I R E M   D E   R E I M S
Moulin de la Housse - 51100 REIMS

TOME 1

A U T O N O M I E   E T   M A T H E M A T I Q U E S
E N   S E C O N D E

BILAN D'UNE EXPERIENCE

§§§§§§§§§§§§§§

Elément de réflexion sur une expérience de travail autonome en classe de Seconde

par Michèle ARSENE - André ARSENE - André THIEBAULT

participant au programme national d'innovation intitulé: "Développement du travail personnel des élèves dans les enseignements scientifiques".

1985 - 1986

Le document qui suit contient un compte-rendu de l'expérimentation que nous menons depuis 3 ans en classe de Seconde.

Dans tout le texte, pour simplifier, nous avons remplacé l'expression "Travail Autonome" par T.A.

Nous avons voulu ce compte-rendu simple et court. Les Professeurs désirant approfondir ce thème ou obtenir d'autres documents sont invités à s'inscrire au stage qui sera proposé en 1986 - 1987 par notre équipe.

Comment nous sommes venus au T.A

Un certain nombre de questions se posent à tout enseignant, en particulier en classe de Seconde :

Comment étudier tout le Programme, à un bon niveau, pour ne pas défavoriser les meilleurs élèves ?. Comment faire travailler les faibles à leur rythme, sans laisser "traîner" les meilleurs qui perdraient ainsi l'habitude de l'effort ?. Comment trouver le temps de faire du rattrapage pour les élèves en situation d'échec ?. Comment adapter les apprentissages aux possibilités des élèves ?. Comment trouver le temps de faire acquérir de bonnes méthodes de travail dans le peu de place que nous laisse un programme démesuré ?. Comment ne pas dégoûter les élèves faibles en les faisant travailler toujours au-dessus de leurs moyens ?. Comment tenir compte des difficultés de chaque élève (problèmes psychologiques, absences, etc..)?.

Le T.A nous a semblé un moyen de répondre à ces questions dans un sens favorable à une pédagogie mieux adaptée aux objectifs suivants :

1 - Finir le Programme avec tous les élèves en déterminant pour chaque élève un "niveau d'approfondissement" variable suivant ses capacités et ses souhaits d'orientation.

2 - Libérer le Professeur du tableau ce qui lui permet de suivre chaque élève de plus près, de repérer les élèves en difficulté, de donner des conseils personnalisés (méthodes, etc...)

3 - Lutter contre l'hétérogénéité des classes et prendre en compte les différences de rythme entre les élèves.

4 - Lutter contre la passivité et le manque de motivation des élèves : Un élève qui se contente de subir les cours ne peut pas progresser.

5 - Favoriser les échanges entre les élèves (la confrontation des points de vue est un outil de travail très efficace), utiliser toutes les ressources psychologiques du travail en groupe (socialisation - solidarité - émulation - entraide - etc.....)

6 - Répondre à des problèmes ponctuels gênants (élèves malades, absents,.....)

7 - Permettre aux élèves de travailler au maximum de leurs possibilités.

8 - Pouvoir donner à chacun des conseils sur les méthodes de travail (organisation, classeur, choix des exercices, présentation, grammaire, etc....) en plus de l'aide purement mathématique .

9 - Donner aux plus faibles des moyens de se valoriser (exercices adaptés, progressifs) et de rattraper leurs lacunes (fiches de récupération....)

10 - Tenter de dédramatiser les contrôles en favorisant une évaluation formative.

11 - Rendre les élèves plus responsables par rapport à leur travail, leur apprendre à se prendre en charge, à s'auto-évaluer, etc... ce qui peut aboutir à une meilleure orientation.

12 - Utiliser de façon optimale le manuel de l'élève mais aussi leur apprendre à travailler sur d'autres documents (lutter contre l'accoutumance à un livre ou à un Prof).

13 - Rendre aux élèves le goût des mathématiques en valorisant les progrès et les réussites.

14 - Favoriser les activités de transfert pour rendre les élèves de plus en plus autonome.

Conditions préalables à la mise en place du T.A

Le Professeur doit connaître parfaitement le programme de la classe (éviter de lancer le T.A sur un sujet mal connu : professeur débutant ou nouvelle classe ou nouveau programme....)

L'effectif de la classe doit être raisonnable. La qualité du T.A sera meilleure avec 25 élèves qu'avec 40 (où il devient presque impossible) car l'évaluation du travail est très importante.

Le T.A ne se fait pas en plus du travail habituel, mais à la place et ne nécessite aucun moyen supplémentaire.

Le T.A se fera dans de meilleures conditions si le professeur peut disposer d'une salle où resteront entreposés tous les documents et matériels nécessaires (manuels, annales, micro-ordinateurs....).

Le T.A peut se faire à tous les niveaux du Second Cycle (Seconde, Première, Terminale), mais en prenant des précautions pour chaque niveau : Un élève de Seconde ne réagit pas comme un élève de Terminale et les impératifs du bac ne sont pas ceux du passage en 1ère.

Le T.A peut prendre des formes très variées et toute activité devra être bien adaptée au public à qui elle s'adresse. Par exemple, on ne donnera pas le même type de travail pour un effort individuel ou pour une réalisation de groupe.

L'Autonomie n'est pas innée, mais nécessite un apprentissage. Une période d'adaptation est nécessaire à chaque niveau. On ne fait pas 1 heure de T.A dans l'année. Cela n'a aucun sens.

On peut associer le T.A au cours traditionnel et partager le programme entre les deux méthodes.

La présence d'une photocopieuse dans l'Etablissement est un outil très efficace.

Le travail en équipe de plusieurs professeurs est souhaitable (harmonisation des objectifs, partage du travail, etc...). Ceci n'est pas toujours facile.

L'utilisation des "notes" doit être réfléchie (difficultés avec certaines Administrations qui ne connaissent que les moyennes) si on veut conserver l'objectif de dédramatisation des contrôles.

Il peut être intéressant à certains moments de travailler en groupes de niveau (classes trop hétérogènes ou trop chargées).

Quelques principes qui nous semblent importants

Nous ne sommes pas là pour travailler (nous les Professeurs) mais pour faire travailler (les élèves).

Nous ne sommes pas là pour faire des mathématiques mais pour en faire faire.

Les élèves ne sont pas là pour nous voir faire des mathématiques, mais pour en faire.

Subir un cours n'est pas faire des mathématiques.

Faire des mathématiques, c'est participer à des actes mathématiques concrets (dessiner....) et abstraits (rechercher une stratégie pour un problème.....)

A ne pas faire :

- Dire à un élève qu'il est nul.
- Mettre en exergue un trop bon élève.
- S'occuper surtout des meilleurs.

A faire :

- Faire participer l'élève à l'élaboration du cours.

- Repérer l'élève en difficulté avant qu'il ne se décourage.

- Valoriser la moindre réussite, surtout chez les élèves moyens ou faibles.

- Donner à chaque élève la possibilité de faire des exercices qu'il peut réussir.

- Encourager la recherche personnelle toujours valorisante.

- Encourager l'entraide entre les élèves (expression verbale et déblocage des timides).

- S'occuper de tous (de façon directe ou indirecte : On passe quelquefois par l'intermédiaire d'un camarade).

