIVEAUX

Où l'on cherche à jauger les tonneaux

Trouver le volume d'un tonneau est un problème très ancien On trouve dans la littérature différentes formules qui toutes sont dépendantes des trois dimensions facilement mesurables à savoir le petit diamètre d,le grand diamètre D et la hauteur h du tonneau.



Ces formules se ramènent toujours à la forme: **$V=\pi hC$**
C pouvant être considéré comme le carré du diamètre moyen du tonneau.

Citons les quatre formules suivantes:

$$V=\frac{\pi h}{4}\left(\frac{5D+4d}{9}\right)^2 \qquad \text{(Larousse 1931)}$$

$$V=\pi h\left[\frac{d}{2}+\frac{2}{3}\left(\frac{D}{2}-\frac{d}{2}\right)\right]^2 \qquad \text{(Petit Larousse 1993)}$$

$$V=\frac{\pi h}{4}\left[\frac{5D+3d}{8}\right]^2 \qquad \text{(formule de Dhez)}$$

$$V=\frac{\pi h}{4}\left(\frac{2D^2+d^2}{3}\right)$$

Si D=d le"tonneau"est un cylindre et les quatre formules

donnent: $\frac{\pi hD^2}{4}$

Si d=0 et h=D le"tonneau"est une sphère et on trouve

dans l'ordre: $\frac{25\pi D^3}{364}$., $\frac{\pi D^3}{9}$, $\frac{25\pi D^3}{256}$, $\frac{\pi D^3}{6}$.

Si D=0 le"tonneau"est un cône à deux nappes (sablier)

et on trouve dans l'ordre: $\frac{4\pi hd^2}{81}$, $\frac{\pi hd^2}{36}$, $\frac{9\pi hd^2}{256}$, $\frac{\pi hd^2}{12}$

La dernière formule semble donc posséder un caractère de généralité que les autres n'ont pas puisqu'elle est la seule à donner les volumes exacts de ces trois solides. On l'appelle actuellement la formule des trois niveaux.

Où l'on apprend l'histoire mouvementée de la formule

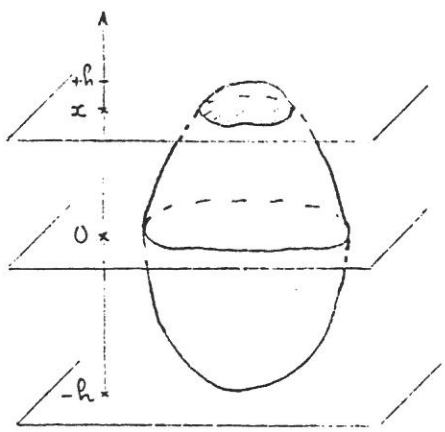
Plusieurs fois oubliée puis redécouverte cette formule apparait à différentes époques.On la trouve une première fois dans le Lilavati de Bhaskara (XII siècle).
Dans un grand ouvrage sur la géométrie du solide (Nova stereometria doliorum) publié en 1615,Képler donne la formule à propos du jaugeage des tonneaux.Elle a aussi été donnée par Toricelli en 1644.

Newton a montré dans son Methodus differentialis comment on peut calculer approximativement un segment solide au moyen de plusieurs sections parallèles et en particulier avec la formule des trois niveaux.Mac Laurin (Fluxions 1742) complétant le travail de Newton a fait apparaitre que la dite formule donne exactement le volume cherché lorsque l'aire de la section située à une distance x de l'une des bases est une fonction entière de x (polynôme) ne dépassant pas le troisième degré (cf § suivant).Plus tard Simpson retrouva les résultats de Newton et de Mac Laurin.

Enfin au milieu du XIX siècle la formule fut à nouveau redécouverte,d'une part par Sarrus suite à une question d'un tonnelier,d'autre part par Baillargé qui lui donna le nom de formule universelle prismoidale du cubage de tous les corps.(cf coupure de presse en fin d'article).

Où l'on découvre les conditions de validité de la formule

Dans le bulletin de mathématiques spéciales de 1896 Niewenglowski a découvert tous les solides dont le volume peut être exprimé par la formule des trois niveaux.



Soit f(x) l'aire de la section découpée dans le solide par un plan parallèle aux bases et situé à une distance algébrique x du plan équidistant des bases.
Supposons que f soit une fonction continue,le volume du solide,en désignant par 2h sa hauteur,est alors:

$$\int_{-h}^{h} f(x)dx \text{ ou } F(h)-F(-h)$$

F étant une primitive de f.

La formule des trois niveaux est applicable si et seulement si:

$$F(h)-F(-h) = (h/3)(f(h)+f(-h)+4f(0))$$

Sachant que $F'=f$ et en posant $A=f(0)$, l'équation s'écrit:

$$F(h)-F(-h) = (h/3)(F'(h)+F'(-h)+4A)$$

Avec le changement de variable: $y=F(h)-F(-h)$, elle devient:

$$3y=h(y'+4A)$$

dont les solutions sont de la forme: $y=2Ah+(2/3)Bh^3$,

B désignant une constante arbitraire. En dérivant on obtient:

$y'=2A+2Bh^2$ ou encore: $f(h)-A-Bh^2+f(-h)-A-Bh^2=0$

Cette dernière équation signifie que la fonction I définie par $I(h)=f(h)-A-Bh^2$ doit être impaire.

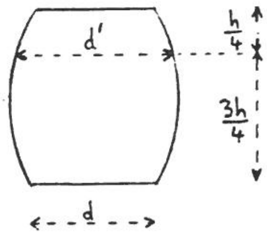
Réciproquement on vérifie sans peine que toute fonction f de la forme: $f(h)=A+Bh^2+I(h)$ où A et B sont des constantes et I une fonction impaire continue, vérifie l'équation initiale.

Remarquons en particulier que la formule des trois niveaux est applicable aux fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à trois (résultat découvert par Mac Laurin).

Où l'on se pose des questions d'unicité

Existe-t-il d'autres formules à trois niveaux?
Revenons un instant au calcul du volume d'un tonneau et considérons la formule suivante:

$$V=\frac{\pi h}{8}\left(\frac{2d^2}{9}+\frac{16d'^2}{9}\right)$$



où d désigne le diamètre commun des deux bases et d' le diamètre de la section prise au quart de la hauteur h.
On vérifie facilement que cette formule est applicable au cylindre,au cône à deux nappes et à la sphère.
Est elle applicable à d'autres solides?

Pour répondre à cette question il faut formuler en termes mathématiques le problème.
Soit **F** un ensemble de fonctions continues,h un réel donné trouver tous les réels $r\in]-h;h[$,k,l,m tels que:

pour tout $f\in$ **F** $\int_{-h}^{h}f(t)dt = kf(h)+lf(-h)+mf(r)$ (E)

On peut donner une réponse à ce problème lorsque **F** est l'ensemble des fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à n avec n=2 ou n=3.

Etude du cas n=3

L'égalité (E) doit être vérifié en particulier pour

$f(t) = (t^2-h^2)(t-r)$ ce qui donne: $(4/3)rh^3 = 0$ d'où $\mathbf{r = 0}$

Sachant cela on détermine k en écrivant l'égalité (E)
pour $f(t) = (t+h)t$ et l'on trouve $\mathbf{k = h/3}$
De la même façon on trouve $\mathbf{l = h/3}$ et $\mathbf{m = 4h/3}$
en utilisant $f(t) = (t-h)t$ et $f(t) = (t-h)(t+h)$.
On retrouve donc dans ce cas la Formule des trois niveaux.
On peut alors conclure que celle-ci est la seule applicable à un ensemble de fonctions contenant les polynômes de degré inférieur ou égal à 3.

Etude du cas n=2

Le problème est équivalent à la résolution du système suivant

$$kh^2+lh^2+mr^2 = (2/3)h^3$$
$$kh-lh+mr = 0$$
$$k+l+m = 2h$$

que l'on obtient en écrivant l'égalité (E) successivement

pour $f(t) = t^2$, $f(t) = t$, $f(t) = 1$.

Relativement aux inconnues k,l,m on a un système de Cramer

puisque le déterminant $\begin{vmatrix} h^2 & h^2 & r^2 \\ h & -h & r \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

qui est égal à $2h(r^2-h^2)$,est toujours différent de zéro.
Pour chaque valeur de r il existe donc un triplet (k,l,m) unique répondant au problème.
Par exemple pour $r=(h/2)$ on trouve: $k=-\frac{h}{3}$ $l=\frac{5h}{9}$ $m=\frac{16h}{9}$

c'est pourquoi la formule proposée au début de ce paragraphe est applicable à tout "tonneau" dont l'aire de la section située à une distance x des bases est une fonction polynôme en x de degré inférieur ou égal à deux.Ce qui est le cas du cylindre,du cône et de la sphère.

Pour terminer donnons une interprétation élégante des résultats précédents en termes d'algèbre linéaire.
On sait que l'ensemble $\mathbf{P}_n$ des fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à n est un espace vectoriel sur $\mathbf{R}$ de dimension n+1.Les applications suivantes de $\mathbf{P}_n$ vers $\mathbf{R}$

$$u:\ f \longmapsto f(h) \qquad v:\ f \longmapsto f(-h)$$

$$w:\ f \longmapsto f(r) \qquad I:\ f \longmapsto \int_{-h}^{h} f(x)dx$$

sont des formes linéaires dont l'ensemble est un espace vectoriel (noté $\mathbf{P}_n$*) appelé dual de $\mathbf{P}_n$ et qui a la même dimension que $\mathbf{P}_n$.
Dès que $n \geqslant 2$,la famille (u,v,w) est libre.Pour n=2 elle forme donc une base de $\mathbf{P}_n$* et par conséquent I est une combinaison linéaire de u,v,w. Pour n=3 on a prouvé ci-dessus que la famille (u,v,w,I) est lié si et seulement si r=0.

Philippe Deleham & Patrick Perrin

IREM de REIMS

Sources:
E.Fourrey Curiosités géométriques Vuibert 1938
Goulard Sur la formule des trois niveaux Mathésis 1897
J.L.Ovaert & J.L.Verley Algèbre vol.1 Cedic Nathan

Annexe:
Le Stereometricon Baillairgé
Extrait du Québec Daily Mercury 20 Mars 1872

LE STEREOMETRICON BAILLAIRGÉ.

MEMBRE TITULAIRE DE LA SOCIÉTÉ DE VULGARISATION POUR L'ENSEIGNEMENT DU PEUPLE EN FRANCE, ETC., ETC.

Treize médailles d'honneur et dix-sept diplômes de France, Russie, Italie, Belgique, du Canada, du Japon, etc. (Breveté au Canada, aux Etats-Unis et en Europe.)

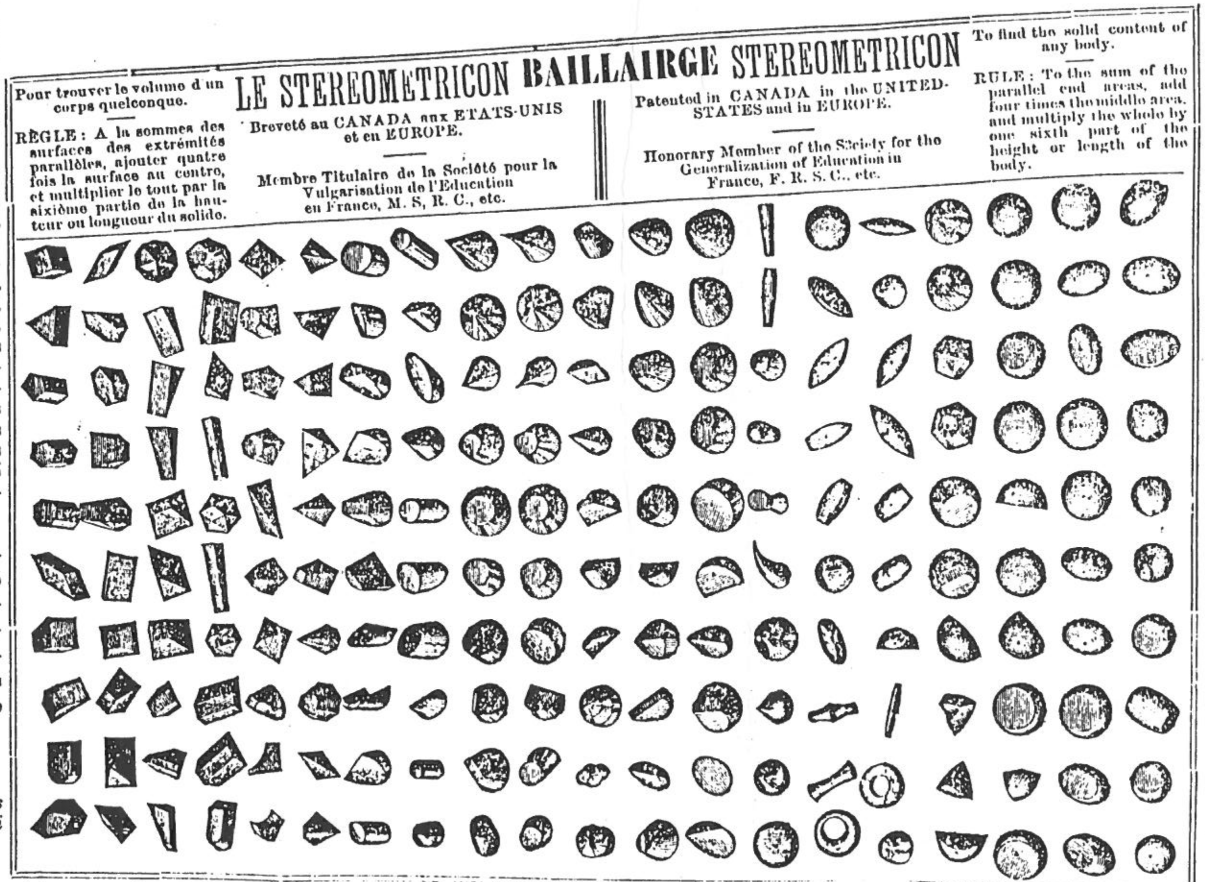
Le tableau est un cadre de 5 pieds de longueur sur 3 pieds de largeur et quelques pouces d'épaisseur, avec panneau ou couvercle vitré et articulé, fermant à clef, de manière à exclure la poussière, tout en exhibant et donnant accès à quelque 200 modèles (en bois franc, polis, vernis ou huilès à demande) de toutes les formes élémentaires géométriques et autres que l'on puisse concevoir. Chaque modèle est simplement attaché au tableau par une tige en fil de fer qui permet à l'élève et au professeur de l'en détacher et replacer à volonté.

