MATHEMATIQUES 5 EME 4 EME

ANNEE SCOLAIRE 1987

IREM DE REIMS

5

MATHEMATIQUES EN ACTIVITES

N° 4

18- DISTRIBUTIVITE

CALCUL NUMERIQUE ET LITTERAL

19- PROPORTIONNALITE

20- POURCENTAGES

21- EQUATIONS

22- ECHELLES

23- AIRES-VOLUMES

C1- CONTROLE DE CERTAINS ACQUIS DE 5 EME

REALISE PAR :

PIERRE BISSEY — JEAN CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT — GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX — GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

MATHEMATIQUES EN ACTIVITES EN 5ème - 4ème

AU COLLEGE ALBERT CAMUS

Voici le fascicule 4 de notre expérimentation des nouveaux programmes.

Nous avions prévu (voir fascicule 3) de mettre dans ce fascicule trois dossiers de 5ème, et trois dossiers de 4ème.

Mais nos prévisions étaient optimistes.

* Il nous a été impossible de terminer le programme de 5ème sur trois dossiers. En particulier, nos collègues d'autres matières nous ont demandé d'insister sur la proportionnalité (pourcentages et échelles). D'où trois dossiers traitant de la proportionnalité.

* Il nous a été impossible de finir le programme de 5ème sur l'année 1986-1987.

Voulant rester fidèles à nos objectifs initiaux (qui sont ceux des nouveaux programmes) à savoir :

- favoriser l'activité
- prendre en compte le caractère d'outil des mathématiques
- avoir une cohérence entre les apprentissages des mathématiques et des autres matières
- avoir le souci de la continuité des activités et des acquisitions mathématiques.

Nous avons décidé de la création de six dossiers, dont la plupart d'entre eux sont traités au début de 4ème (1987-88).

Pour les dossiers (19 à 23), nous avons donc, comme dans le fascicule 2 (6ème - 5ème) modifié le contenu et les objectifs initialement prévus de manière à couvrir un certain nombre de points du programme de 4ème à l'intérieur de ceux-ci.

Nous avons d'autre part adopté cette attitude par honnêteté par rapport au suivi scientifique (il nous apparait impossible de traiter les programmes de 6ème et 5ème dans l'horaire imparti en respectant l'esprit de ces nouveaux programmes) et par cohérence de la construction des savoirs et des savoir-faire chez l'élève.

La richesse et la densité des nouveaux programmes de 4ème ne nous rendent pas optimistes pour récupérer ce retard !.

Voici succinctement une analyse de ces dossiers :

Dossier 18 : C'est un premier apprentissage du calcul littéral. Le niveau de difficultés proposées se situe entre 5ème et 4ème. Ce dossier a été conçu pour un apprentissage individualisé. Les élèves l'ont parcouru sans grosse difficulté apparente.

Dossiers 19, 20, 22 : Ces trois dossiers traitent de la proportionnalité. ils ont été conçus dans une démarche assez directive (j'apprends, j'explique !) : gain de temps (hélas nécessaire), progression individualisée. L'emploi systématique de la calculatrice a permis aux élèves de se concentrer sur les problèmes spécifiques à la proportionnalité, sans être handicapés par de mauvaises techniques de calcul (en particulier division) pour certains. La réussite particulièrement importante des élèves aux tests correspondants (environ 17/20 de moyenne entre toutes les classes de 4ème) nous conforte dans l'idée que les mauvais résultats antérieurs des élèves dans ce domaine étaient plutôt liés à cette insuffisance au niveau du calcul qu'à leur mauvaise compréhension de la proportionnalité. Les contenus de ces dossiers tiennent compte des demandes des collègues des autres matières, ainsi que des domaines techniques où les élèves auront à les utiliser.

La partie reconnaissance graphique d'une situation de proportionnalité n'a pas été abordée ici ; elle fera l'objet de deux dossiers en 4ème, lors de l'étude de l'application linéaire.

Dossier 21 : Ce dossier se situe dans une démarche tout à fait différente des dossiers précédents. Nous n'avons pas voulu formaliser la résolution des équations. Dans les deux premières pages, les élèves se construisaient des règles de résolution, règles qui pour certains s'avéraient vites insuffisantes ou fausses. Mais nous avons été heureux de constater que la majorité d'entre-eux se sont situés en recherche, sans attendre la "règle" du professeur.

La systématisation de règle de résolution se fera dans un prochain dossier. La deuxième partie du dossier, où il fallait mathématiser certaines situations, a beaucoup destabilisé les élèves (par rapport aux dossiers sur la proportionnalité, où ça "roulait" tout seul).

Elle a donné lieu à beaucoup de questions, d'échanges dans la classe. Le choix de l'outil "équation" n'a pas paru pertinent aux élèves pour certaines situations, où leur intuition, ou la relative faculté du problème posé les a amené directement à la solution.