Des réflexions qui s'imposent

Le principe énoncé : faire faire des maths plutôt que de montrer des maths se heurte , il faut le reconnaître au sentiment qu'avec certains élèves ce n'est pas possible. La distorsion formidable entre les ambitions affichées des programmes et les capacités des élèves les plus faibles, pousse bon nombre d'enseignants à préférer le dressage à une authentique formation. La volonté de faire acquérir les mécanismes de base tourne au conditionnement. L'enseignement se réduit alors à une suite de trucs et de recettes qui en appellent de nouvelles à la manière d'une drogue. Quelle autonomie l'élève a-t'il alors par rapport à ses savoir faire. Les exercices de transfert de connaissance sont bien souvent absents des évaluations traditionnelles. Il faut noter que les techniques de travail autonome peuvent être utilisées au service d'une volonté souvent inconsciente de conditionner les élèves. Il ne s'agirait alors que d'une perversion de la méthode.

Le travail autonome représente un risque pour l'enseignant qui va découvrir de façon permanente, à travers un dialogue plus personnel avec chaque élève la distance entre ses objectifs et la réalité. Il est sûr que beaucoup de maîtres répugnent à regarder en face cette réalité des acquis de leurs élèves (y compris les bons !). C'est dommage car une plus grande lucidité en la matière conduirait à une lecture très différente des programmes et à une attitude nouvelle face au "saucissonnage" des connaissances proposées dans les manuels.

La pratique du travail autonome permet la remise en cause des a priori qui accompagnent les pratiques traditionnelles. Un élève qui se prend en charge seul ou en groupe à travers l'étude (par exemple) d'un sujet ouvert va produire des choses qui surprendront les plus blasés (voir plus loin).

Les élèves les plus faibles sont capables de s'investir dans ce qu'ils produisent à partir du moment où les objectifs poursuivis sont adaptés. Ces objectifs peuvent porter sur les comportements car l'évaluation du travail n'est pas seulement chiffrée (il ne s'agit pas pour autant de renoncer à la note ou de lui faire dire n'importe quoi).

La pratique du travail autonome n'est pas non plus l'ultime recours des causes perdues. C'est la prise en compte de toutes les étapes qui conduisent au savoir. Pour les bons élèves il ne s'agit pas d'un risque mais d'une chance supplémentaire. Les obstacles s'ils existent sont moins à rechercher dans le niveau ou les capacités des élèves que dans la conviction des enseignants de transmettre quelque chose de durable à travers un cours bien structuré. Il ne convient pas d'opposer les démarches mais le plus "joli" des cours gagne en efficacité lorsqu'il répond à une attente.

Ajouter à celà que les documents utilisables pour le T.A pour l'instant les manuels s'adressent, même lorsqu'ils font l'effort d'être attrayants à une frange réduite d'élèves. les documents sont donc en grande partie à inventer. Ce besoin justifie à lui seul l'effort de promotion de pratiques qui supposent la collaboration de tous.

Comment nous travaillons :

La Préparation

Il faut réfléchir suffisamment à l'avance à la partie du programme qui va être traitée en T.A.

Il faut définir pour chaque notion à étudier :

- le "noyau", indispensable à tous les élèves quel que soit leur niveau et leur orientation future,

- les notions qu'il faudra approfondir et celles qui resteront au stade du débroussaillage (variable suivant les élèves),

- les objectifs à atteindre,

- le type d'évaluation (test d'auto-évaluation, contrôle du travail et des acquis, rattrapage..)

- les méthodes d'approche (travaux dirigés, travail personnel, cours, synthèse,.......)

La Réalisation

Les Travaux Pratiques précèdent le cours :

- Les élèves doivent manipuler pour pouvoir conceptualiser (voir travaux de Piaget)*. Les élèves s'imprègnent de l'ensemble des notions avant la passage à la conceptualisation.

- Les élèves "savent des choses". Il faut en tirer profit (On peut leur demander de faire tourner un objet autour d'un point sans avoir traité le chapitre des rotations).

- Faire des mathématiques conduit à apprendre des mathématiques (la réciproque est souvent fausse.

- Les T.P doivent être "faisables" par tous les élèves, donc très progressifs, bien expliqués, motivants,......

- Il doivent permettre un bon "débroussaillage" du chapitre qui va suivre (mobilisation des prérequis, découverte progressive des principaux résultats,......)

- Ils préparent, favorisent et accélèrent la conceptualisation de la notion.

*Voir publication IREM de REIMS sur : "Piaget et les mathématiques au collège".

Le "Cours" est mort. Vive la "Synthèse".

- Les élèves doivent savoir où on veut les conduire :

- Le Professeur établit la liste des objectifs à atteindre et communique cette liste aux élèves au moment où il le juge nécessaire. Les élèves pourront ainsi à tout moment comparer ce qu'ils savent et ce qu'ils devraient savoir, ce qui permet de les responsabiliser et de les aider à se prendre en charge (Au début, les élèves rangent soigneusement ces objectifs et "oublient" de les utiliser. Il y a là un apprentissage à faire).

- Le Professeur établit un plan de travail très précis qu'il communique aux élèves (Autonomie ne signifie pas anarchie) ainsi qu'un calendrier à respecter pour l'avancement du travail : les élèves savent ainsi comment ils vont accéder "au cours" (travail personnel sur le livre ou bien cours fait au tableau avant passage aux exercices ou bien synthèse après les exercices....).

- Les élèves savent quels exercices leurs sont conseillés. Ces exercices sont classés en fonction de leur niveau, de leur difficulté, en fonction aussi des souhaits d'orientation des élèves......

- Les élèves doivent apprendre à gérer leur temps (travail en classe, travail à la maison, etc...) (C'est difficile au début) et leur travail (choisir les exercices en fonction des objectifs, ne pas faire trop d'exercices de même type, faire suffisamment d'exercices, etc...).

- Le Professeur doit être partout à la fois, répondre à n'importe quelle question, conseiller, écouter,..........

- Lorsque le moment est venu (date fixée à l'avance au moment jugé opportun) il est bon de reprendre avec toute la classe les notions importantes rencontrées, les démonstrations utiles, les points difficiles (C'est ce que nous appelons la SYNTHESE). Cette synthèse est très liée à la classe que nous avons en face de nous (niveau, intérêt, questions posées, etc....) et il est impossible de l'écrire d'avance dans un manuel.

Evaluation

Les élèves doivent savoir clairement dès le départ comment leur travail sera évalué (devoir de contrôle classique à une date fixée à l'avance, note mise sur un dossier rendu par un groupe, note d'exposé.....) Il est possible de négocier avec les élèves les critères d'évaluation. Là encore, on retrouve le souci de responsabilisation.

Les élèves doivent savoir où ils en sont à chaque instant. Il faut leur donner les moyens de s'auto-évaluer (auto-tests ou références à des manuels avec exercices résolus....)

L'évaluation doit d'abord être formative. les élèves doivent avoir la possibilité de s'auto-évaluer avant les devoirs de contrôle (évaluation sommative). Remarquons en passant que les "interro-écrites-surprises" n'ont pas tellement leur place dans ce système puisque les élèves ne travaillent pas tous au même rythme, ni forcément sur le même sujet en même temps.

Pour que l'évaluation soit tout à fait formative il faut que les élèves aient la possibilité de retravailler ce qui a été source d'échec dans les contrôles (fiches de correction, fiches de récupération....) et de faire des devoirs de "rattrapage".

EN RESUME : On peut retrouver approximativement le même déroulement sur chaque grand chapitre du programme :

1ère phase : Travaux Pratiques d'approche, pour tous les élèves de la classe.