L'usage du tableau, avec le traité qui l'accompagne, réduit toute la science ou l'art du toisé, du travail d'une année à celui d'une journée, et simplifie à tel point l'étude et l'enseignement de la géométrie dans l'espace (géométrie des solides, des corps ou des volumes) la nomenclature des formes géométriques et autres, le développement des surfaces, la projection géométrique et la perspective, les surfaces planes et convexes, la géométrie et la trigonométrie sphériques, et le toisé des surfaces et des volumes, que l'on peut maintenant enseigner les différentes branches ci-dessus énumérées dans les écoles même élémentaires et dans les couvents, où il eut été oiseux d'y songer auparavant.

Chaque tableau est accompagné, au besoin, d'un traité qui explique le mode de mesurage par la " formule prismoïdale " et qui décrit le solide, sa nature, sa forme, ses bases opposées et la nature de sa section centrale.

—

L'on demande des agents pour la vente du Tableau ici et à l'étranger.



Approuvé par le Conseil de l'Instruction Publique de la Province de Québec, et déjà adopté et commandé par un grand nombre d'institutions d'éducation et autres, tant ici qu'à l'étranger. Pour informations et certificats, s'adresser à l'auteur.

C. BAILLAIRGÉ,

QUÉBEC,

CANADA.

Membre Titulaire de la Société pour la Vulgarisation de l'Education en France, etc.

—

SOUSCRIPTEURS.

L'Archevêque de Québec, l'Evêque de Rimouski, l'Evêque de Kingston, l'Evêque de St. Hyacinthe, l'Ecole des Arts et des Sciences, l'Université Laval, le Séminaire de Québec, les Colleges d'Ottawa, Nicolet, Rimouski, Montmagny, St. Michel, etc., l'Ecole Normale Laval, les Ecoles des Frères, l'Académie Commerciale, le Bureaux des Arpenteurs, le Département d'Education, Nouveau-Brunswick, la Corporation de Québec, R. Hamilton, Ecr., F. N. Martin et C. Roy, Ingenieurs Civils, etc. La Société pour la vulgarisation de l'Enseignement du Peuple, France. F. Peachy, J. Lepage, etc., Architectes. N. Piton, T. Maguire, J. Marcotte, constructeurs, le Conseil de l'Instruction Publique, Q. l'Ecole Normale Jacques Cartier, M. Piton Manitoba, le Collége d'Aylmer, L'Assomption, Ste. Anne de la Pocatière, St. Hyacinthe, le High School, Q., le Collége Morin, Q., l'Académie de Lafrance, Q., Bureau du Gouvernement, Q., Couvent des Ursulines, Couvent du Bon Pasteur, Sœurs Grises, Sœurs de la Congrégation, Sœurs de Jésus-Marie, Q., etc. M. S. W. Townsend, Hamilton, etc.

Etc., Etc., Etc.

A l'usage des Architectes, Ingénieurs, Arpenteurs, Etudiants et Apprentis, Officiers de Douane et d'Accise, Professeurs de Géométrie et de Mathématiques, Universités, Collèges, Séminaires, Couvent et autres Etablissements d'Education, Ecoles des Arts et du Dessin, Mécaniciens, Mesureurs, Jaugeurs, Constructeurs de navires, Contracteurs, Artisans et autres du Canada et à l'Etranger.

La lecture de M. Baillairgé, mercredi dernier au soir, devant la Société Littéraire et Historique de Québec, a démontré encore une fois combien peut devenir intéressant, même dans un sens populaire, un sujet d'ailleurs sec et abstrait, quand il est habilement traité.

Le lectureur montra le rapport de la Géométrie à toutes les industries de la vie. Il en fit remonter l'origine à l'antiquité la plus éloignée et en suivit le développement graduel jusqu'à nos jours. Il démontra comment elle est la base de tous nos travaux publics et combien nous lui devons pour tous les arts de construction : ses rapports avec la mécanique, l'hydraulique, l'optique et toutes les sciences physiques. La plus belle moitié du genre humain, dit M. B., à la perception la plus vive et la plus juste des avantages et des beautés de la géométrie, comme cela se manifeste dans les combinaisons toujours variées et si finement imaginées de leurs dessins pour les ouvrages à l'aiguille, leurs dentelles, et leurs broderies. Il montra ses rapports avec la chimie dans la cristallisation et la polarisation : avec la botanique et la zoologie dans les lois de la morphologie ; avec la théologie, et ainsi de suite. En partant du cercle et des autres sections coniques, il fit une comparaison vraiment poétique entre l'ingénieur qui trace ses courbes dans les bois et sur les eaux de la terre, et l'astronome qui décrit ses vastes circuits au milieu des forêts étoilées des cieux. La parabole fut entièrement expliquée dans son application au jet des projectiles de guerre, aussi en ce qui concerne les jets d'eau, le porte-voix, le miroir et le réflecteur qui, dans les phares, réunit, pour ainsi dire, tous les rayons de lumière en un faisceau, et les lance à la fois au service de l'humanité. En parlant de l'ellipse cette courbe presque magique décrite dans les cieux par chaque planète qui tourne autour du soleil, par chaque satellite autour de sa planète primaire, il fit allusion au plus beau de tous les ovales—la figure gracieuse de la femme. Il montra comme la réapparition d'une comète peut maintenant être annoncée pour le jour même où elle devra paraître, et cela après une absence d'un siècle, et comment dans les siècles passés, quand ces phénomènes n'étaient pas prédits, ils surgissaient brusquement dans le monde, portant partout et créant l'anxiété, la consternation la plus vive, comme si tout allait finir.

En un mot, M. Baillairgé parcourut le vaste champ du mesurage et de la géométrie, plane et sphérique, véritable tour de force pour une seule lecture. Il intéressa si vivement son auditoire pendant deux heures que le président, M. Anderson, fit remarquer que ces deux heures lui avaient à peine paru une heure ; et nul doute qu'il en était de même pour toutes les autres personnes puisque M. Wilkie, en secondant le vote de remercîments proposé par le Capt. Ashe, fit allusion au plaisir avec lequel il avait écouté la lecture, comme, disait-il, s'il eût entendu de la poésie au lieu de l'aride sujet qu'il avait entrevu dans le titre.

M. Baillairgé expliqua ensuite en détail son tableau stéréométrique que nous espérons voir bientôt introduit dans toutes les écoles de cette Puissance. Il montra combien ce tableau contribuerait à abréger le temps jusqu'à présent consacré à l'étude des solides et même à celles des surfaces planes et convexes, de la trigonométrie sphérique, de la projection géométrique, de la perspective, du développement des surfaces, des ombres et des ombrages, et ainsi de suite. M. Wilkie, en autant qu'il lui avait été possible de vérifier les calculs corrobora l'avancé de M. B., concernant l'énorme économie de temps, où beaucoup de problèmes abstrus qui exigeaient généralement des heures ou des jours de travail avant d'en trouver la solution, peuvent maintenant (si la règle, est d'une application aussi générale, comme M. Baillairgé l'assume, et comme cela a été certifié par une foule de personnes dans des témoignages sous leur propre signature) à l'aide de la nouvelle formule et du tableau, être résolue en autant de minutes ; pour ne rien dire de l'utilité des modèles pour communiquer d'un seul coup d'œil une connaissance de leur nomenclature ou de leurs noms, et familiariser avec leurs formes et leurs figures variées. Il montra comment les modèles suggèrent à l'architecte et à l'ingénieur, au constructeur et à l'ouvrier, les formes et les proportions relatives de bâtisses, toits, dômes, jetées et quais, citernes et réservoirs, chaudières, cuves, futailles, tonneaux et autres vaisseaux de capacité, terrassements de toutes sortes, comprenant les déblais et remblais pour voies ferrées, et autres, le fût de la colonne Grecque ou Romaine, le plançon écarri ou à faux bois, le bois en grume, le billot, la tente à camper, l'ouverture ébrasée ou non d'un chassis, d'une porte, la meuche ou meurtrière dans une muraille, la voûte du rond point d'une église ou d'une salle, la bille du billard, le boulet, ou, sur une plus grande échelle, la Lune, la Terre, le Soleil, les Planètes.

Nous pouvons ajouter que le Ministre de l'Education du Nouveau Brunswick a envoyer à M. Baillairgé une commande pour un tableau dans le but d'introduire ce système dans toutes les écoles de cette province ; et M. Vannier, en écrivant de France, à M. Baillairgé, le 6 janvier dernier, pour l'informer de l'octroi de lettres-patentes pour ce pays, dit que MM. Humbert & Noé, le Président et le Secrétaire de la Société pour la généralisation de l'éducation en France, ont exprimé leur intention, de lui conférer, à leur prochaine assemblée générale, quelque marque de distinction pour les services que son intervention et sa découverte vont rendre à l'éducation. M. Giard, en écrivant à M. Baillairgé, de la part de l'Hon. M. Chauveau, Ministre de l'Instruction Publique, dit : "Il se fera un devoir "d'en recommander l'adoption dans toutes les maisons "d'éducation et dans toutes les écoles." Du Séminaire et de l'Université-Laval, M. Maingui écrit : "Plus on "étudie, plus on approfondit cette formule du cubage "des corps, plus on est enchanté de sa simplicité, de "sa clarté et surtout de sa grande généralité." Le Rév. M. McQuarries, B. A. "sera enchanté de voir les "vieux et ennuyeux procédés remplacés par une for- "mule aussi simple et aussi exacte." Newton, de Yale Collége, Etats-Unis, : "considère ce tableau un "arrangement des plus utiles pour démontrer la va- "riété et l'étendue des applications de la formule." Le collége de l'Assomption "adoptera le système de "M. Baillairgé comme partie de son cours d'instruc- "tion." M. Wilkie a écrit à l'auteur que "la règle "est précise et simple, et abrégera considérablement "les procédés de calcul." Le tableau, dit ce juge "compétent, "comprenant une grande variété de mo- "dèles élémentaires servira admirablement à former "l'œil et devra faciliter considérablement l'étude du "toisé des corps."

M. Wilkie dit encore : "Le gouvernement rendrait "un véritable service aux écoles d'un ordre moyen ou "élevé en leur procurant une collection aussi ins- "tructive."

Il y a d'autres personnes qui sans considérer l'exactitude comparative de la formule, ou de ses avantages dans son application au simple mesurage, sont frappées du fait que les modèles sont de beaucoup plus instructifs pour l'élève et le maître que leur simple représentation sur un tableau ou sur le papier, et qui, dans leurs opinions écrites, ont fait surtout allusion à ce trait du système proposé. M. Joly, Président de la Branche de Québec de l'école des Arts de Montréal, dans une lettre sur le sujet à M. Weaver, Président du Bureau, et après avoir été lui-même témoin de ses avantages dans plus d'une occasion, dit dans son style expressif, "la différence est énorme." Le Professeur Toussaint de l'Ecole Normale, Dufresne, de l'Académie de Montmagny, Boivin de St. Hyacinthe et beaucoup d'autres sont de la même opinion, parmi eux MM. R. S. M. Bouchette, O'Farrell, Fletcher, St. Aubin, Steckel, Juneau, Verner, Gallagher, Lafrance, et le frère Anthony, etc. On ne peut non plus oublier que les professeurs de l'Université-Laval, après avoir lu l'énoncé de la formule de M. B., comme il est donné dans son traité de 1866, s'exprimèrent ainsi : "Un doute involontaire s'empare d'abord de l'esprit, lorsqu'on lit le No. 1521 ; mais un examen attentif des paragraphes suivants, dissipe bientôt ce doute et l'on reste étonné à la vue d'une formule, si claire, si aisée à retenir et dont l'application est si générale. M. Fletcher, du Département des Terres de la Couronne, dit : "J'ai comparé, pour plusieurs solides, les résultats "obtenus par votre mode de calcul avec ceux des pro- "cédés ordinaires beaucoup plus longs, et je vous féli- "cite sincèrement sur votre énoncée d'une formule "aussi brève que simple dans son caractère, et aussi "précise que satisfaisante dans ses résultats."

M. Baillairgé prit aussi occasion dans sa lecture de faire allusion sous d'autres rapports, à son traité de Géométrie et de Toisé, dans lequel il fit voir qu'il a introduit beaucoup de modifications importantes dans le mode ordinaire de traiter le sujet de la géométrie et de la Trigonométrie plane et sphérique. En terminant nous devons ajouter que le conseil de l'Instruction Publique, à sa dernière réunion, a nommé un comité, composé de l'Archevêque de Québec, et des Evêques Langevin et Larocque, qui devra faire rapport au Conseil à sa prochaine assemblée générale en juin, et qui, on ne peut en douter, après les témoignages si nombreux et si flatteurs concernant l'utilité et les nombreux avantages du tableau stéréométrique pour des fins d'éducation, ne pourra qu'en recommander et conseiller l'adoption dans toutes les écoles de la Puissance.

RMCA

En 91/92 et pour la deuxième fois pour tous les collèges de l'académie a eu lieu le

Rallye Mathématique Champagne-Ardenne

à l'initiative de

l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, soutenu par les Inspections Académiques, la régionale de Reims de l'Association des Professeurs de Mathématique et la MAFPEN.

Ce concours, ouvert aux classes et non aux élèves individuellement, veut donner une autre image des mathématiques en intégrant l'aspect ludique.

Les objectifs principaux de cette épreuve sont:

- Créer un esprit de solidarité dans la classe, valoriser le travail en équipe, gérer ce travail dans le temps imparti.
- Améliorer l'image des mathématiques auprès des enfants en présentant des exercices amusants et dégagés de toute évaluation.

Cette année, nous avons connu une forte progression des inscriptions puisque 436 classes ont participé à la demi-finale du 6 avril, ce qui représente près de 12000 élèves, l'an dernier nous en avions environ 6700.

C'est pour nous un succès qui vient récompenser le travail que nous avons accompli pour organiser ce rallye et qui nous incite à poursuivre dans la même voie en 1993.

Classes inscrites aux demi-finales:

Demi-finale

	6ème	5ème	4ème	3ème	total	collèges
Ardennes	33	24	27	18	102	17/45
Aube	39	40	36	28	143	15/25
Marne	19	34	22	13	88	19/48
Haute-Marne	24	23	23	12	82	16/25

Les finales, regroupant trois classes de chaque niveau, se sont déroulées dans les quatre départements de l'académie.

Le palmarès:

Finales

Ardennes	Aube	Marne	Haute-Marne
6èA Salengro Charleville	6èC Jean Moulin Marigny le Chatel	6è7 Picasso Reims	6è6 Saint-Saëns Chaumont
5èA Vienot Rocroi	5è Othe et Vanne Aix en Othe	5è5 Les Indes Vitry le François	5èA Bourmont
4èA Vienot Rocroi	4è P. Langevin Ste Savine	4è4 Université Reims	4èA Bourmont
3è Grandpré	3è P & F Pithou Troyes	3è401 Les Indes Vitry le François	3èB La Noue St Dizier

Dans chaque lieu de finale, un goûter offert à tous les participants a précédé la remise des prix aux vainqueurs. Le trophée remis aux classes gagnantes a été réalisé par une section professionnelle du lycée Charles de Gaulle de Chaumont.

Dès maintenant, le Rallye 93 se met en place.
Au cours du premier trimestre 93, vous serez sollicité pour participer à cette épreuve.

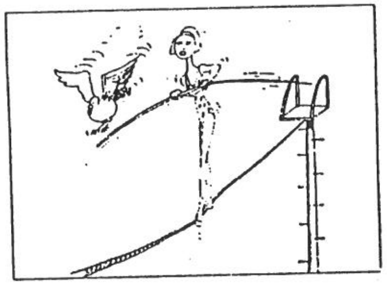
N'oubliez pas de vous inscrire!

RMCA 92	Finale	6ème/5ème		N°1

Equilibrez *

On dispose d'une balance juste, de quatre masses (3g, 5g, 7g, 8g) et de dix-huit pièces de 1 à 18g (une de 1g, une de 2g, une de 3g, ..., une de 18g).

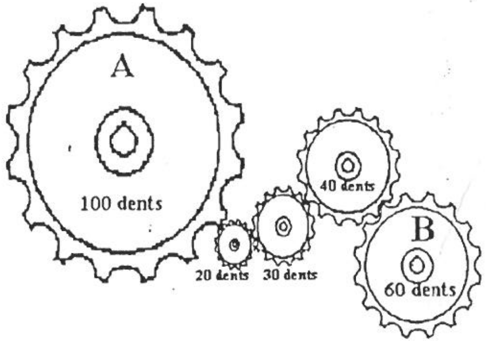
Une seule de ces pièces ne peut être équilibrée avec les masses dont on dispose. Laquelle?.



RMCA 92	Finale	6ème/5ème		N°2

L'engrenage *

La roue A tourne à 18 tours par minute. A combien tourne la roue B ?



RMCA 92	Finale	6ème/5ème		N°3

A table ! *

Autour d'une table ronde, Roger est à la gauche immédiate de Bertrand. Hélène n'est ni à coté de Colette ni à la droite immédiate de Jean-Paul mais en face de Françoise. Ils ne sont que six à cette table. Pouvez vous les ranger ?

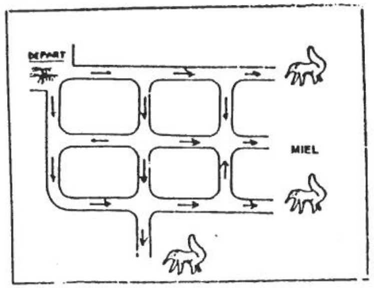
RMCA 92	Finale	6ème/5ème		N°4

La fourmilière *

La reine des fourmis veut régler les problèmes de circulation dans la fourmilière. Toutes les voies sont en sens unique et les fourmis doivent se répartir équitablement dans toutes les directions qui s'ouvrent à elles aux carrefours.

Malheureusement, trois des quatre sorties sont occupées par des tamanoirs très friands de fourmis!

Combien parmi les 648 fourmis au départ pourront goûter le miel?



RMCA 92	Finale	6ème/5ème		N°5

Le tiercé **

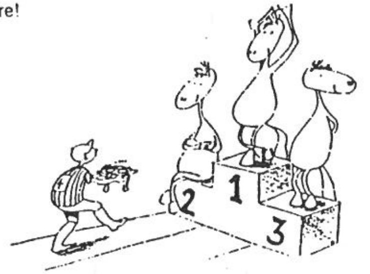
Sur radio-math, le journaliste Thalès donne les résultats du tiercé:

" Si je multiplie le numéro du cheval arrivé premier par le numéro du second, je trouve 437.

Si je multiplie le numéro du second par celui du troisième, je trouve 391.

Si je multiplie le numéro du troisième par celui du premier, je trouve 323".

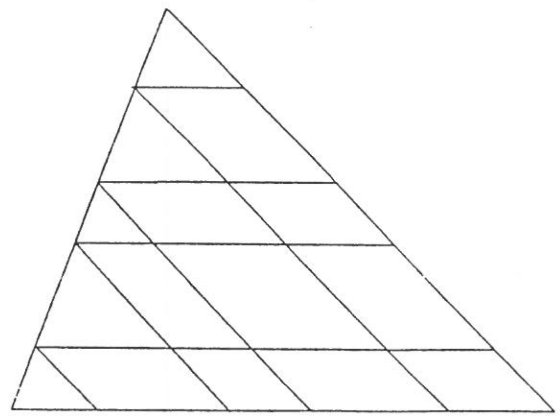
Quel est ce tiercé dans l'ordre!



RMCA 92	Finale	6ème/5ème		N°6

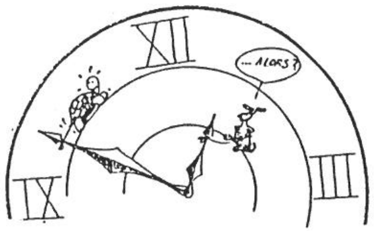
Le bon compte! **

Combien y a-t-il de parallélogrammes dans la figure suivante?



RMCA 92 | Finale | 6ème/5ème | N°7

Soyez à l'heure! **



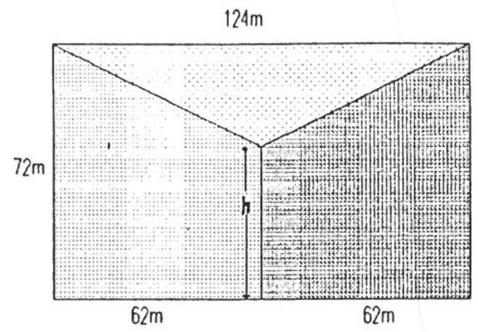
Une montre à aiguilles retarde de 6 minutes par heure. Elle est remise à l'heure aujourd'hui 20 mai 1992 à 12 heures. Quel jour et à quelle heure sera-t-elle à nouveau à l'heure pour la première fois?

RMCA 92 | Finale | 6ème/5ème | N°8

Les champs de même aire **

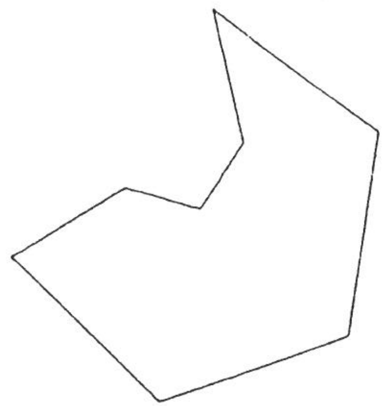
On partage ce champ rectangulaire en trois parcelles de même aire. Une est triangulaire et les deux autres sont des trapèzes.

Combien vaut h?



RMCA 92 | Finale | 6ème/5ème | N°9

Le boulon cassé **



Construire soigneusement la ligne qui permet de découper la figure en deux parties superposables.

RMCA 92 | Finale | 6ème/5ème | N°10

Le triangle des pairs ***

On range les nombres pairs dans l'ordre suivant:

ligne 1	2
ligne 2	4 6 8
ligne 3	10 12 14 16 18
ligne 4	20 22 24.......
.....	

Sur quelle ligne se trouve le nombre 1992?

RMCA 92 | Finale | 6ème/5ème | N°11

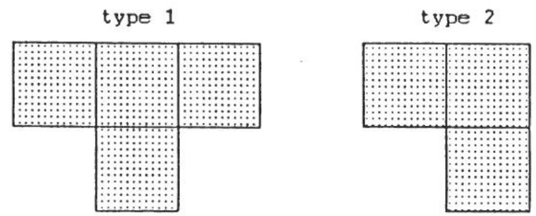
A chacun sa case ***

Remplir chaque case par un chiffre de 0 à 9, chaque chiffre étant utilisé une fois et une seule.

$\square \times \square\square \times \square\square\square = \square\square\square\square$

RMCA 92 | Finale | 6ème/5ème | N°12

Puzzle ***



En disposant côte à côte, sans recouvrement, des pièces de type 1 et des pièces de de type 2, réaliser le plus petit carré possible.

On devra utiliser au moins une pièce de chaque type.

RMCA 92 | Finale | 4ème/3ème | N°1

Le tiercé *

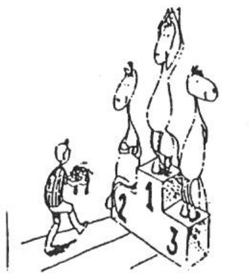
Sur radio-math, le journaliste Thalès donne les résultats du tiercé:

" Si je multiplie le numéro du cheval arrivé premier par le numéro du second, je trouve 437.

Si je multiplie le numéro du second par celui du troisième, je trouve 391.

Si je multiplie le numéro du troisième par celui du premier, je trouve 323".

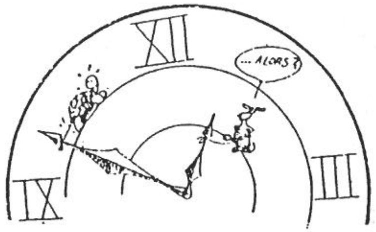
Quel est ce tiercé dans l'ordre!



RMCA 92 | Finale | 4ème/3ème | N°2

Soyez à l'heure! *

Une montre à aiguilles retarde de 6 minutes par heure. Elle est remise à l'heure aujourd'hui 20 mai 1992 à 12 heures. Quel jour et à quelle heure sera-t-elle à nouveau à l'heure pour la première fois?



RMCA 92 | Finale | 4ème/3ème | N°3

La boum *

Au bal, il y a 31 personnes.

Claudie a dansé avec 8 garçons différents.

Colette a dansé avec 9 garçons différents.

Annie a dansé avec 10 garçons différents.

Etc ...

Jusqu'à Berthe, la dernière fille, qui a dansé avec tous les garçons.

Mais combien y avait-il de garçons?

RMCA 92 | Finale | 4ème/3ème | N°4

Coffrons Arsène! *

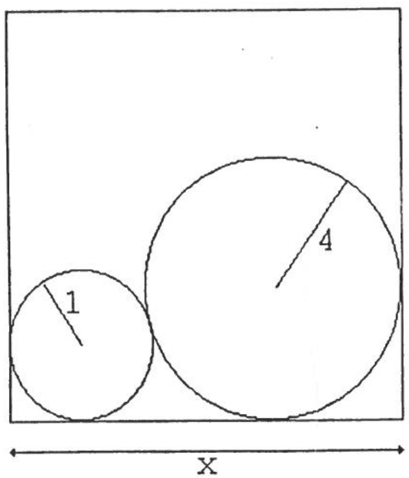
Le code secret du coffre est un nombre de trois chiffres. Arsène sait en outre que le chiffre des centaines est strictement supérieur à la somme des deux autres. Il lui faut 20 secondes pour essayer une combinaison.

Quelle durée minimum doit prévoir Arsène pour être sûr d'ouvrir le coffre?

RMCA 92 | Finale | 4ème/3ème | N°5

La boule et le cochonnet **

Calculer x.

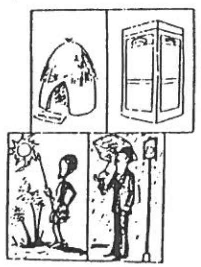


RMCA 92 | Finale | 4ème/3ème | N°6

A chacun sa case **

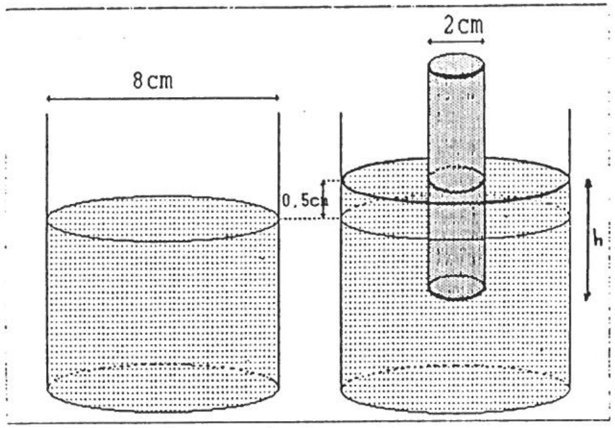
Remplir chaque case par un chiffre de 0 à 9, chaque chiffre étant utilisé une fois et une seule

$\square \times \square\square \times \square\square\square = \square\square\square\square$



RMCA 92	Finale	4ème/3ème		N°7

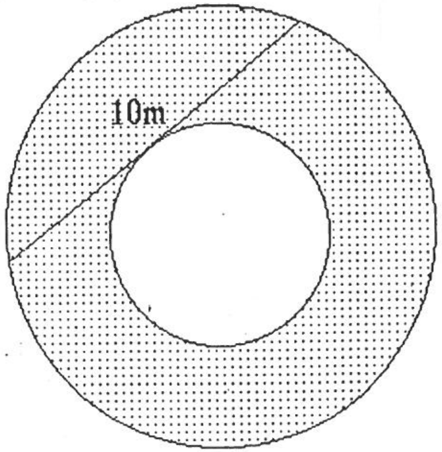
Ca flotte! **



Quelle est la hauteur h de la partie immergée?

RMCA 92	Finale	4ème/3ème		N°8

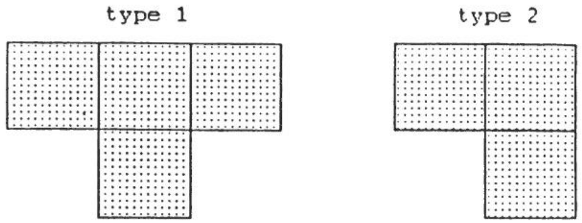
La couronne **



Quelle est l'aire de la couronne en m^2, au dixième près.

RMCA 92	Finale	4ème/3ème		N°9

Puzzle **

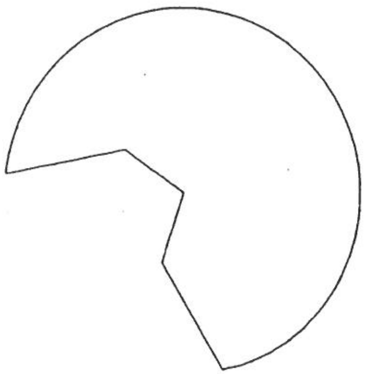


En disposant côte à côte, sans recouvrement, des pièces de type 1 et des pièces de de type 2, réaliser le plus petit carré possible.

On devra utiliser au moins une pièce de chaque type.