2ème phase : Travail personnel des élèves, s'appuyant sur un "plan de travail", pour l'étude du cours et la recherche des exercices. Le Professeur suit individuellement les élèves et répond à leurs demandes.

3ème phase : Synthèse au tableau, faite par le Professeur, à partir du travail fait dans la 2ème phase.

4ème phase : Auto-évaluation des élèves (auto-test, exercices corrigés du manuel , etc.....)

5ème phase : Contrôle sommatif

6ème phase : Correction du contrôle. Constitution de fiches d'erreurs, etc.......

7ème phase : Le Professeur donne aux élèves qui en ont besoin des "fiches de récupération" pour leur permettre de retravailler les notions non comprises.

8ème phase : Devoir de récupération pour contrôler la 7ème phase et permettre aux élèves de "rattraper".

Remarques :

1) Ce schéma peut varier assez considérablement d'un chapitre à l'autre, d'un professeur à l'autre, d'un élève à l'autre. Il faut conserver une grande souplesse.

2) Les phases 1 - 2 - 3 tentent de tenir compte du schéma énoncé par PIAGET : Assimilation puis accommodation puis équilibration.

3) La plupart du temps, les meilleurs élèves ne passent pas par les phases 6 - 7 - 8. C'est inutile.

5) Dans le chapitre "Produit scalaire", certains élèves se sont arrêtés à la 1ère phase et cela leur suffisait largement.

6) En trigonométrie, un "mini-cours" sur le radian a été fait avant les T.P. Après les T.P le cours n'est plus indispensable, il est implicite.

Les documents qui suivent sont proposés à titre d'exemples, pour illustrer ce qui vient d'être dit.

1°) La fiche de T.P précède l'ensemble du chapitre. Elle ne remplace pas le cours et les exercices mais elle met les élèves en contact avec les éléments essentiels qui vont suivre.

Elle permet une prise de conscience des propriétés et des concepts. Le cours sera ainsi facilité car il consistera en une remise en ordre de choses déjà un peu connues.

Tous les élèves de la classe font ce T.P (On peut parler de débroussaillage de la notion). Sur certains chapitres, quelques élèves en resteront là (produit scalaire par exemple) car ils ne sont pas capables d'en faire plus.

Nous proposons, à titre d'exemples, 2 fiches de T.P préparant la Trigonométrie. On remarquera que ces fiches préparent aussi les Fonctions et les Transformations dans le Plan (sans le dire)

2°) Le Plan de travail.

Il contient les objectifs, les références du cours (voir livre page.....), les références des exercices (N°..., page...), ces exercices étant classés (ce n'est pas toujours facile) par niveau de difficulté (facile, moyen, difficile) et par objectif d'orientation (pour tous, pour 1ère S, 1ère G...). Nous joignons à titre d'exemple le plan de travail donné pour la Trigonométrie.

3°) L'auto-test

Il est donné en même temps que le plan de travail, souvent sur la même feuille. Quand les élèves se sentent "prêts", ils le font (Ils n'y pensent pas en début d'année mais ils deviennent très demandeurs ensuite).

Le contenu et la structure de l'auto-test sont très proches du devoir de contrôle de façon que l'élève puisse vraiment savoir où il en est dans sa progression.

Nous joignons à titre d'exemples 3 auto-tests proposés avec le chapitre "Relation d'ordre". Les élèves ne sont pas obligés d'attendre d'avoir étudié l'ensemble du chapitre pour se mesurer aux "auto-tests". Nous en avons fait un pour chaque sous-chapitre.

4°) La fiche de récupération :

Elle est donnée, aux élèves qui en ont besoin et à eux seulement, après le contrôle sommatif, de façon à leur permettre une mise au point des notions non comprises, et de s'exercer à nouveau.

Pour un même devoir, on peut imaginer plusieurs fiches de récupération sur des notes très ponctuelles.

Il n'est pas question de donner ces fiches à la demande avant le devoir, car ce n'est pas en submergeant les élèves de fiches qu'on les aidera, et ce ne sont pas les élèves qui en ont besoin qui les réclament.

Pour que ces fiches de récupération rendent l'évaluation réellement formatives, elles doivent être suivies d'un devoir de rattrapage facultatif.

Nous proposons à titre d'exemples deux fiches de récupération : une en Algèbre (Puissances) et une en Géométrie (Thalès).

TRAVAUX PRATIQUES RADIAN TRIGONOMETRIE 1

I. Graduation d'un disque

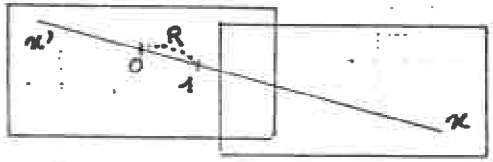
À la maison

1. Dessinez un cercle de rayon R sur du carton souple ou équivalent et découpez le disque obtenu très soigneusement.
Si le groupe comporte plusieurs élèves, chacun d'eux prendra une valeur de R différente des autres.
Par exemple un élève prendra R = 5 cm, un autre R = 6 cm etc.

2. Tracez une droite (x'x) sur une feuille et graduez là de telle sorte que l'unité vaille R.
Graduez là de 0,5 unité en 0,5 unité.
(Vous pourrez avoir besoin de plusieurs feuilles)

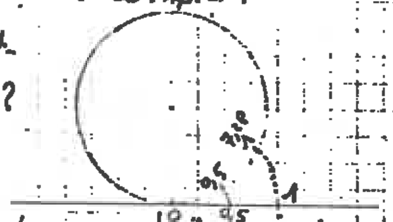
(OBSERVEZ BIEN LES DESSINS ET LISEZ BIEN LES PHRASES, CHAQUE MOT EST IMPORTANT)

ATTENTION !



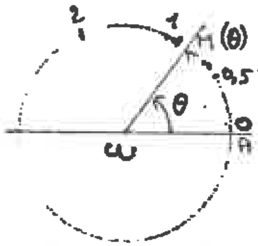
En classe

3. Faites rouler le disque sur la droite (x'x) en notant sur ce disque au fur et à mesure les graduations rencontrées sur la droite.
En roulant dans le sens positif (de gauche à droite) on notera les graduations en bleu - puis en vert dans le sens négatif.
— que se passe-t-il au bout d'un tour complet ?
— En continuant à faire rouler le disque, quels nombres obtient-on à l'emplacement des graduations du premier tour ?
- notez les sur le disque.



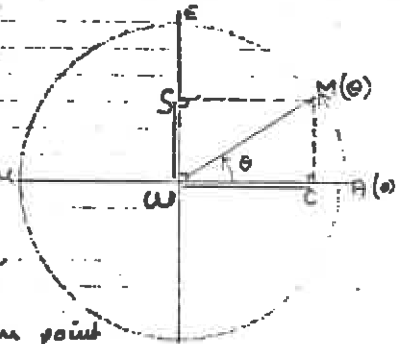
— Pour les graduations du deuxième tour, est-il nécessaire de continuer à faire rouler le disque ?

4. Prenez le disque gradué
soit ω le centre du disque et A le point correspondant à la graduation 0 (zéro)



A chaque graduation correspond un arc $\overset{\frown}{AM}$ dont la mesure en radian est précisément la valeur que vous avez notée.
Donc à tout point M du disque correspond une valeur θ en radian, c'est la mesure de l'arc orienté $\overset{\frown}{AM}$
— Au fait, peut on parler de "la" mesure de l'arc $\overset{\frown}{AM}$?