RMCA 92	Finale	4ème/3ème		N°10

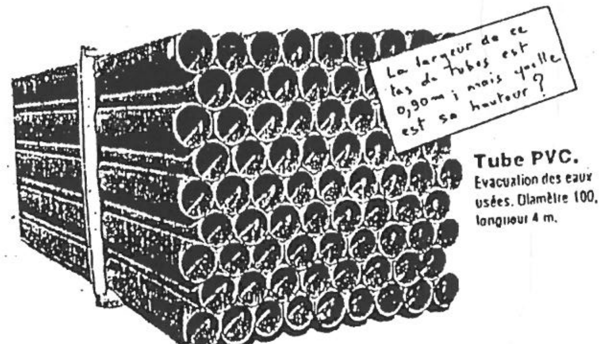
Découpe ***



Construire soigneusement la ligne qui permet de découper la figure en deux parties superposables.

RMCA 92	Finale	4ème/3ème		N°11

Les tuyaux ***



Quelle est la hauteur du tas en cm?

RMCA 92	Finale	4ème/3ème		N°12

Le triangle des pairs ***

On range les nombres pairs dans l'ordre suivant.

		2		
	4	6	8	
10	12	14	16	18
20	22	24	....	

etc...

On remarque que le plus petit nombre de la ligne contenant 24 est 20 et que le plus petit nombre de la colonne contenant 24 est 4.

Pouvez vous, de la même façon, repérer le nombre 1992?

SYLLOGISME

Quoi de plus rafraichissant que de plonger avec des élèves dans l'univers carrollien ?

Vais-je laisser mon meilleur ami m'offrir... un gorille (!) pour mon anniversaire, alors qu'un chaton aux yeux verts déambule déjà dans mon salon ?

On m'a prévenu ! *

1 Aucun chaton qui aime le poisson n'est réfractaire à l'étude

2 Aucun chaton sans queue n'est prêt à jouer avec un gorille

3 Les chatons moustachus aiment toujours le poisson

4 Aucun chaton amoureux de l'étude n'a les yeux verts

5 Aucun chaton n'a de queue s'il n'est moustachu

Que vais-je faire ?

* extrait de "Logique sans peine" (p 59 ; p 79) HERMANN 1966 (illustration de Max Ernst ; traduction et présentation, par Jean Gattegno et Ernest Coumet, de textes de Lewis Carroll)

Solution n° 2

I	R	E	M
R	E	M	I
E	M	I	R
M	I	R	E

AVEZ-VOUS PENSE A LA BIBLIOTHEQUE DE L'IREM

POUR VOTRE ENSEIGNEMENT ?

Cette bibliothèque centralise les différentes revues éditées dans les IREM et les met à la disposition des professeurs de Mathématique.
Plus de 200 publications ont été enregistrées durant l'année scolaire 91-92 ainsi que bon nombre de manuels et d'abonnements (Grand N, Le Jeune Archimède, Tangente, Quadrature, La Recherche, Petit X, Epi, Plot, L'Ouvert, Stnt, La Feuille à problèmes, Feuille de vigne, BGV, Bulletin de l'APMEP, Revue de pédagogie,.......etc, sans oublier Vecteur)

Voici quelques titres de brochures disponibles:

Référence:

B1831 Les Angles en 2nde (Paris 7)
B1745 Aires, Second Cycle (Poitiers)
B1803 Exercices de Math. en 2nde (Picardie)
B1952 Utilisation dynamique du graphisme Second Cycle (Rennes)
B1967 Quelques supports pour les activités dans le cadre des Modules en 2nde
B1773 Des Activités pour nos élèves (Toulouse)
B1968 Fichier méthodologique 2nde, 1ère (Poitiers)
B1880 Calculatrices programmables, Lycée (Nice)
B1850 Evaluation 2nde (APMEP 91)
B1929 Epreuves de Math.aux BTS 91
B1931 Réflexion sur les épreuves des BAC E,F,G
B1902 Des Activités pour raisonner au collège (Rouen)
B1899 Des Chiffres et des Lettres au collège (Inter-Irem)
B1889 Lire et Ecrire des textes mathématiques (Rennes)
B1842 Activités au collège (Picardie)
B1871 L'Espace au collège (Clermont-fd)
B1921 Des Eléments de Géométrie-Espace 3ème, 2nde (Pays de Loire)
B1750 Fonction Linéaire 4ème (Montpellier)
B1734 Fiches élèves 5ème (Brest)
B1851 Evaluation 5ème (APMEP)
B1766 Les Transformations (Paris Nord)
B1836 Fille et Scientifique: un dossier (Irem-CCAFE)
B1916 Histoire du Concept de Nombre (Lille) ....

Venez les consulter, les emprunter ou les commander.

Mais où se trouve la bibliothèque ?

A la Faculté des Sciences de Reims, bàtiment mathématique
téléphone:26 05 32 08

A bientôt
F.PINCHON

UNE ACTIVITE EN 6EME : L'OISEAU

Jean-Claude FENICE
IREM DE REIMS

1) PUBLIC :

Classe de 6ème.

2) OBJECTIFS :

* Sensibiliser à la notion de repérage dans le plan;
* Développer les capacités de communication,d'organisation, d'argumentation;
* Faire prendre conscience de la nécessité de conventions pour communiquer.

3) PREREQUIS :

Savoir mesurer, reporter une longueur, tracer des droites perpendiculaires.

4) PLACE DANS LA PROGRESSION :

La modestie des prérequis permet de placer l'activité tôt dans l'année.

5) DUREE :

4 séquences : 2 pour l'élaboration des textes et les constructions, 1 pour le bilan , 1 pour les applications.

6) MATERIEL :

Petit matériel habituel de géométrie;
Le réinvestissement du bilan a été réalisé sur nanoréseau.

7) STRUCTURE DE LA CLASSE :

Classe partagée en 6 groupes, par affinité.

8) LE PRINCIPE DE L'ACTIVITE ET LES ETAPES :

Un dessin, inconnu des élèves, est constitué de 5 triangles et un cercle. Chaque groupe reçoit une partie de ce dessin, placée à la même place, dans le même cadre rectangulaire. Chaque élève du groupe a la même reproduction, et devra dessiner dessus les parties complémentaires, à partir des messages de construction que doivent envoyer les autres groupes (émetteur/récepteur)
(Voir fiches annexes)

- Le motif de la tâche est exposé, puis le produit attendu par le professeur est explicité :
  Chaque groupe doit produire un texte "programme de construction" court, avec une instruction par phrase;
  Tous les instruments de dessin sont autorisés, sauf le calque;
  Lors de la construction des figures, les tracés intermédiaires devront rester visibles.
- Réalisation des programmes de construction : dans chaque groupe il doit y avoir production d'un seul texte (commun accord) recopié en 4 exemplaires pour faciliter la circulation des messages.
- Emission des textes vers les autres groupes qui réalisent les figures correspondantes, sur leur fiche, pour reconstituer le dessin initial;
- Bilan des méthodes employées, du vocabulaire utile;
- Institutionnalisation d'un mode de repérage, et d'un vocabulaire spécifique;
- Réinvestissement (sur nanoréseau, puis exercices)

9) LE VECU :

L'activité est accueillie avec enthousiasme, grâce au suspens qu'entretient l'inconnu du produit final que chaque élève devra obtenir sur sa fiche.

Chaque texte porte le numéro du groupe émetteur, et l'élève récepteur note ce numéro sur sa construction, de façon à savoir ce qu'il lui reste à faire.

Lorsqu'un texte paraît incompréhensible, il est retourné à ses auteurs avec les remarques écrites, pour être amélioré.

Malgré la faculté des élèves à comprendre des écrits peu rigoureux de leurs pairs, les difficultés sont nombreuses (origine des mesurages non précisée; direction non explicitée, le plus souvent) . Certains textes donnent à la suite sans ponctuation une foule d'instructions; ce sont souvent ceux-là qui emploient des méthodes compliquées...

Cependant la définition d'un triangle par ses trois sommets, et d'un cercle par son centre et son rayon a été sans problème implicitement pratiquée par tous; par contre le groupe émetteur n'indique pas toujours comment relier les points obtenus.

Le débat s'instaure dans les groupes, aussi bien pour la rédaction (à partir d'où mesurer ? Comment le traduire ?) que pour l'interprétation des textes reçus. Les critiques sont parfois très dures, et les réactions des auteurs très vives! Les élèves argumentent; cependant il a fallu rappeler qu'il s'agit d'un apprentissage de la communication, et qu'il est normal que les rédactions soient imparfaites.

Les constructions révèlent un manque certain d'exigence de la part des élèves : parallèles et perpendiculaires sont tracées "à vue de nez".

A la fin de la deuxième séquence, les constructions sont terminées; les élèves évaluent leur dessin :

* il ressemble ou non "à quelque chose" ?
* est-il le même que celui des autres groupes ?

Il y a alors recherche des erreurs, et de leurs causes.

Pendant la troisième séquence, les élèves sont invités à faire le bilan :

* Quelles connaissances ont été réinvesties ?
* Qu'a-t-on découvert ?
* Qu'va-t-on résumer ?

Aucun élève n'a pensé à réaliser un quadrillage, bien que l'exploitation de graphiques ait été pratiquée avant cette activité. Le procédé très largement majoritairement employé est le mesurage parallèlement aux bords du cadre (une seule construction au compas). Les distances en nombres entiers de cm facilitaient cette approche.

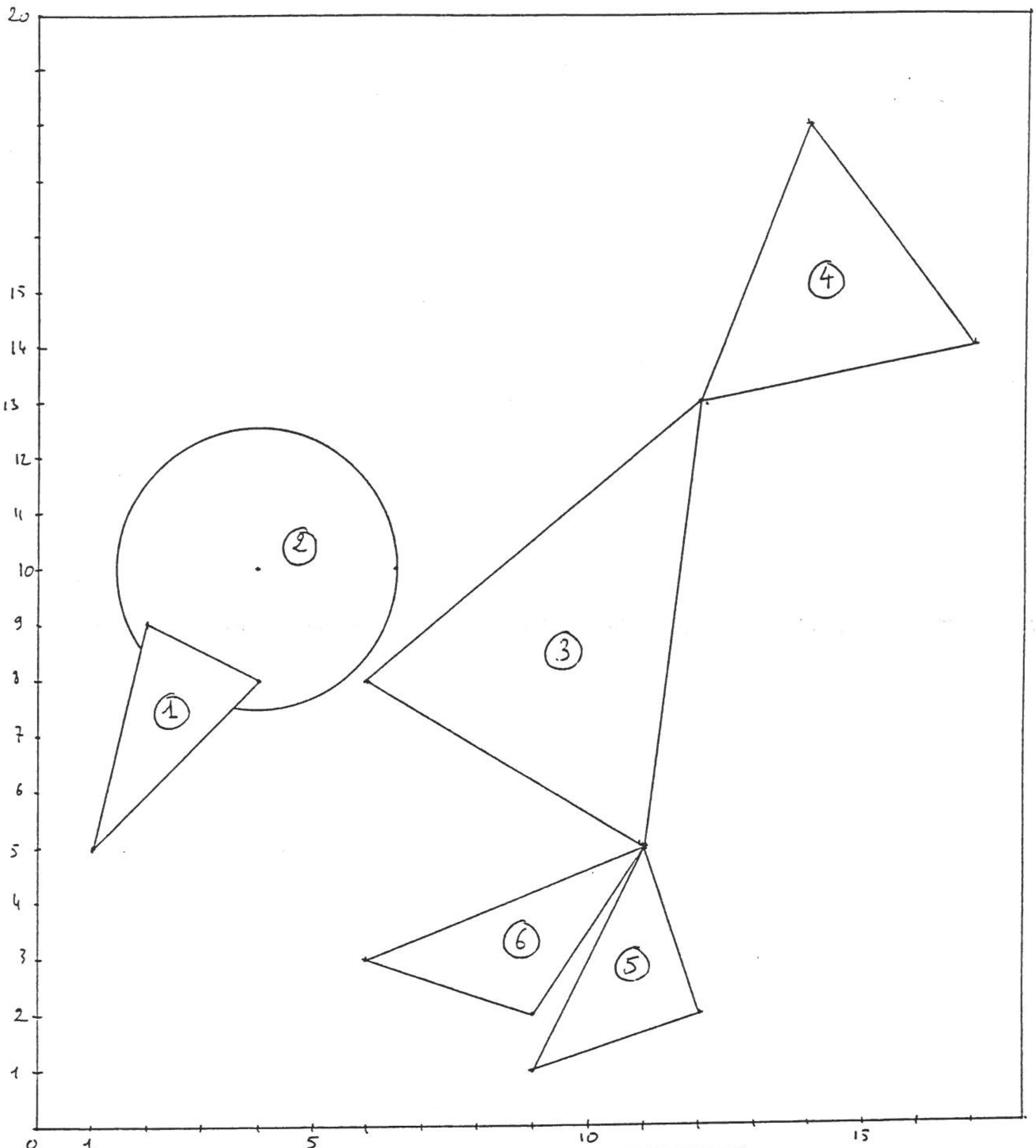
Les difficultés rencontrées dans la réalisation, dus à la diversité des choix d'origine des mesurages sont mises en avant pour instituer la nécessité d'une convention (choix de deux droites seulement) et d'un ordre de mesurage (abscisse, ordonnée). Enfin, la présence d'un quadrillage comme facilitateur de lecture est admis.

Pendant la quatrième séquence, les élèves reconstituent le dessin sur nanoréseau, en entrant les coordonnées des points, relevées sur les réalisations les plus correctes (phase de familiarisation avec l'ordre abscisse/ordonnée).

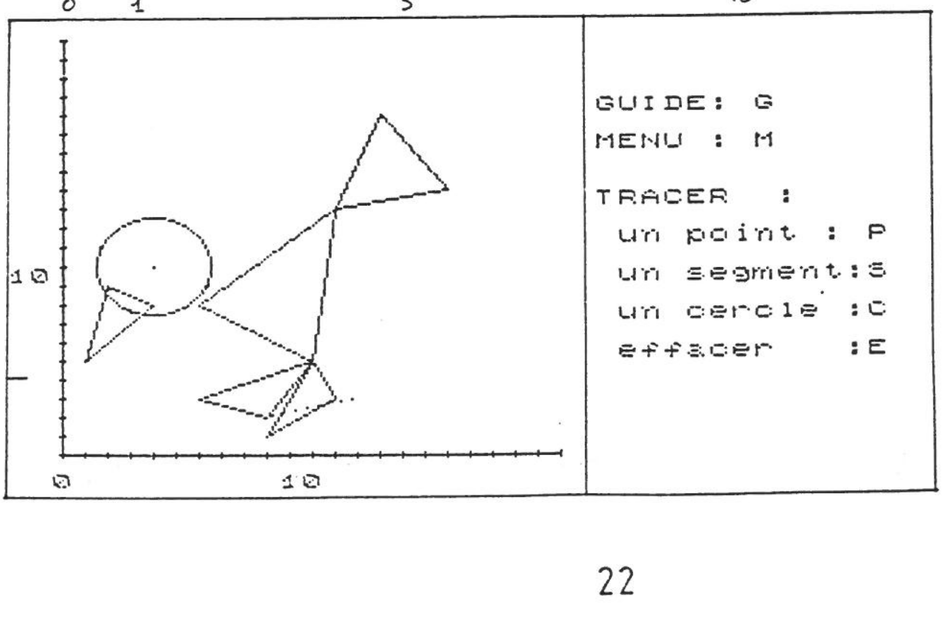
10) CONCLUSION :

Cette activité est avant tout une situation de communication : chaque groupe est nécessaire aux autres. Elle présente aussi l'avantage de s'auto-valider : les élèves sont autonomes jusqu'à l'évaluation finale; le professeur intervient pour l'institutionnalisation :

* du vocabulaire adapté, dont on a senti la nécessité devant les formulations vagues ou ambigues;
* du maniement correct des instruments de dessin;
* d'un mode de repérage dans le plan, "senti" par les élèves, mais pas spontanément employé si un quadrillage n'est pas déjà présent.

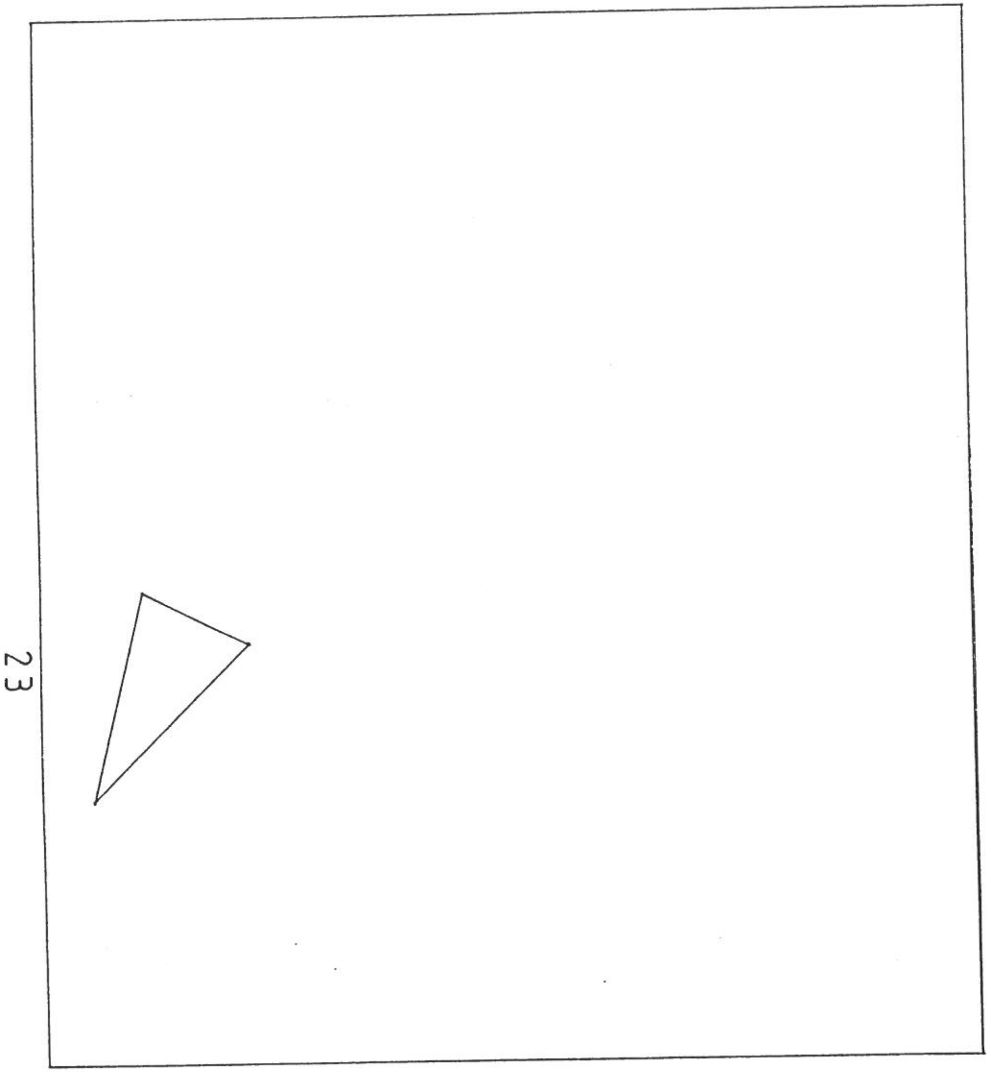


Dessin final



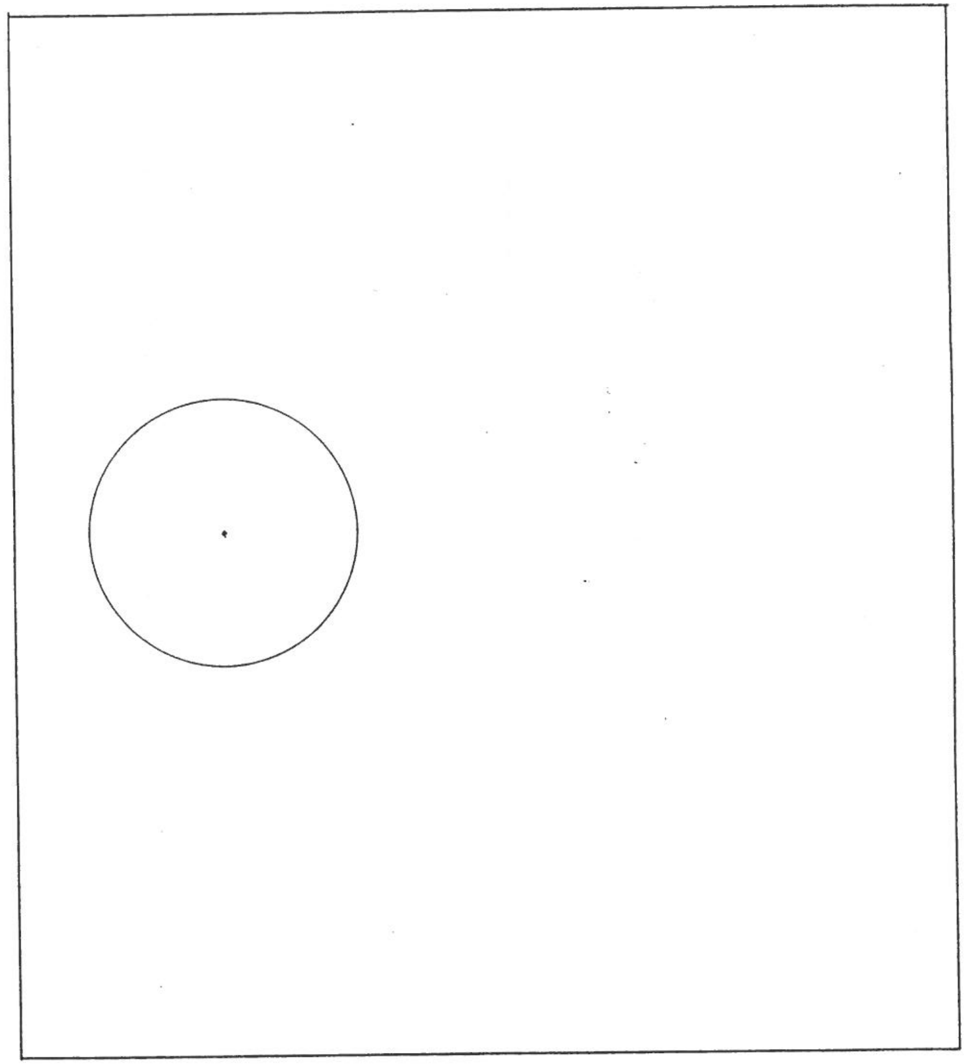
Sur Nanoréseau

GROUPE 1



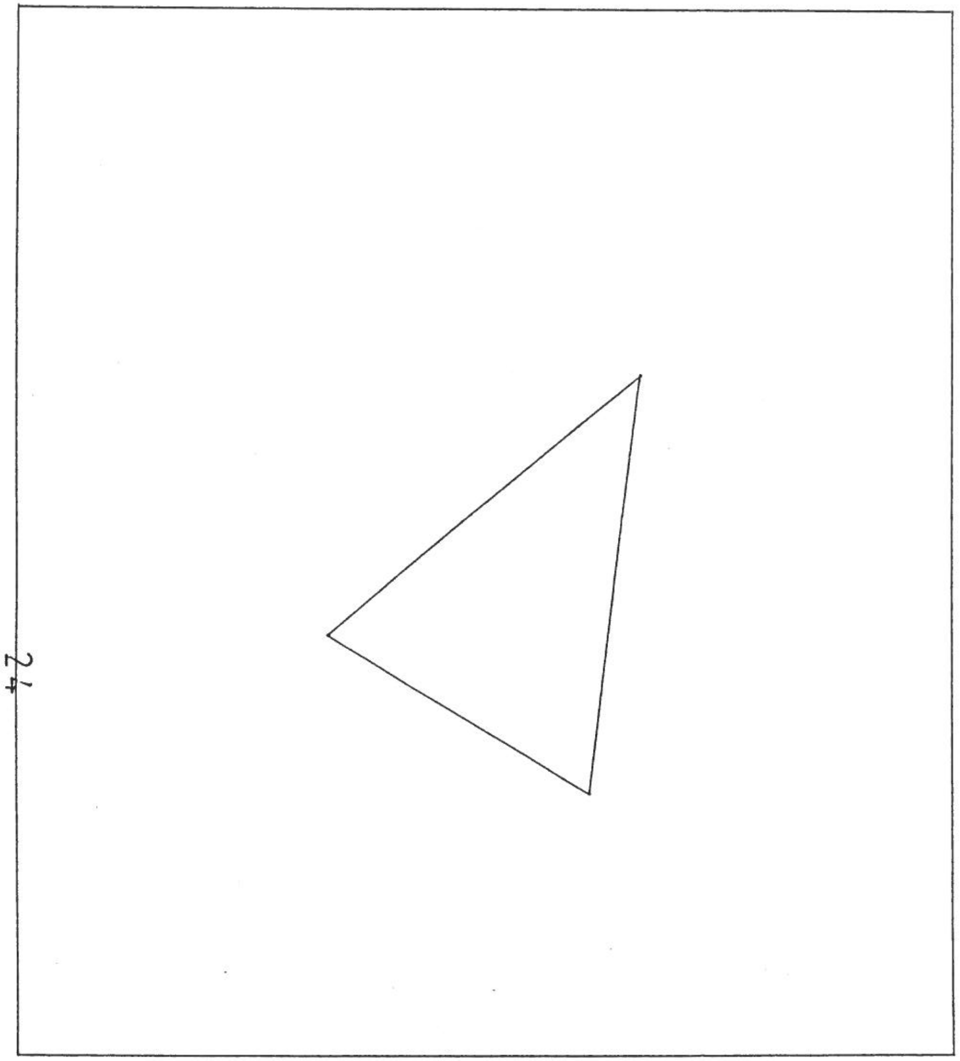
<u>CONSIGNE:</u> Ecrire un programme de construction pour faire réaliser par un autre groupe, dans un <u>cadre identique</u> à celui-ci, exactement la même figure, dans la même position.

<u>GROUPE 2</u>



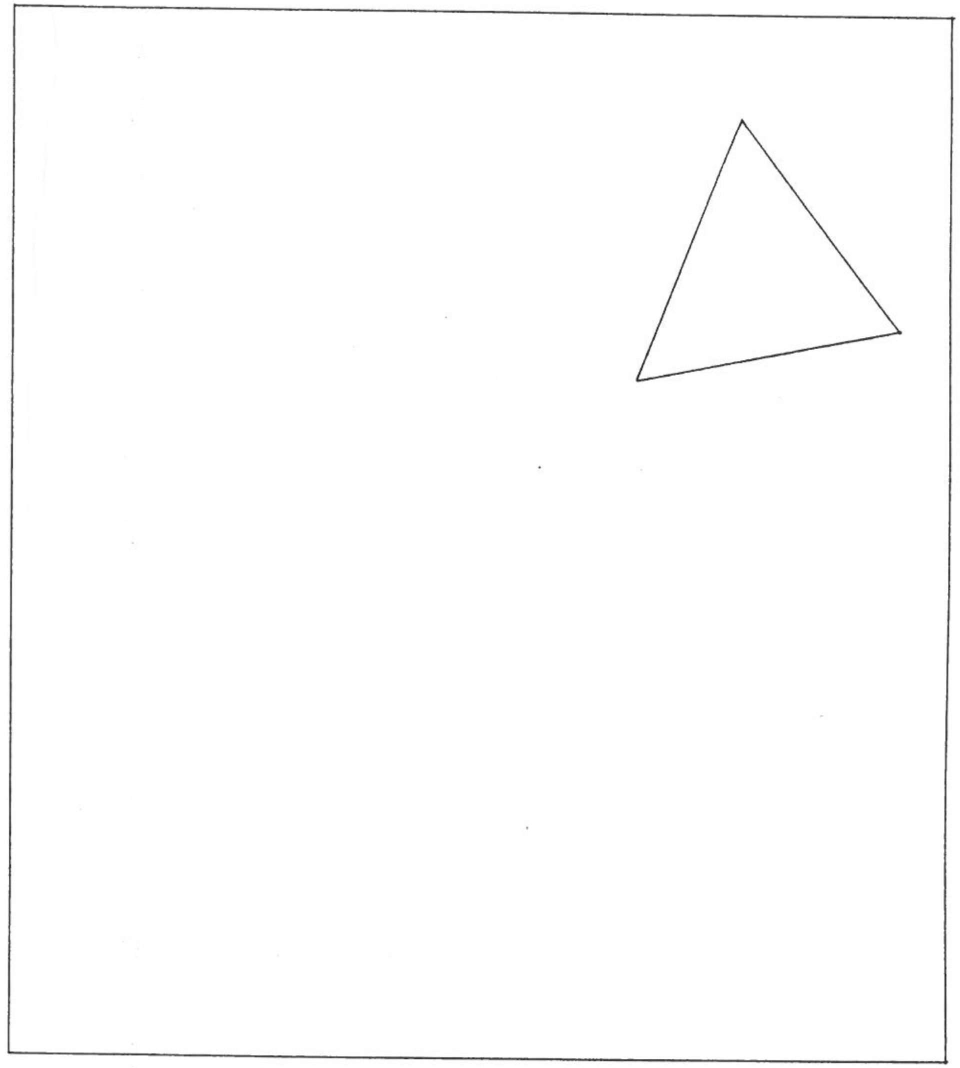
<u>CONSIGNE:</u> Ecrire un programme de construction pour faire réaliser par un autre groupe, dans un <u>cadre identique</u> à celui-ci, exactement la même figure, dans la même position.