II. Projections et graphiques



Tracez deux axes perpendiculaires passant par le centre du disque et dont l'un passe par A, origine sur le cercle (graduation 0)

Projetez orthogonalement M sur (ωA) en C, puis sur (ωE) en S.

A chaque graduation correspond un point M du disque et à chaque point M du disque correspond sa projection orthogonale C sur (ωA) et S sur (ωE).

1. En prenant les valeurs θ (en radian) notés sur votre disque, remplissez les tableaux de valeurs : $\begin{array}{c|c} \theta & \text{-----} \\ \hline \overline{\omega C} & \text{-----} \end{array}$ et $\begin{array}{c|c} \theta & \text{-----} \\ \hline \overline{\omega S} & \text{-----} \end{array}$

2. Représentez graphiquement les applications correspondantes : $\theta_{rd} \longrightarrow \overline{\omega C}$ et $\theta_{rd} \longrightarrow \overline{\omega S}$
précisez les ensembles de départ et d'arrivée.

3. Le choix des disques a-t-il de l'importance ? pourquoi ?

4. Prenez votre calculatrice et vérifiez que certains couples $(\theta, \overline{\omega C})$ ou $(\theta, \overline{\omega S})$ correspondent à ceux obtenus en calculant $(\theta, \cos\theta)$ ou $(\theta, \sin\theta)$.
[attention ! passez d'abord en position "rad" (radian), puis tapez θ $\boxed{\cos}$ ou θ $\boxed{\sin}$, vous avez le résultat immédiatement]
[sur certaines machines il faut taper θ $\boxed{2nd}$ $\boxed{\sin}$]

5. Vous avez obtenu des graphiques par points.
A-t-on le droit de relier deux points consécutifs par un trait ?
exemple : vous avez $M_1 \longrightarrow \theta_1 = 0,5 \longrightarrow \sin\theta_1 = 0,479$
$M_2 \longrightarrow \theta_2 = 1 \longrightarrow \sin\theta_2 = 0,841$
tracez $[M_1M_2]$ et calculez $\sin\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)$
placez le point $I\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}, \sin\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)\right)$
I est-il sur $[M_1M_2]$?
conclusion ?

6. Vous allez compléter vos courbes en prenant le plus possible de valeurs intermédiaires θ avec votre calculatrice. Vos courbes sont de plus en plus précises.
— Mais il y a toujours des trous ....
— Peut on imaginer qu'il n'y ait plus de trous ?

Rappelons que mes $(\widehat{\omega A, \omega M})$ = mes $\overset{\frown}{AM}$ = θ par convention

$\overline{\omega C}$ s'appelle le cosinus de θ donc $\cos\theta = \overline{\omega C}$
$\overline{\omega S}$ s'appelle le sinus de θ donc $\sin\theta = \overline{\omega S}$

Vous avez remarqué que : $-1 \leq \sin\theta \leq +1$
et $-1 \leq \cos\theta \leq +1$

TRAVAUX PRATIQUES SYMETRIES TRIGONOMETRIE 2

I ① Comment trouve-t-on le symétrique d'un point M dans la symétrie orthogonale S_Δ d'axe Δ ?

dessinez le! ×M Δ

② même question avec la symétrie centrale S_O de centre O.

×O

×M

③ même question avec la rotation $R(O,\frac{\pi}{6})$ d'angle $\frac{\pi}{6}$ et de centre O.

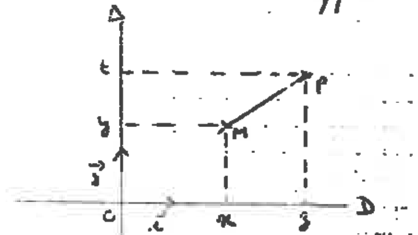
×O

×M

II Tracez 2 axes perpendiculaires D et Δ et prenez un repère sur chaque axe, $(O,\vec{i})$ sur D et $(O,\vec{j})$ sur Δ tels que $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$

On pourra prendre 5 cm pour l'unité!

— Comment s'appelle un tel repère?



Soient M(x,y) et P(z,t) 2 points quelconques du plan.
Soit S_D et S_Δ les symétries orthogonales autour de D et Δ respectivement et S_O la symétrie centrale de centre O.

① trouvez les coordonnées de M_1 et P_1 symétriques de M et P par S_D
On convient d'écrire : $S_D : M(x,y) \longmapsto M_1(x_1,y_1)$
ce qui signifie :
le point M_1, de coordonnées x_1 et y_1, est l'image du point M de coordonnées x et y dans la symétrie orthogonale d'axe D

On en déduit : $S_D \left| \begin{array}{l} x_1 = \dots \\ y_1 = \dots \end{array} \right.$ (faites un dessin)

De même trouvez les coordonnées de M_2 et P_2 symétriques de M et P par S_Δ et les coordonnées de M_3 et P_3 symétriques de M et P par S_O.

On en déduit : $S_\Delta \left| \begin{array}{l} x_2 = \dots \\ y_2 = \dots \end{array} \right.$ $S_O \left| \begin{array}{l} x_3 = \dots \\ y_3 = \dots \end{array} \right.$

Dessinez sur le dessin précédent : $[M_1\ P_1]$, $[M_2\ P_2]$, $[M_3\ P_3]$

On obtient ainsi une méthode pour trouver les images d'un point par les symétries S_D, S_Δ, S_O.

Exemple : soit M(−1, 4) et P(4, −1)
Trouvez les coordonnées de $M_1, M_2, M_3, P_1, P_2, P_3$ images respectives de M et P par S_D, S_Δ, S_O.

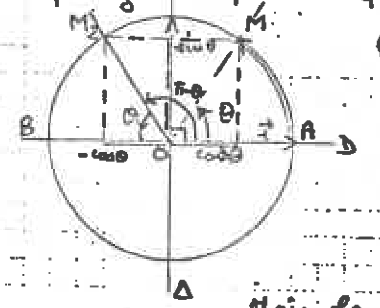
Dessinez $[M_1\ P_1]$, $[M_2\ P_2]$, $[M_3\ P_3]$

⑤ soit $R(O,\frac{\pi}{2})$ la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

on note $R(O,\frac{\pi}{2}) : M(x,y) \longrightarrow M_4(x_4,y_4)$

complétez $R \left| \begin{array}{l} x_4 = \dots \\ y_4 = \dots \end{array} \right.$

III ① Dessinez un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ et le cercle trigonométrique de centre O.
prenez un point M quelconque tel que $\widehat{AM} = \theta$



① dessinez le point M_2 tel que :

$M_2 = S_\Delta(M)$ (image de M par S_Δ)

M a pour coordonnées x et y
l'angle $\widehat{M_2OB}$ vaut θ et $\widehat{AOM_2} = \pi - \theta$
On remarque :

$M \left| \begin{array}{l} x = \cos\theta \\ y = \sin\theta \end{array} \right.$ $M_2 \left| \begin{array}{l} x_2 = \cos(\pi-\theta) \\ y_2 = \sin(\pi-\theta) \end{array} \right.$

Mais la symétrie S_Δ nous indique (voir ①) :

$M_2 \left| \begin{array}{l} x_2 = -x \\ y_2 = y \end{array} \right.$ donc $M_2 \left| \begin{array}{l} x_2 = -\cos\theta \\ y_2 = \sin\theta \end{array} \right.$

On en déduit : $\left| \begin{array}{l} \cos(\pi-\theta) = -\cos\theta \\ \sin(\pi-\theta) = \sin\theta \end{array} \right.$ calculez $\tan(\pi-\theta)$.