GROUPE 3



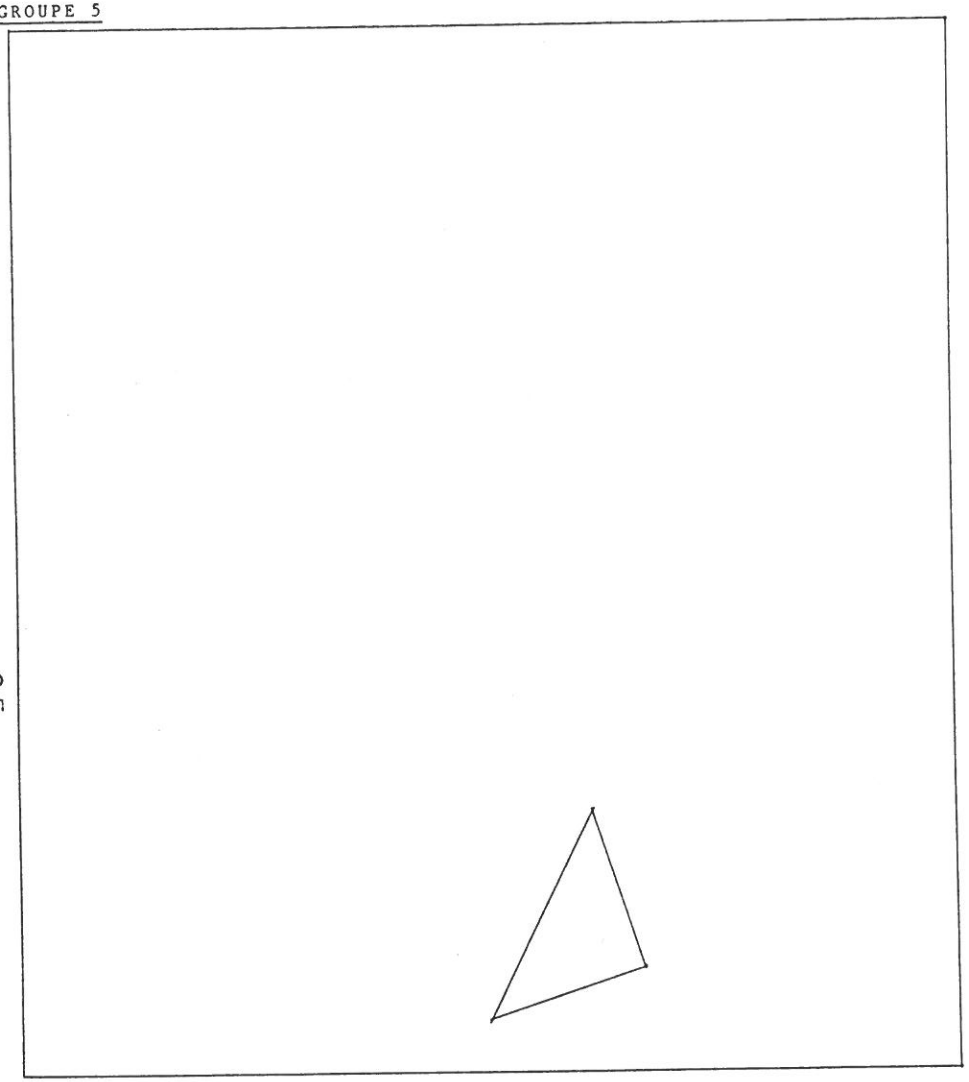
CONSIGNE: Ecrire un programme de construction pour faire réaliser par un autre groupe, dans un cadre identique à celui-ci, exactement la même figure, dans la même position.

GROUPE 4



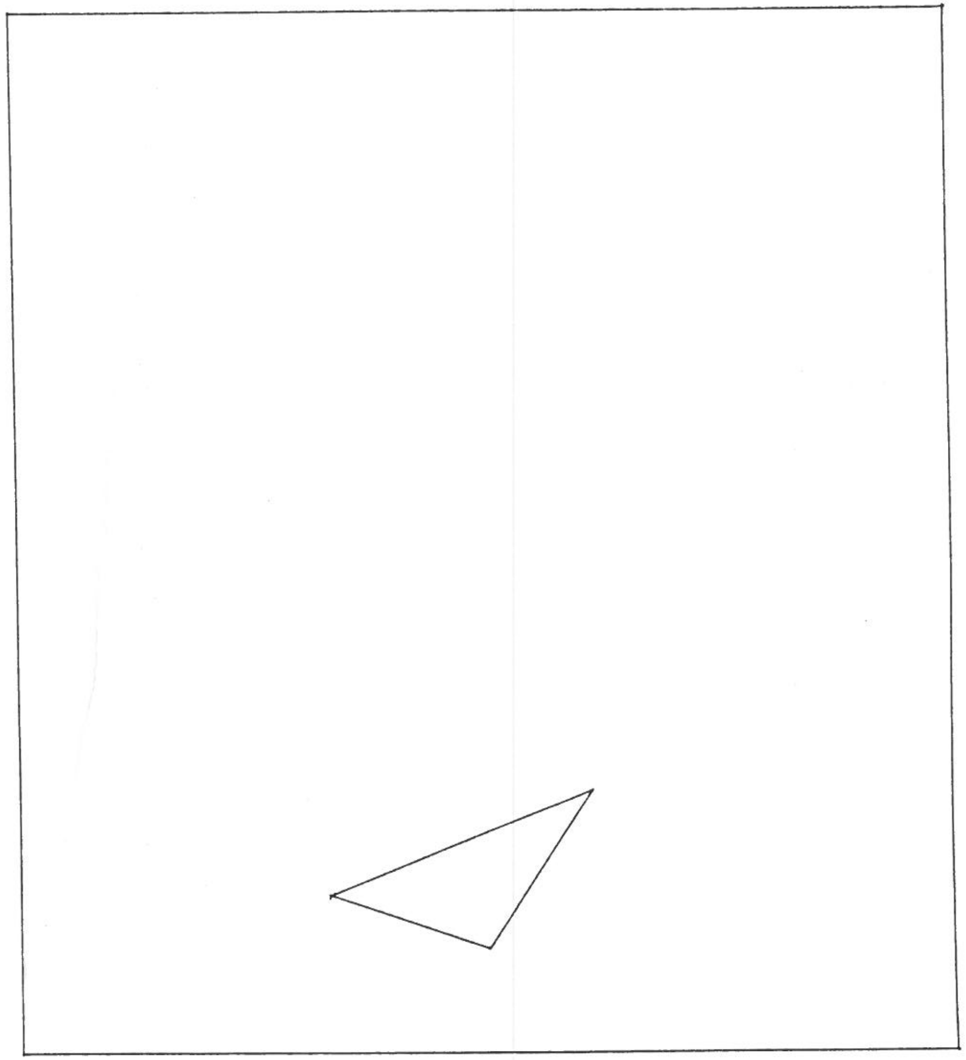
CONSIGNE: Ecrire un programme de construction pour faire réaliser par un autre groupe, dans un cadre identique à celui-ci, exactement la même figure, dans la même position.

GROUPE 5



CONSIGNE: Ecrire un programme de construction pour faire réaliser par un autre groupe, dans un cadre identique à celui-ci, exactement la même figure, dans la même position.

GROUPE 6



CONSIGNE: Ecrire un programme de construction pour faire réaliser par un autre groupe, dans un cadre identique à celui-ci, exactement la même figure, dans la même position.

PROBLÈMES

N° 1

Déterminer toutes les solutions $(x,y,z) \in \mathbb{Z}^3$ du système de 2 équations

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 3 \end{cases}$$

N° 2

Dessiner deux pentagones tels que chacun soit inscrit dans l'autre.

N° 3

Quel est le nombre de solutions de l'équation $x + 2y + 3z = 1992$ en nombres entiers positifs ou nuls ?

N° 4

Résoudre en nombres entiers naturels l'équation

$$x + y + z + xy + xz + yz + 1 = xyz$$

N° 5

Justifier l'approximation de Maskelyne, d'autant meilleure que x diffère peu de 0 :

$$\left(\frac{\sin x}{x}\right)^3 \simeq \cos x$$

Vos solutions peuvent être envoyées à Philippe Deléham au L.P. Europe, Av. de l'Europe à Reims

IREM de Reims
BP 347
51062 REIMS CEDEX

LISTE DES PUBLICATIONS IREM de REIMS

Au 15/05/92

NOM : ....

Prénom : ....

Adresse d'expédition : ....

....

....

	PRIX	QUANTITE	TOTAL
Re 5 - Introduction à la Géométrie Métrique Plane *Pour les Enseignants des 1er et 2nd Cycles*	20,00 F		
Re 6 - Sur les Quaternions *Pour les Enseignants & la Formation Continue*	20,00 F		
Re 7 - Influence de la formulation dans l'acquisition d'un concept mathématique. *Pour les formateurs*	35,00 F		
Re 8 - Evaluation : Docimologie - Orientation - Taxinomie *Pour les Enseignants ttes disciplines et les Formateurs*	35,00 F		
Re 9 - Le Vécu des Mathématiques (Français & Québécois) *Pour les Enseignants de math et philo, les Formateurs*	35,00 F		
Re11 - Premiers pas vers l'autonomie T A1 B *Pour les Enseignants, pour les Elèves*	25,00 F		
Re12 - Dictionnaire de mathématiques (2nde) *Pour les Elèves de 2nde, pour les Enseignants*	35,00 F		
Re13 - Opération Collège *Pour les Enseignants de Collège*	20,00 F		
Re14 - Piaget et les mathématiques au Collège *Pour les Enseignants*	30,00 F		
Re15 - Autonomie et math en 2nde : T1 Bilan d'une expé. *Pour les Elèves, pour les Enseignants*	20,00 F		
Re16 - Autonomie et math en 2nde : T2 le nombre d'or *Pour les Elèves, pour les Enseignants*	20,00 F		
Re17 - La Logique des Erreurs - primaire ou secondaire *Pour les Enseignants, les Maîtres, les Elèves*	20,00 F		
Re18 - Analyse & Calculatrice programmables au Lycée *Pour les Enseignants et les Elèves*	25,00 F		
EXPERIMENTATION *Pour les Enseignants, pour les Elèves*			
Re19 - Mathématiques en activités - 6ème - n° 1	20,00 F		
Re20 - " " " 6ème - n° 2	20,00 F	Epuisé	
Re21 - " " " 5ème - n° 3	20,00 F	Epuisé	
Re22 - " " " 5ème - n° 4	20,00 F		
Re23 - " " " 4ème - n° 5	20,00 F		
Re24 - " " " 4ème - n° 6	20,00 F		

	PRIX	QUANTITE	TOTAL
DOCUMENT HISTORIQUE			
Re25 - Un fruit bien défendu ou "BEN EZRA" *Elèves et Enseignants des 1er & 2nd Cycles secondaires*	25,00 F		
EXPERIMENTATION			
Pour les Enseignants, pour les Elèves			
Re26 - Mathématiques en activités - 3ème - n° 7	30,00 F		
Re27 - " " " 3ème - n° 8	30,00 F		
AUTRES DOCUMENTS			
Pour les Enseignants			
BULLETIN-INTER-IREM - premier cycle			
GEOMETRIE : n° 19 - 1981 - Activités 6°, 5°, 4°	20,00 F		
n° spécial - 1981 - thèmes pour la 2nde	20,00 F		
n° 20 - 1981 - Enseignement de l'Analyse	20,00 F		
n° 21 - 1982 - Rétroprojecteur	20,00 F		
spécial : ICME V	20,00 F		
n° 23 - 1983 - Enseignement de la géométrie	30,00 F		
n° 24 - 1984 - Astronomie	40,00 F		
SUIVI SCIENTIFIQUE : nx pgs de 6ème - maths en activités - 86	60,00 F		
5ème - " " " 87	60,00 F		
4ème - " " " 88	60,00 F		
3ème - " " " 89	60,00 F		
2nde- " " " 90	60,00 F		
EPISTEMOLOGIE : pour une perspective historique des mathématiques : BUDAPEST 88	60,00 F		
IMAGES ET MATHS - 88 - niveau secondaire	30,00 F		
Calculettes et calculatrices programmables (82) primaire	10,00 F		
Utilisation de calculettes en 2nde (81)	10,00 F		
Géométrie dans l'espace (84)	20,00 F		
Introduction des fractions au C.M. (77.78)	20,00 F		
Introduction aux fractions 4ème préparatoire CAP (LEP) (82)	10,00 F		
Liaison 3ème-2nde : rapport de stage 83/84	15,00 F		
Quelles activités pour quels apprentissages ? du Collège au Lycée - 1983 -	60,00 F		
Actes du Colloque Inter-IREM "GEOMETRIE" des 26, 27 & 28 Mai 1989	60,00 F		
ACTIVITÉS : CADRAN SOLAIRE A CONSTRUIRE	10,00 F		
Une brochure sur les Actes du Colloque qui s'est tenu à Troyes les 25, 26 & 27 Mai 1989, intitulé "DU COLLEGE AU LYCEE : POUR MIEUX REUSSIR" doit être publiée par les deux Commissions : "Objectifs et Niveaux d'Approfondissement" et "Premier Cycle" et vendue à l'IREM de Reims (environ 60 F)			
MONTANT de la Commande			
FRAIS administratifs et de gestion 5 F X Brochure			
A PAYER			

les chèques doivent être adressés à l'IREM :

(Tél : 26 05 32 08)

DATE : SIGNATURE :

I.R.E.M. de REIMS
MOULIN DE LA HOUSSE
B.P. 347 - 51062 REIMS CEDEX

PUBLICATIONS INTER-IREM	PRIX (Port compris)	QUANT.	TOTAL
- Suivi scientifique de 6^e	50,00 F		
- Suivi scientifique de 5^e	50,00 F		
- Suivi scientifique de 4^e	70,00 F		
- Suivi scientifique de 3^e	70,00 F		
- Quelles activités pour quels apprentissages, du collège au lycée, 1983	60,00 F		
- Astronomie, 1984	30,00 F		
- Images et maths	45,00 F		
- La démonstration mathématique dans l'histoire	145,00 F		
- Liaison collège-seconde, 1989-90	50,00 F		
Nouveauté :			
- Enseigner autrement les maths en DEUG A	70,00 F		

(A RETOURNER A L'IREM)

Joindre à votre commande un chèque libellé au nom de IREM de REIMS
adresse: Moulin de la Housse BP 347 51062 REIMS CEDEX

NOM.. Prénom ....

Etablissement ....

Adresse de l'établissement ....

....

Date ....

Signature

☐ prix du numéro : 70 F *(+ frais d'expédition si envoi par avion)*

☐ abonnements *(quatre numéros par an)*

— Institutions : 250 F — Particuliers : 200 F

Envoi par avion *(Dom - Tom ou Etranger)*

— Institutions : 330 F — Particuliers : 280 F

✂..

Bulletin d'abonnement à renvoyer à :

TOPIQUES éditions, 24 rue du 26e B.C.P., 54700 PONT-À-MOUSSON

accompagné du règlement par chèque ou d'un bon de commande officiel.

Nom : --
en capitales SVP

Adresse : --

Code postal et Ville : --

Ci-joint la somme de : ----------------

Mode de réglement :

☐ Chèque bancaire ☐ Chèque postal

☐ Virement administratif sur facture

Premier numéro souhaité pour débuter l'abonnement : ------

(en cas d'impossibilité, l'abonnement débute au dernier numéro disponible)

REPERES - IREM . n°1 - octobre 1990

Cher(e) Collègue,

Vous avez reçu dans votre établissement la revue "Repères-Irem n° 1" destinée aux professeurs de mathématiques. (Eventuellement réclamez-la à votre documentaliste).

Elle est publiée par les Instituts universitaires de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) sous le patronage de l'ADIREM (Assemblée des Directeurs d'Irem).

Ce bulletin trimestriel s'adresse plus particulièrement aux enseignants des Collèges, des Lycées et des LycéesProfessionnels.

Nous attirons votre attention sur la qualité de cette publication en vous rappelant la possibilité d'utiliser vos crédits d'enseignement pour un tel abonnement.

Françoise PINCHON

Bibliothécaire

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES
Université Montpellier II
Sciences et Techniques du Languedoc
Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER CEDEX 5
Tél. 67 14 33 83 ou 67 14 33 84
Télécopie 67 14 39 09

ENSEIGNEMENT MODULAIRE

Fascicule 1

Classe de Seconde

Ce document a été réalisé par le groupe Géométrie de l'IREM de Montpellier dans le cadre d'une expérimentation commandée par la Direction des Lycées et Collèges. Il a pour objet de proposer aux professeurs de mathématiques de Seconde une première série d'activités pouvant être mises en oeuvre dans les séances d'enseignement modulaire prévues à partir de la rentrée 92.

Distinguer entre cours, travaux dirigés, enseignement modulaire, soutien ou approfondissement n'est pas chose simple pour qui a l'habitude de pratiquer des mathématiques actives, reposant sur la résolution de problèmes comme le préconisent les programmes et commentaires.

Nous avons donc tenté de cerner des thèmes de travail permettant de mettre l'accent sur l'acquisition de méthodes et sur les modes d'expression sans négliger des aspects comme l'autonomie et la motivation des élèves, la gestion de l'hétérogénéité, la recherche et la démonstration.

Pour chacun des premiers thèmes retenus que nous avons intitulés :

* ***Narrations de recherche***
* ***Problèmes de construction***
* ***La démonstration***
* ***Les ombres***

le lecteur trouvera une brève description, les objectifs visés, la méthode de traitement. Il trouvera également quelques indications concernant la conduite du travail, les difficultés que l'on peut rencontrer dans la gestion de certaines activités.

Nous avons, à chaque fois, effectué des choix, limité le nombre d'exercices. Ce sont pour l'essentiel des exercices de géométrie. Nous invitons le lecteur à tenter des approches voisines (ou différentes) dans ce domaine (ou d'autres) et nous accueillerons avec plaisir toute proposition ou critique constructive nous permettant de préciser et compléter ces activités.

Les auteurs

irem
de Grenoble

MODULE EN SECONDE

Sommaire

Tome I


HIERONYMUS CARDANUS MEDIOLANENSIS Aetatis LXVIII

L'arithmétique, je l'ai étudiée tout entière, ainsi que les chapitres de ce qu'on appelle l'algèbre et toutes les propriétés des nombres, surtout de ceux qui ont un rapport de similitude entre eux ; j'ai donné de mes découvertes et de ce qui était connu avant moi, un exposé aisé ou admirable, ou les deux ensemble. En géométrie, j'ai traité de la proportion obscure et réciproque des quantités infinies avec les finies, et de la réduction en quantités finies, quoique cette méthode ait déjè été découverte par Archimède.

J.Cardan, *Ma Vie,* 1991 Editions Belin

Jérome CARDAN
Algébriste Italien du 16ème siècle

Quant à l'astrologie divinatrice, je l'ai pratiquée, plus que je n'aurai dû et j'y ai ajouté foi à mes dépens. L'astrologie naturelle ne me fut d'aucun usage ; j'en ai reçu les premières notions il y a trois ans, c'est à dire à soixante et onze ans. Je suis très versé dans la géométrie, l'arithmétique, la médecine théorique et pratique, plus encore dans la dialectique, la magie blanche, qui étudie les propriétés des corps et des choses semblables, comme par exemple le fait que l'ambre renforce la chaleur naturelle, et pourquoi.

J.Cardan, *Ma Vie,* 1991 Editions Belin

JEROME CARDAN

Né d'un père juriste et mathématicien en 1501 à PAVIE en Italie, JEROME CARDAN est l'une de ces extraordinaires personnalités comme la Renaissance sut en produire : il est d'une prodigieuse étendue d'esprit, a pratiqué toutes les sciences et les a toutes perfectionnées; il est philosophe, médecin, mathématicien, physicien, mécanicien (on lui doit le cardan utilisé dans la direction des automobiles) il est également astrologue et même magicien: la science moderne est en gestation dans ce $16^{ème}$ siècle et les frontières entre toutes ces disciplines restent floues voire inexistantes.

JEROME CARDAN, mathématicien, est cité aujourd'hui à l'occasion des formules donnant une des racines de l'équation du $3^{ème}$ degré, elles furent à l'origine d'une querelle fameuse avec son compatriote Nicolo Tartaglia, querelle de priorité de publication dans laquelle, d'ailleurs, il ne joua pas le plus beau rôle ; néanmoins, et ce n'est pas la moindre contradiction d'un personnage à la fois orgueilleux et génial, il fut un mathématicien subtil et inventif : On lui doit à juste titre un certain nombre de découvertes qu'il publia en 1545 avec les célèbres formules dans un petit ouvrage intitulé ARS MAGNA (ce qui signifie LE GRAND ART, nom qui désignait à l'époque l'algèbre); il y reconnait la multiplicité des racines des équations : phénomène qui avait déjà auparavant été remarqué sur quelques équations du 2^{nd} degré particulières, mais Jérome fut le premier en Occident à avoir égard aux racines négatives qu'on avait toujours évitées et il constata la généralité de cette propriété. Les nombres complexes se trouvent pour la première fois dans l'ARS MAGNA (vous le verrez vous-même dans le texte proposé) et il opère sur celles-ci avec exactitude. On lui doit aussi plusieurs relations qui lient les racines aux coefficients de l'équation : "toute équation du $3^{ème}$ degré est divisible par l'inconnue diminuée de la racine; Le coefficient du second terme est égal à la somme des racines avec le signe changé". Pour illustrer le rapide portrait de cet étonnant personnage voici un...

TEXTE DE J.CARDAN

L'extrait proposé ici est le chapitre 37 de l'ARS MAGNA. cet ouvrage se trouve inclus dans les oeuvres complètes de CARDAN dont les 10 gros volumes écrits en latin se trouvent à la Bibliothèque Municipale de Reims et nous voulons à ce sujet adresser nos plus vifs remerciements à Mme Le Conservateur et à Mme Le Conservateur Adjoint qui nous ont permis de photographier cet ouvrage.

Pourquoi le chapitre 37 plutôt qu'un autre, et bien on y trouvera d'abord des problèmes dont les solutions sont des nombres négatifs, fait banal dira-t-on mais très nouveau à l'époque, ensuite, on y rencontrera, c'est là l'intérêt principal de ce chapitre, les premiers nombres complexes de l'histoire, enfin le tout se terminera sur une énigme !

COMMENT ECRIVAIT-ON L'ALGEBRE SOUS LA RENAISSANCE

Jusqu'au 15ème siècle l'algèbre était entièrement rhétorique c'est à dire que les calculs, les formules et les égalités étaient écrits en toutes lettres ; dans les équations l'inconnue était désignée en général par le mot *chose* (le terme provient des algébristes Arabes) ce qui donnait *res* en Latin, *cosa* en Italien et *coss* en Allemand.

A partir de la seconde moitié du 15ème siècle, on assiste en Occident à un essor assez général de l'algèbre dont l'école Italienne en sera le plus bel exemple. L'évolution des recherches amène chaque mathématicien à créer et à utiliser des notations abrègées, évidemment celles-ci varieront plus ou moins d'une personne à l'autre; elles seront appelées *notations cossiques* du nom de l'*inconnue* qui comme on l'a dit plus haut était désignée par *coss* en Allemand. Jérome Cardan obéit bien sûr à cette règle et son texte est émaillé de symboles cossiques :

$\tilde{m}$	pour	moins
$\tilde{p}$	pour	plus
℞	pour	Racine carrée
Pos	pour	Position : c'est un autre nom pour l'inconnue
carré	pour	l'inconnue élevée au carré
cube	pour	l'inconnue élevée au cube.

Il n'utilise aucun signe d'égalité ni de parenthése.

Voici le texte du chapitre 37 de l'ARS MAGNA. Il s'agit d'une traduction libre du passage corespondant de l'original en Latin. Vous trouverez à la suite quelques notes explicitant le contenu de chaque règle:

CHAPITRE XXXVII

La règle de la fausse position

REGLE I(1)

Cette règle est triple, en effet ou elle emploie m̃. ou cherche R.m̃. ou cherche ce qui n'est pas. Premièrement donc nous recherchons les solutions des questions, qu'il n'est pas permis par le moyen de p̃. de regarder comme de vraies choses, par exemple, si quelqu'un dit un carré est égal à 4. choses p̃.32. &, de la même façon, un carré est égal à 1. chose p̃. 20. alors si tu veux chercher la véritable valeur de la première chose c'est 8. , et dans la seconde question 5. mais si tu dis en retournant, un carré p̃.4. choses est égal à 32. & la chose sera 4. & dans l'autre ceci sera encore vraie, parce qu'un carré & une chose sont égales à 20. je dis donc, si 4.p̃. obéit à ces question, donc 4.m̃. est la valeur de 1 carré égal à 4. choses p̃. 32. & 1. carré est égal à 1. chose p̃.20. pour cette raison tu retournes les chapitres, comme nous avons dit dans le premier chapitre, & si par hasard c'est impossible, dans l'un et l'autre la question est fausse par p̃. & par m̃. & si c'est vrai par p̃. dans l'un, ce sera par m̃. dans l'autre, & de cette sorte d'espèce est cette question.

QUESTION I

La dot de l'épouse de François est de 100. pièces d'or de plus que le pécule de François, & la dot de son épouse multipliée par elle-même est de 400. pièces d'or de plus que le pécule de François multiplié par lui-même, on cherche la dot, & le pécule . Posons que François a une chose m̃. donc la dot de son épouse est, en pièces d'or 100. m̃. 1. chose, multiplie les parties par elles-mêmes, elle deviendront 1. carré & 10000. p̃.1 carré m̃.200. positions, la

m̃.1. pos.	100.m̃.1. pos.
1. carré	10000.p̃.1. quad.
	m̃.200.pos.
différence 10000.m̃.200.	
pos. égale à 400.	

différence de celles-ci [les parties aux carrés] est 400. pièces d'or, donc 1. carré p̃. 400. p̃.200. positions est égal à 10000. p̃. 1. carré, rejette les quantités communes, tu auras 9600. égal à 200. positions. Donc la chose est 48. & il possède autant en m̃. c'est à dire en débit, & la dot sera ce que reste jusqu'à 100. il va de soit 52. donc François avait 48. pièces d'or de débit, sans aucun capital ou pécule, & la dot de son épouse 52. pièces d'or & en opérant autrement tu pourrais parvenir à des questions difficiles, et inextricables. De cette telle espèce est encore cette question.

QUESTION II

Moi j'ai 12. pièces d'or de plus que François, & le cube des miennes est 1161. pièces d'or de plus que le cube de François, on pose 1. chose m̃. à François, moi j'ai 12. pièces d'or m̃. 1. position, élève au cube les parts, elles deviendront 1. cube m̃. & 1728. p̃. 36. carrés m̃. 432. choses m̃.1.cube, & la différence de celles-ci [aux cubes] est 1161. donc 1. cube m̃. p̃. 432. choses p̃. 1161. sera égal à 1728 .p̃. 36. carrés m̃. 1.cube, rejette m̃. 1. cube & 1161. de chaque partie, elle deviendront 432. choses égales à 36. carrés p̃.567. c'est pourquoi 1. carré p̃. 15 $\frac{3}{4}$, sont égaux à 12. choses, donc la chose est 1 $\frac{1}{2}$, &

François a eut ceci en m̃., & moi $10\frac{1}{2}$, en p̃. & autant de pièces d'or demandées.

QUESTION III

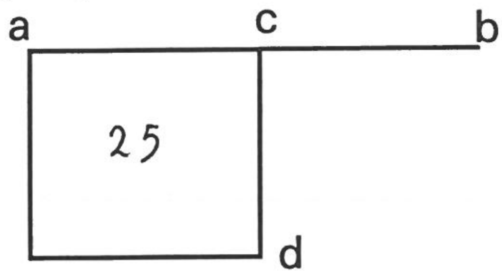
Et de la même façon , si je dis encore ainsi, mes pièces d'or sont 12. de p̃. que celles de François. Et le carré des miennes est 128. de m̃. que le cube des pièces d'or de François, nous donnerons une chose m̃. à François, et donc moi j'ai 12. pièces d'or m̃. 1. chose, & le carré des miennes sera 144. p̃.1. carré m̃. 24. choses, & ceci est égale à m̃. 1. cube p̃. 128. donc 16. p̃. 1. carré p̃. 1. cube, est égal à 24. choses. Et la chose sera 4.m̃. & François a d'autant de débit, quant à moi j'ai 8. pièces d'or de pécule.