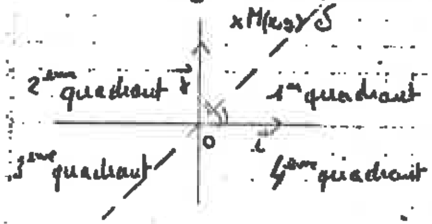
② En prenant modèle sur l'étude précédente, compléter les pointillés avec $\sin\theta$, $-\sin\theta$, $\cos\theta$ ou $-\cos\theta$.

$\sin(-\theta) = \dots$	$\sin(\pi+\theta) = \dots$	$\sin(\frac{\pi}{2}+\theta) = \dots$
$\cos(-\theta) = \dots$	$\cos(\pi+\theta) = \dots$	$\cos(\frac{\pi}{2}+\theta) = \dots$
$\tan(-\theta) = \dots$	$\tan(\pi+\theta) = \dots$	$\tan(\frac{\pi}{2}+\theta) = \dots$

Application numérique : si $\theta = \frac{\pi}{6}$ alors $\sin\frac{\pi}{6} = \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) = \sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$

calculez de même : $\cos\frac{2\pi}{3}$, $\sin\frac{7\pi}{6}$, $\tan(-\frac{\pi}{4})$

③ Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ tracez la bissectrice δ du 1er quadrant.



Refaites toute l'étude précédente
— image $M_5(x_5,y_5)$ de M(x,y) par S_δ
$x_5 = \dots$
$y_5 = \dots$
$\sin(\frac{\pi}{2}-\theta) = \dots$ $\cos(\frac{\pi}{2}-\theta) = \dots$
$\tan(\frac{\pi}{2}-\theta) = \dots$

TRIGONOMETRIE
Plan de travail

I Arcs et angles.

OBJECTIFS:
- Connaître la notion d'angle orienté et d'arc orienté.
- Être capable de calculer la longueur d'un arc.
- Ne pas confondre par exemple la longueur d'un arc en centimètres et sa mesure en radians ou en degrés ou en grades.
- Connaître la formule donnant la longueur du cercle.
- Connaître la définition du cercle trigonométrique.
- Comprendre la notion de radian.
- Savoir faire les conversions degrés ⇄ grades ⇄ radians.
- Savoir appliquer la relation de Chasles aux arcs et aux angles.

NOTATIONS et SYNTHESE:
OR page 23 OR pages 67 à 72

EXERCICES RÉSOLUS:

	pour tous	pour 1ère S	supplément
faciles	OR p 264 à 266		OR p 267
moyens	DI p 98 N° 4 DI p 99 N° 7 DI p 100 N° 10	OR p 268 DI p 99 N° 6	CE p 165 N° 188 DI p 101 N° 15

Une étude soigneuse de ces exercices résolus suffit presque.
Relisez les objectifs pour voir si vous avez bien assimilé l'essentiel.

EXERCICES À CHERCHER: (si vous le jugez nécessaire)

	pour tous	pour 1ère S	
facile	GA p 271 N° 2.5.7.8.9 HA p 138 N° 1.2	HA p 148 N° 12	
moyen	HA p 141 N° 3.5.7 HA p 148 N° 11	HA p 148 N° 15	

OR = Organibac } manuels de
DI = Didier - Exercices Résolus } l'Etablissement
CE = Cedic - Exercices Résolus }
GA = Gamma } manuels des élèves.
HA = Hachette }

II Trigonométrie

OBJECTIFS
- Connaître le lien entre le cercle trigonométrique et le cosinus et le sinus.
- Connaître la définition de la tangente.
- Connaître leurs représentations graphiques.
- Connaître la notion de période.
- Connaître le sinus et le cosinus pour des valeurs particulières (comme $0, \pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}$ ...)
- Savoir passer de $\sin\theta$ à $\sin(-\theta)$, à $\sin(\pi-\theta)$, à $\sin(\pi+\theta)$, à $\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)$ etc ... et de même pour cosinus et tangente.
- Savoir trouver un sinus ou un cosinus en utilisant correctement une calculatrice.
- Savoir trouver sur une calculatrice l'angle dont on connaît le sinus ou le cosinus.
- Savoir utiliser la trigonométrie pour calculer sur les côtés d'un triangle rectangle.

SYNTHESE
OR p 74-75 HA p 191

EXERCICES RÉSOLUS (une étude soigneuse de ces exercices peut suffire)

	pour tous	1ère S	supplément
faciles		OR p 271 N° 2.5.6.	
moyens	OR p 271 N° 3.7	OR p 272 N° 9.10. DI p 98 N° 3.	DI p 98 N° 1.2
difficiles	OR p 271 N° 8 (a) à (f) et N° 4.	OR p 271 N° 1 p 272 N° 11 p 273	

EXERCICES À CHERCHER (si vous le jugez nécessaire).

	pour tous	1ère S	supplément
facile	GA p 301 N° 1 HA p 187 N° 3	HA p 187 N° 5	
moyen	GA p 301 N° 2 (1) (2). et N° 4.5 HA p 183 N° 1.	GA p 301 N° 7-8 (1)(2)(3) HA p 192 N° 8	GA p 302 N° 10 HA p 183 N° 2.
difficile	HA p 193 N° 12 à 15.	GA p 302 N° 13 HA p 192 N° 28.35	HA p 193 N° 36

INEGALITES : Auto-test

I Cours (pénalisation : 2 points par erreur)
1) Que signifie l'expression : la relation notée $\leq$ sur $\mathbb{R}$ est transitive.
2) Sachant que $0 < a \leq b$, comparer $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$

II Facile (7 points : 3+2+2)
1) Comparer sans l'aide de la calculatrice $3\sqrt{5}$ et $2\sqrt{11}$; $\frac{22}{7}$ et $\frac{355}{113}$; $-17,5$ et $-15,453$

2) Déterminer A tel que $A = ([1;5] \cup]2;10[) \cap [-3;3]$

3) Ecrire sous forme d'intervalle $A = \{x \,/\, |x| \leq 2\}$

III Moyen (13 points : 4.3.3.3)
1) Comparer $5+\sqrt{15}$ et $2\sqrt{6}+4\sqrt{2}$ puis $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ et $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$

2) Comparer $3(a^2+b^2+c^2)$ et $(a+b+c)^2+(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$

3) Soit les réels $3 ; -2 ; 3,33$
Ranger ces nombres dans l'ordre croissant
Ranger leurs opposés dans l'ordre croissant
Ranger leurs inverses dans l'ordre croissant

4) Démontrer que pour tout réel x on a $x^2+2x+2 \geq 1$

IV Difficile (Bonus : 2 points)

Comparer $\frac{103\,993}{33\,102}$ et $\frac{104\,348}{33\,215}$

REPONSES

I 1) $a \leq b$ et $b \leq c \Rightarrow a \leq c$

2) $0 < a \leq b \Rightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

II 1) $(3\sqrt{5})^2 = 45$ et $(2\sqrt{11})^2 = 44$ donc $3\sqrt{5} > 2\sqrt{11}$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{22}{7} = \frac{22\times113}{7\times113} = \frac{2486}{7\times113} \\ \frac{355}{113} = \frac{355\times7}{113\times7} = \frac{2485}{7\times113}\end{array}\right\} \frac{355}{113} < \frac{22}{7}$$

$-17,5 < -15,453$

2) $A = [1;3]$ 3) $-2 \leq x \leq 2$

III 1) $\left.\begin{array}{l}5+\sqrt{15} \approx 8,8 \\ 2\sqrt{6}+4\sqrt{2} \approx 10,5\end{array}\right\} 5+\sqrt{15} < 2\sqrt{6}+4\sqrt{2}$

$\sqrt{2}+\sqrt{3} > \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$

2) les 2 expressions sont égales.