REGLE II[2]

Le second genre de fausse position est par les racines m̃. Ici je donnerai un exemple, si quelqu'un dit, divise 10. en deux parts, de l'une d'elle multipliée par celle qui reste, il doit être produit 30. ou 40. il est manifeste que cette question est impossible, cependant nous nous en occuperons, nous séparerons 10. en parties égales, & la moitié de celui-ci est 5., multiplie la par elle-même elle devient 25. enlève de 25. ce qui doit être produit lui-même, comme 40. ainsi que je t'ai enseigné, dans le chapitre des opérations dans le quatrième livre, il vient le reste m̃.15. de qui la racine ℞. ajoutée & soustraite de 5. révèle les parts, qui multipliées mutuellement produisent 40., ce seront donc celles-ci, 5.p̃.℞.m̃.15. & 5.m̃.℞.m̃.15.

DEMONSTRATION

Donc afin qu'un véritable signification soit rendue manifeste pour cette règle, soit ab une ligne, qu'on suppose fixée à 10., et devant être partagée en deux parties, dont le rectangle[3] doit être 40. or 40. est aussi le quadruple de 10., ainsi nous voulons le quadruple de ab en entier, donc soit ad, le



carré de ac, moitié de ab, & de ad soit enlevé quatre fois ab, et pour nombre donc prend la ℞. de ce qui reste, si quelque chose subsiste, et ceci ajouté & soustrait de ac, montrera les parts; mais comme un tel reste est moins, pour cette raison tu te représenteras ℞. m̃ 15 qui est la différence de ad, & de quatre fois ab; ajoute la &

5.p̃.℞.m̃.15.
5.m̃.℞.m̃.15.
25.m̃.m̃.15. qui est 40.

diminue-la de ac, & tu possèderas la question, bien entendu 5 .p̃. ℞.v.25.m̃.40.[4] & 5. m̃. ℞.v.25.m̃.40. ou bien 5. p̃. ℞.m̃.15. & 5. m̃. ℞.m̃.15. multiplie 5. p̃. ℞.m̃.15. par 5. m̃. ℞.m̃.15. en laissant de côté les tourments moraux que ceci peut te causer, il vient 25.m̃.m̃.15. comme il y a p̃.15. donc par ceci est produit 40. cependant la nature de ad, n'est pas la même que la nature de 40. ni de celle de ab, parce que une superficie est éloigné de la nature du nombre & de la ligne, cette dernière cependant étant très proche de cette quantité, qui vraiment est sophistique, puisque par celle-ci, il n'est pas permis de pratiquer comme avec un pur m̃. ni avec d'autres opérations, ni de rechercher ce qui est. La règle est pourtant ainsi, car si tu fais en sorte d'ajouter le carré de la moitié du nombre au nombre à produire, & que de la ℞. de l'aggregat tu diminues et ajoutes la moitié de ce qui doit être partagé, les résultats obtenus ne conviendront pas. Un exemple, dans ce cas, partage 10. en deux parties, produisant 40. ajoute 25. le carré de la moitié de 10. à 40. soit 65. de la racine de ce dernier soustrait 5. & ajoute encore 5. tu auras conformément les parties ℞.65.p̃.5. & ℞.65.m̃.5. Mais ces nombres différents de 10. joints ne font pas 10 mais ℞.260. & jusque là avance la finesse arithmétique dont le terme est d'autant plus subtil qu'inutile

QUESTION IV

Fais de 6. deux parts, dont les carrés joints sont supposés 50. ceci est résolu par la première , et non par la seconde règle, il s'agit en effet d'un pur m̃. pour cette raison multiplie 3. moitié de 6. par lui-même il devient 9. dont tu diminues la moitié de 50. c'est à dire 25. il reste 16. dont la ℞.: 4. ajoutées & diminuées de 3. moitié de 6., donnent les parties 7. & 1. m̃. dont les carrés joints sont 50. & l'agrégat est 6.

QUESTION V

Par la même méthode est résolue cette question , fais de 6. deux parts, dont l'une multipliée par la partie restante est supposée produire m̃. 40.; multiplie 3. moitié de 6. par lui-même, il vient 9. ajoute à 40. il devient 49. dont la racine est 7. ajoute la à 3. moitié de 6. & soustrait la tu auras 10.p̃. & 4.m̃. qui, multipliés mutuellement produisent 40.m̃. & joints, font 6. ainsi 10.m̃. & 4.p̃. produisent 40.m̃. & joints, font 6.m̃. pour cette raison encore cette question dépend de pure m̃. & se rapporte à la première règle.

De ceci il est évident que si quelqu'un dit, fais de 6. deux parts, de qui par leur mutuelle multiplication est produit 40. la question est relative au m̃. sophistique, et dépend de la seconde règle. Et si il dit, fais de 6. deux parts, de qui par leur mutuelle multiplication est produit 40. ou bien de 6.m̃. est supposé faites deux parts produisant m̃. 40. l'une et l'autre façon sera une question de pur m̃., & dépendra de la première règle, & de telles parts seront celles qui ont été montrées, & si il dit, que de 6. m̃. soit faites deux parts, de qui le produit est 40.p̃. la question sera relative au m̃. sophistique, & se rapportera à la seconde règle, & les parts seront m̃.3. p. ℞.m̃.31. & m̃.3. m̃. ℞.m̃.31.

REGLE III[5]

Et nous pouvons rechercher une autre espèce de m̃., qui n'est ni un pur m. ni une ℞. m̃. mais quelque chose d'entièrement faux, & cette règle tient en quelque manière des deux en même temps, & je donnerai un exemple de ceci, c'est à dire:

QUESTION VI

$$\frac{1}{4}\,\Big|\,\tilde{\mathrm{m}}.\frac{1}{4}\,\Big|\,\tilde{\mathrm{m}}.\frac{1}{4}\ \tilde{\mathrm{m}}.\ \text{℞}.\tilde{\mathrm{m}}.\frac{1}{4}$$

Trouve trois nombres en rapport continu, dont la ℞. du premier soustraite du premier, fait le second, & la ℞. du second, soustraite du second, fera le troisième. Nous poserons donc le premier, 1. carré, & le second sera 1.carré m̃. 1. position, & le troisième sera 1. carré m̃. 1. position m̃. R. 1. carré m̃. 1. position, multiplie le premier par le troisième, & le second par lui-même, et tu obtiendras les quantités elles-mêmes, en opérant comme tu vois, et le produit de la première par la troisième, est m̃.$\frac{1}{16}$ p̃. R.$\frac{1}{64}$ qui est $\frac{1}{8}$ m̃. $\frac{1}{16}$ & il est obtenu autant en multipliant le second nombre par lui-même.

------- NOTES -------

(1) Dans cette règle et les questions I, II et III qui l'illustrent Cardan résoud des problèmes que se ramènent à des équations dont les solutions sont *négatives* et comme on l'a déjà dit ce dernier point fait la grande originalité de Jérome, en effet, excepté les recherches de quelques mathématiciens Indiens tous les algébristes antérieurs à Cardan qu'ils fussent européens, arabes ou grecs n'utilisèrent que des nombres positifs. Une des raisons en était que l'algèbre devait être justifiée par la géométrie qui ne connaissaient que des mesures de longueurs ou d'aires, considérer des nombres négatifs auraient conduit à concevoir des quantités plus petites que rien du tout: c'était inconcevable ! Cardan outrepasse cet interdit tout en restant méfiant vis à vis de ces nombres qu'ils appelle *nombres faux* ou *fictifs* et ainsi lorsqu'une équation à une solution négative il se ramène, voyez le texte, à un problême dont la solution est positive ou *vraie*.
Le texte de la règle I est un peu obscur et peut être traduit en langage moderne de la façon suivante : Si l'équation $ax^2 + bx = c$ a pour solution x_1 alors l'équation que J.Cardan appelle "retournée" a savoir $ax^2 = bx + c$ aura pour solution $-x_1$. Remarquer l'interprétation pratique que donne Jérome des quantités négatives dans les questions I, II et III.

(2) La règle II, la démonstration et les questions IV et V constituent une petite merveille puisque c'est le premier texte historique sur les nombres complexes. Comme c'est l'habitude chez les mathématiciens de l'époque, J.CARDAN tente de justifier géométriquement les nombres complexes, qu'il appelle *sophistiques,* le résultat n'est pas très clair! On peut hasarder que cela a dû lui donner quelques intellectuels tourments.

(3) *rectangle* correspond au produit de deux nombres: C'est une allusion au fait que l'aire d'un rectangle est obtenue en faisant le produit de deux nombres représentant sa longueur et sa largeur, c'est encore un souvenir de la géométrie grecque.

(4) *℞. v.25.m̃.40* C'est une notation cossique propre à cardan elle se lit *Racine Universelle de 25 moins 40* son caractère *Universelle* signifie qu'il faut d'abord calculer 25 - 40 puis prendre la racine carrée du résultat: ceci a un rôle de parenthèse en fait.

(5) La règle III: On y trouve quelque chose "d'entièrement faux" selon les paroles mêmes de CARDAN et en effet le calcul n'est pas exact, mais ne faut il pas y voir plutôt quelque chose de "supérieurement négatif", une espèce de troisième cas de négativité après les deux premières règles, Geneviève Kientz m'a fait remarqué que le résultat était vrai si on prenait $\sqrt{\frac{-1}{4}} = \frac{-1}{2}$, mais peut être est-ce tout simplement une erreur ?

EN GUISE DE CONCLUSION

Pourquoi ce titre "*La règle de la fausse position*" ? On peut hasarder cette interprétation : *position* signifie chez CARDAN l'*inconnue* ; *fausse* signifie *négative* donc la règle de la fausse position pourrait vouloir dire *règle de l'inconnue négative*.

------- BIBLIOGRAPHIE -------

Origine du texte :

Ars Magna 1545 in
OPERA CARDANI, Lugdunum, 1663

Pour la vie de Cardan et son époque on pourra lire une des premières autobiographie de l'histoire écrite par Cardan lui-même et rééditée récemment; c'est un ouvrage passionnant qui ne manque pas de détails piquants sur le personnage:

Ma Vie
J.Cardan, Edition Belin, 1991

Pour une vue d'ensemble de l'histoire de l'algébre :

Une histoire des mathématiques, Routes et dédales
A. Dahan-Dalmedico / J. Peiffer
Collection Points, Sciences, Editions du Seuil

J.Claude PENIN
Groupe Histoire Des Mathématiques
IREM De Reims.

vecteur

SOMMAIRE DU NUMERO UN (1992)

ACADEMIE DE REIMS

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Moulin de la Housse - B.P. 347 - 51062 REIMS Cédex

vecteur

ACADEMIE DE REIMS

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Moulin de la Housse - B.P. 347 - 51062 REIMS Cédex

ABONNEZ-VOUS !

FAITES ABONNER VOTRE ETABLISSEMENT !

prix du numéro : 20 F

abonnement (deux numéros par an) : 30 F

<u>Vecteur</u>

Bulletin d'abonnement à renvoyer à :

IREM de REIMS, Moulin de la Housse, BP 347 51062 REIMS CEDEX

accompagné du règlement par chèque ou d'un bon de commande officiel.

NOM.......................... Prénom........................

Etablissement...

Adresse de l'établissement..................................

Code postal et Ville..

Mode de réglement : Chèque bancaire
Chèque postal Virement administratif sur facture

N.B. : l'abonnement débute au prochain numéro.

Bon de commande d'anciens numéros à renvoyer à :

IREM de REIMS, Moulin de la Housse, BP 347 51062 REIMS CEDEX

accompagné du règlement par chèque ou d'un bon de commande officiel.

NOM.......................... Prénom........................

Etablissement...

Adresse de l'établissement..................................

Code postal et Ville..

Entourez les numéros demandés : 1 2 3
Soit ..... numéros à 20 F l'un d'où un montant total de ..... F

Mode de réglement : Chèque bancaire
Chèque postal Virement administratif sur facture

La demande sera satisfaite dans la limite des stocks disponibles

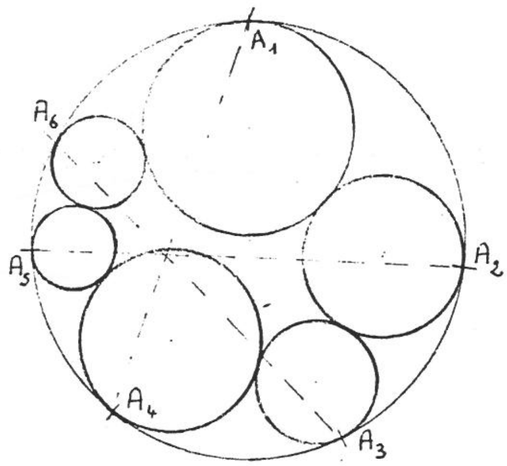
<u>Vecteur</u>

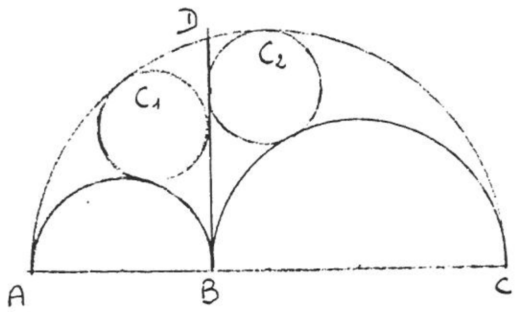
COURRIER

Philippe Deleham de Reims, très intéressé par l'article de J.C.Daniel sur les porismes de Steiner paru dans le numéro 2 , nous a fait parvenir les résultats suivants:

Le théorême des sept cercles

Si six cercles sont tangents intérieurement à un septième en A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 de telle façon que chacun d'eux soit tangent extérieurement à deux autres, alors les droites A_1A_4 A_2A_5 et A_3A_6 sont concourantes.





Proposition V des lemmes d'Archimède

On considère les trois demi- cercles de diamètre respectif AB, BC, AC. Si la perpendiculaire à AC passant par B coupe le dernier demi-cercle en D, alors les deux cercles tangents(*) C_1 et C_2 ont le même rayon.

(*) Chacun des cercles est tangent à BD et à 2 demi-cercles

Nous attendons vos démonstrations !

Marne :	Patrick PERRIN Lycée Georges Clémenceau 46 avenue Georges Clémenceau 51096 REIMS Cédex **FAX :** 26.85.35.04
Ardennes :	Regis DEBARGE Lycée Parc du château de Montvillers 08140 BAZEILLES **FAX :** 24.27.43.27
Aube :	Brigitte CHAPUT Lycée Edouard Herriot 10300 SAINTE- SAVINE **FAX :** 25.75.63.15
Haute-Marne :	Jean-Claude DANIEL Lycée Edmé Bouchardon 16 rue Youri Gagarine 52012 CHAUMONT Cédex **FAX :** 25.32.15.90
I.R.E.M.	**TEL :** 26.05.32.08 **FAX :** 26.85.35.04

vecteur

SOMMAIRE DU NUMERO TROIS (1992)

ACADEMIE DE REIMS

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Moulin de la Housse - B.P. 347 - 51062 REIMS Cedex