3) $-2 < 3 < 3,33$
$-3,33 < -3 < 2$
$\frac{1}{-2} < \frac{1}{3,33} < \frac{1}{3}$

4) $x^2+2x+2 = x^2+2x+1+1$
$= (x+1)^2+1$
Un carré étant toujours positif :
$(x+1)^2 \geq 0$
$(x+1)^2+1 \geq 0+1$
$x^2+2x+2 \geq 1$

IV faire apparaître les chiffres "cachés" dans la calculatrice :
1er résultat 3,141 592 653
2ème : 3,141 592 653 9
Donc le premier est inférieur au second.

INEQUATIONS : Autotest

I Cours (pénalisation : 2 points par erreur)
1) Peut-on dire que pour tout réel x, l'inégalité $ax \leq b$ est équivalente à $x \leq \frac{b}{a}$? Pourquoi ?

2) Ecrire sous forme d'intervalle $A = \{x \,/\, x < 3$ et $x \geq -4\}$

II Facile (6 points)
Résoudre dans $\mathbb{R}$: ⓐ $(1+\sqrt{2})x \leq \sqrt{2}-1$
ⓑ $\frac{3x}{7} - \frac{x}{3} + \frac{19}{5} < \frac{2x}{15} - 3$
ⓒ $x^2+1 \geq 0$

III Moyen (3+3+4+4)
1) Résoudre $3x(7-2x)(3+x) < 0$.

2) Résoudre $\begin{cases} 2x+5 > 5x-4 \\ x-7 \leq 2x-3 \end{cases}$

3) Résoudre $\frac{x^2-4x}{(2x+3)^2-x^2} \leq 0$

4) Résoudre $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} \geq \frac{2-x}{x^2-1}$

IV Difficile (+2)
Résoudre $(4x+5)^2-(2x+8)^2 < 8x^3-27$

REPONSES

I 1) vrai seulement si $a > 0$ car si on divise par un nombre négatif, l'inégalité change de sens.
2) $A = [-4;3[$

II ⓐ $x \leq \frac{\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}}$ $\left(= \frac{3-2\sqrt{2}}{3}\right)$
ⓑ $x > \frac{357}{2}$.
ⓒ $S = \mathbb{R}$

III 1)

x		-3		0		$\frac{7}{2}$	
$3x$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$7-2x$	$+$		$+$		$+$	0	$-$
$3+x$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
produit	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

$S =]-3;0[\cup]\frac{7}{2};+\infty[$

2) $x < 3$ et $x \geq -4$
$S = [-4;3[$

3) $x^2-4x = x(x-4)$
$(2x+3)^2-x^2 = (2x+3+x)(2x+3-x)$
$= (3x+3)(x+3)$
Il faut donc étudier dans un tableau le signe de $\frac{x(x-4)}{(3x+3)(x+3)}$

On doit trouver $S =]-3;-1[\cup [0,4]$

4) $\frac{2(x-1)+3(x+1)-(2-x)}{(x+1)(x-1)} \geq 0$
$\frac{6x-1}{(x+1)(x-1)} \geq 0$
tableau ...
$S =]-1;\frac{1}{6}] \cup]1;+\infty[$

IV Factoriser chaque membre
$(4x+5)^2-(2x+8)^2 = (6x+13)(2x-3)$
$8x^3-27 = (2x-3)(4x^2+6x+9)$
Passer tout dans le 1er membre et factoriser $2x-3$:
$(2x-3)[(6x+13)-(4x^2+6x+9)] < 0$
ou encore
$(2x-3)(-4x^2+4) < 0$
ou enfin
$(2x-3)(2-2x)(2+2x) < 0$
... tableau ...
$S =]-1,1[\cup]\frac{3}{2};+\infty[$

ENCADREMENTS : Autotest

I Cours (pénalisation : 2 points par erreur)
1) Qu'appelle-t-on amplitude d'un encadrement (expliquer sur un exemple).
2) Soit $x = 3,14159$. Donner la valeur approchée à 10^{-3} près par excès de x.

II Facile (6 points)
1) Encadrer $f(x)$ sachant que $2,3 < x < 2,8$ et $f(x) = 3x-1$
2) Traduire par un encadrement :
" 1,73 est une valeur approchée par défaut de $\sqrt{3}$ à 3.10^{-3} près.
3) Donner une valeur approchée de x sachant que $3,4.10^{-5} < x < 3,5.10^{-5}$

III Moyen (2+4+4+4)
1) La calculatrice donne $\sqrt{2} = 1,4142136$.
Quel est l'encadrement d'amplitude minimum de $\sqrt{2}$ que l'on peut en déduire ?

2) Encadrer $a+b$, ab et $\frac{a}{b}$ sachant que $1,2 < a < 1,3$ et $0,4 < b < 0,5$

3) Encadrer x^2-2x+3 sachant que $0,5 < x < 1,5$

4) On mesure les dimensions d'une feuille de papier rectangulaire. On trouve $10,5$ cm $< \ell < 10,6$ cm et $15,3 < L < 15,4$ cm. Déterminer un encadrement du périmètre de cette feuille, puis un encadrement de son aire.

IV Difficile (Bonus : 2 points)

Encadrer $f(x) = \frac{x+1}{1-x}$ sachant que $-3,1 < x < -2,6$

REPONSES

I 1) Si $a \leq x \leq b$ alors l'amplitude est $(b-a)$
2) $x \approx 3,142$

II 1) $2,3 < x < 2,8$
$6,9 < 3x < 8,4$
$5,9 < 3x-1 < 7,4$
2) $1,730 < \sqrt{3} < 1,733$
3) $x \approx 0,000\,345$

III 1) $1,41421355 < \sqrt{2} < 1,41421365$

2) $1,2+0,4 < a+b < 1,3+0,5$
$1,2\times0,4 < ab < 1,3\times0,5$
$\frac{1,2}{0,5} < \frac{a}{b} < \frac{1,3}{0,4}$

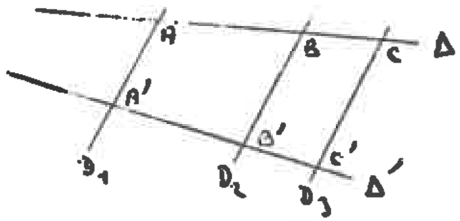
3) $0,5 < x < 1,5$
$0,25 < x^2 < 2,25$
$1 < 2x < 3$
$-3 < -2x < -1$
$0,25-3+3 < x^2-2x+3 < 2,25-1+3$

4) $p = \ell + L$ $\mathcal{A} = \ell \times L$
$10,5+15,3 < p < 10,6+15,4$
$10,5\times15,3 < \mathcal{A} < 10,6\times15,4$

IV $-3,1 < x < -2,6$
$2,6 < -x < 3,1$
$3,6 < 1-x < 4,1$
$\frac{1}{4,1} < \frac{1}{1-x} < \frac{1}{3,6}$
$-2,1 < x+1 < -1,6$
$1,6 < -(x+1) < 2,1$
$\frac{1,6}{4,1} < \frac{-(x+1)}{1-x} < \frac{2,1}{3,6}$
$-\frac{2,1}{3,6} < \frac{x+1}{1-x} < -\frac{1,6}{4,1}$
$-0,59 < \frac{x+1}{1-x} < -0,39$
arrondi par défaut arrondi par excès

THEOREME DE THALES (récupération)

H | Δ et Δ' 2 droites quelconques munies de repères
D_1, D_2, D_3 3 parallèles



C | $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$

Pour vous aider à écrire ces rapports écrivez
A B C
A' B' C'

les rapports de segments homologues sont égaux
de ces égalités de rapports on en tire 3 autres.

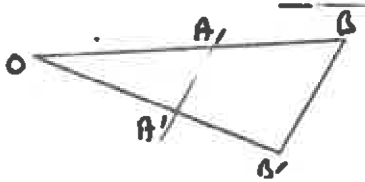
C' | $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A'C'}}$ $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$ $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{A'C'}}{\overline{B'C'}}$

Réciproque

H | Δ et Δ' munies de repères
3 droites D_1, D_2, D_3 telles que : (voir figure ci-dessus)
$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$
$D_1 // D_2$

C | $(AA') // (BB') // (CC')$ ou $D_1 // D_2 // D_3$

Cas particulier du triangle.

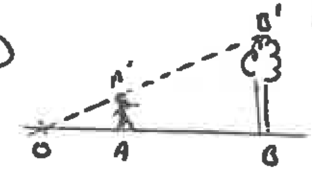


H | $(AA') // (BB')$

C | $\dfrac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OB'}} = \dfrac{\overline{AA'}}{\overline{BB'}}$

Applications

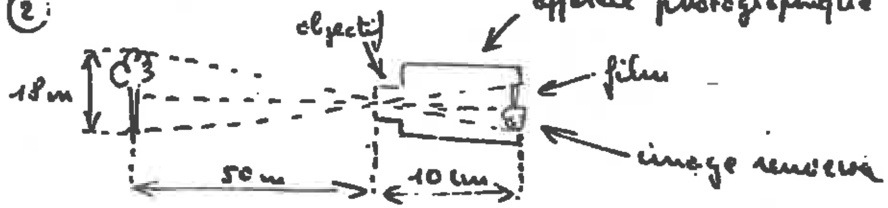
(1)



OA = 10 m
OB = 30 m
AA' = 1,75 m

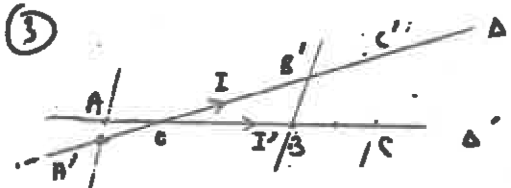
trouver BB'

(2)



trouver la hauteur de l'arbre sur le film

(3)



H | on donne
$\overline{OB} = \frac{3}{2}$ $\overline{OC} = \frac{5}{2}$
$\overline{OC'} = 5$ $\overline{OA'} = -1$
$(AA') // (BB') // (CC')$

trouver les abscisses de A et de B'
calculer $\dfrac{\overline{BB'}}{\overline{CC'}}$ et $\dfrac{\overline{AA'}}{\overline{CC'}}$

Réponses

(1) $\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{AA'}{BB'} \iff \dfrac{10}{30} = \dfrac{1,75}{BB'} \iff BB' = \dfrac{1,75 \times 30}{10} = 5,2$

(2) soit x l'image de l'arbre :
$\dfrac{50}{0,10} = \dfrac{18}{x} \iff x = \dfrac{18 \times 0,1}{50} = \dfrac{1,8}{50} = 0,036 \text{ m} \iff x = 3,6 \text{ cm}$

(3) $\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OC}} = \dfrac{\overline{OB'}}{\overline{OC'}} \iff \dfrac{1,5}{2,5} = \dfrac{\overline{OB'}}{5} \iff \overline{OB'} = +3$ | de même $\overline{OA} = -0,5$

et $\dfrac{\overline{BB'}}{\overline{CC'}} = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OC}}$ et $\dfrac{\overline{AA'}}{\overline{CC'}} = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{OC}}$ d'où l'on tire : $\dfrac{\overline{BB'}}{\overline{CC'}} = \dfrac{3}{5}$ et $\dfrac{\overline{AA'}}{\overline{CC'}} = -\dfrac{1}{5}$

FICHE DE PERFECTIONNEMENT 1.2

PUISSANCES

GENERALITES

* quel que soit le réel a non nul : $a^0 = 1$ alors que 0^0 n'existe pas.

ex. $3^0 = 1$ $(-\sqrt{2})^0 = 1$

* quel que soit le réel a : $a^1 = a$ ex. $10^1 = 10$

* quels que soient a, b, n, m réels non nuls :

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ex. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$
- $(ab)^n = a^n b^n$ ex. $(2\times 7)^3 = 2^3 \times 7^3 = 8 \times 343 = 2744$
- $(a^n)^m = a^{n\times m}$ ex. $(3^2)^3 = 3^{2\times 3} = 3^6 = 729$
  ex. $(10^2)^4 = 10^8 = 100\,000\,000$
- $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ex. $10^4 = \frac{1}{10^{-4}}$ et $10^{-5} = \frac{1}{10^5}$
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$ ex. $10^{-3} \times 10^7 = 10^{-3+7} = 10^4 = 10000$
- attention ! $a^n + a^m$ ne peut se calculer directement si $n \neq m$
  il faut factoriser ou passer par les écritures décimales.
  ex 1 $10^5 + 10^4 = 10 \times 10^4 + 10^4 = (10+1)\times 10^4 = 11 \times 10^4 = 110000$
  OU : $10^5 + 10^4 = 100000 + 10000 = 110000$
  ex 2 $5^4 + 5^6 = 5^4 + 5^2 \times 5^4 = 5^4(1+5^2) = 625 \times 26 = 16250$
  OU $5^4 + 5^6 = 625 + 15625 = 16250$
- exemples de calculs
  - $23 \times 10^2 \times 15 \times 10^3 = 23 \times 15 \times 10^2 \times 10^3 = 345 \times 10^5 = 34\,500\,000$
  - $-12 \times 10^{-20} \times (-8) \times 10^{18} = (-12)(-8) \times 10^{-2} = +96 \times 10^{-2} = 0{,}96$
    Remarque les parenthèses
  - $17 \times 10^2 + 12{,}5 \times 10^{-3} = 1700 + 0{,}0125 = 1700{,}0125$
    $412 \times 10^{-6} - 117 \times 10^{-8} = 412 \times 10^{-6} - 117 \times 10^{-2} \times 10^{-6}$
    $= (412 - 117 \times 10^{-2}) \times 10^{-6} = (412 - 1{,}17) \times 10^{-6} = 410{,}83 \times 10^{-6}$
    $= 0{,}00041083$ Remarque que l'on choisit la méthode que l'on veut selon l'exercice.

EXERCICES

I Calculer

① $(-5)^2$ ② $(-10)^2$ ③ -5^2 ④ -10^2
⑤ $\left(-\frac{3}{2}\right)^2$ ⑥ $-\left(\frac{3}{2}\right)^2$ ⑦ $-\frac{3^2}{2}$ ⑧ $\frac{(-3)^2}{2}$
⑨ $[(-10)^2]^3$ ⑩ $(-10^2)^3$ ⑪ 10^0 ⑫ $(-1)^0$ -3^2
⑬ 2^{-3} ⑭ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ ⑮ $(-2)^{-3}$ ⑯ -5^4
⑰ $\frac{(-10)^4}{(-10)^2}$ ⑱ $(-2)^5(-2)^3$ ⑲ $(10^2)^{-3} \times (10^3)^2$
⑳ $10^{-n} \times 10^{2n}$ ㉑ $(10^{-n})^n$ ㉒ $10^n \times 10^{2n} \times 10^{-5}$

II donner l'écriture décimale des nombres :

① 10^4 ② 10^{-1} ③ 10^{-5}
④ $3{,}5 \times 10^3$ ⑤ $0{,}5 \times 10^{-4}$ ⑥ 131×10^{-6}
⑦ $3{,}5 \times 10^3 \times 2 \times 10^4$ ⑧ $2{,}5 \times 10^6 \times 4 \times 10^{-7}$
⑨ $(-2)^{-1} \times (-3)^{-1} \times (-1)^{-1} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{-2}\right)^{-1}$
⑩ $3{,}121 \cdot 10^3 + 0{,}3121 \cdot 10^{-2} - 3121 - 3{,}121 \cdot 10^{-3}$
⑪ $173{,}19 \cdot 10^{-2} - 0{,}00731 \cdot 10^4 + 3{,}574 \cdot 10^{-1}$
⑫ $\frac{(-3^2)(2)^3(-7)^4}{(14)^2(-6)^3}$ ⑬ $[(-3)^2]^3 + (-3^2)^3$

III mettre sous la forme $k\,a^\alpha b^\beta c^\gamma$ ($k \in \mathbb{Q}$)

① $3a^2b(-5a^3bc)$ ② $\left(-\frac{3}{2}abc\right)\left(-\frac{3}{4}ab^2c\right)$
③ $(-2abc^2)\left(-\frac{5}{3}a^2bc\right)\left(-\frac{3}{10}a^2b^2c\right)^2$
④ $\left(\frac{a^2b}{c}\right)^3$ ⑤ $\frac{(a^2b)^3}{(ab)^2(a^2b^2)^5}$
⑥ $(a^{-1}b^2c)^2(a^{-3})^3(a^2bc)^{-2}$ ⑦ $\frac{-2a^3bc}{-8a^2b^3c^2}$
⑧ $\frac{[(a^2)^5 b^{-2}(c^{-3})^2]^{-2}}{[a^2b(c^{-2})^3]^{-1}}$ ⑨ $\frac{(-a)^7(b^3c^2)^4}{a^2bc}$

IV Simplifier les écritures :

① $2^{n+1} - 3 \times 2^n$ ② $\frac{2 \times 3^{2n+1} - (3^n)^2}{3^n(3^{n+1} - 3^{n-1})}$
③ $(2^2)^{-n} \times \frac{2}{2^{-n}}$
④ $2^{1-n} \times 2^{n+1}$ ⑤ $\frac{2^3 + 2^4}{2^5 - 2^4}$ ⑥ $\frac{3^3 + 3^4}{3^5 - 3^2}$
⑦ $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$
⑧ $\left(2 - \frac{1}{2}\right)^n$ ⑨ $2 - \frac{1}{2}^n$ ⑩ $\frac{2^6}{2^6 - 2}$

V soit f l'application de $\mathbb{Z}$ dans $\mathbb{Q}$ telle que $f(x) = 2^x - x^2$

calculer : $f(0)$, $f(1)$, $f(-3)$, $f(-1)$, $f(-2)$, $f(3)$

VI Trouver l'entier x tel que :

① $2^x = (-2)^6$ ② $3^x = 9^3$ ③ $(3^x)^x = 9^8$
④ $(2^{3+x})^{5-x} = 1$ (difficile)

VII calculer : (on trouve une des valeurs suivantes : $\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}, 2, \ldots$)

① $(\sqrt{2})^2$ ② $\frac{1}{\sqrt{4}}$
③ $(4+\sqrt{3})^2/(2+\sqrt{3})$ ④ $\frac{2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
⑤ $\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}-1)^2 - 1}$ ⑥ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}}{2}$ (difficile)

REPONSES

I ① 25 ② 100 ③ −25 ④ −100 ⑤ $\frac{9}{4}$ ⑥ $-\frac{9}{4}$ ⑦ $-\frac{9}{2}$ ⑧ -9 ⑨ 10^6 ⑩ 1000000 ⑪ 1 ⑫ 1 ⑬ $\frac{1}{8} = 0{,}125$ ⑭ 25 ⑮ $-\frac{1}{8}$ ⑯ $-\frac{1}{81}$ ⑰ 100 ⑱ −128 ⑲ 1 ⑳ 10^n ㉑ 10^{-n^2} ㉒ 10^{3n-5}

II ① 10000000 ② 0,1 ③ 0,00001 ④ 3500 ⑤ 0,00005 ⑥ 0,000131 ⑦ 70000000 ⑧ 1 ⑨ 3 ⑩ 0 ⑪ 1,3583 ⑫ $-\frac{49}{12}$ ⑬ 0

III ① $-15a^5b^2c$ ② $4{,}5a^2b^3c^2$ ③ $0{,}2a^7b^6c^4$ ④ $a^6b^3c^{-3}$ ⑤ $a^{-8}b^{-4}$ ⑥ $a^{-15}b^2$ ⑦ $0{,}25a^{1}b^{-2}c^{-1}$ ⑧ $a^{-18}b^5c^6$ ⑨ $-a^5b^{12}c^7$

IV ① -2^n ② $\frac{15}{8}$ ③ 1 ④ 4 ⑤ $\frac{3}{2}$ ⑥ $\frac{4}{13}$ ⑦ $2 - \frac{1}{2^n}$ ⑧ $(1{,}5)^n$ ⑨ 1,5 ⑩ $\frac{1}{62}$

V $f(0) = 1$; $f(1) = 1$; $f(-3) = -\frac{71}{8}$; $f(-1) = -\frac{1}{2}$; $f(-2) = -\frac{15}{4}$; $f(3) = -1$

VI ① 6 ② 6 ③ 2 sol : 4 et −4 ④ 2 sol : 5 et −3

VII ① 2 ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⑥ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

TITRE : AUTONOMIE ET MATHEMATIQUES EN SECONDE
TOME 1 : BILAN D'UNE EXPERIENCE

AUTEUR : André ARSENE, Michèle ARSENE, André THIEBAULT

NIVEAU : SECONDE

DATE : DECEMBRE 1985

MOTS-CLÉ : spécialité MATHEMATIQUES
autres TRAVAIL PERSONNALISE
AUTONOMIE

RESUME : COMPTE-RENDU DE 3 ANNEES D'EXPERIMENTATION DANS LE CADRE DE L'EXPERIMENTATION NATIONALE INTITULE :

"Développement du travail personnel des élèves dans les enseignements scientifiques".

Exposé de la méthode de travail (Travaux Pratiques, plans de travail, objectifs, auto-évaluation, évaluation formative, fiches de récupération, etc.......).

Exemples de documents donnés aux élèves.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	IREM numéro
A4	21	20,00 F	RE415