Dossier 23 : Le "gros" dossier qui nous permet de finir le programme de 5ème, en traitant tout à la fois des problèmes d'aires et de volumes, des fonctions (variation de certaines données) des problèmes de gestions de données, et d'optimisation. La difficulté de certaines situations est plus du niveau de 4ème que de 5ème (conformément à notre choix). Ce dossier est en cours d'exploitation, et nous ne pouvons donc l'analyser sous l'angle du vécu. Nous ne le ferons pas d'un seul bloc, mais par parties, entre différents dossiers de 4ème.

Evaluation début 4ème : Ce sont des fiches que nous avons proposées en début de 4ème (donc avant certains dossiers qui précédent) pour nous permettre de faire le point sur les acquis et non acquis numériques et algébriques du programme de 5ème. Ce travail nous apparait important, car il nous permet de réinjecter dans nos futurs dossiers des activités sur des points mal maîtrisés par les élèves.

Et la suite ?

Nous travaillons actuellement sur le découpage et les premiers dossiers du programme de 4ème, programme qui nous apparaît très riche, mais peut-être ambitieux !.

Ce travail de deux ans en commun a soudé l'équipe, et nous permet d'envisager de nouvelles méthodes de production pédagogique : pour les futurs dossiers, toute l'équipe sera concernée par tous les dossiers, et nous travaillerons sur le schéma suivant : pour chaque thème, apport par chacun de situations, et de démarches d'apprentissage ; confrontation ; tri et adéquation entre les différentes propositions ; rédaction par une partie de l'équipe du dossier, puis mise en forme. Cette méthodologie, beaucoup plus riche, nous permettra de davantage prendre en compte les différentes sensibilités pour un même objectif.

Le fascicule 5, comprenant six dossiers de 4ème, sera fini en décembre 1987, donc disponible début 1988 à l'IREM de REIMS.

Une remarque pour le fascicule 3 :

Deux erreurs et un oubli se sont glissés dans le fascicule 3, et nous ne nous en sommes aperçu qu'au reçu des dossiers déjà reliés. Il était donc impossible de les reprendre :

erreurs : - des pages du dossier 15 se retrouvent après le dossier 16.

- Les nouveaux programmes de 5ème se sont glissés par mégarde à la fin du dossier 14 bis (mais peut-être n'est-ce pas là un mal !).

Oubli : Dans les fiches sur l'utilisation du matériel PLOT (fin dossier 15) il manque la fiche explicative, et en particulier la référence pour ce travail : à savoir l'IREM de Besançon. Nous nous en excusons auprès d'eux !.

Nous tenons à remercier ceux qui continuent à nous aider dans notre travail :

* M. HALAIS, et l'équipe administrative du collège, qui nous a donné les moyens pédagogiques et matériels que nous souhaitions.

* La mairie de La Chapelle-Saint-Luc, qui continue la prise en charge de la reproduction des documents pour les élèves.

* M. J.P ORTHEAU, I.P.R., qui nous encourage dans notre travail.

* L'I.R.E.M de REIMS, et en particulier son directeur B. TURCO, pour la prise en charge de la publication et de la diffusion de ces documents.

Rappel des fascicules déjà existants :

Fascicule 1 : (C.R.D.P de Reims) - 6ème

Tests avant formation + grille de capacité.

1 - Nombres et écritures, opérations, problèmes.

2 - Pavages et aires. Introduction à la géométrie plane et à la symétrie axiale.

3 - Repérage sur une demi-droite, dans un quart de plan.

4 - Représentation et organisation de données. Introduction des fractions.

5 - Proportionnalité.

6 - Parallélépipède rectangle et cube. Géométrie dans l'espace.

6bis - Calculatrice.

Fascicule 2 : (I.R.E.M de Reims) - 6ème - 5ème

7 - Construire en géomètrie plane.

8 - Symétrie orthogonale (ou axiale ?)

9 - Problèmes et équations.

10 - Angles et triangles.

11 - Repérage sur une droite. Introduction des relatifs.

12 - Repérage dans le plan.

Fascicule 3 : (I.R.E.M de Reims) - 5ème

13 - Addition dans les relatifs

14 - Fraction (simplification, addition, multiplication, applications)

14 bis- L'espace et l'art moderne.

15 - Géométrie dans l'espace (prisme droit et cylindre de revolution)

16 - Soustraction dans les relatifs. Simplification d'écriture.

17 - Constructions et transformations en géométrie plane. Symétrie centrale.

Tous ces documents peuvent être commandés à : l'I.R.E.M de REIMS
Moulin de la Housse
B.P 347

51062 REIMS CEDEX

MATHEMATIQUES 5 EME 4 EME

ANNEE SCOLAIRE 1987

DOSSIER N°18

TITRE : DISTRIBUTIVITE (CALCUL NUMERIQUE ET LITTERAL)

5

PREREQUIS

UTILISER LES OPERATIONS DANS D (+ - x)

OBJECTIFS

- DISTRIBUTIVITE
- MISE EN FACTEUR
- CALCUL LITTERAL
- PRIORITE DES OPERATIONS

REALISE PAR :

PIERRE BISSEY, JEAN-CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT, GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX, GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

DOSSIER N°18

DISTRIBUTIVITE - CALCUL LITTERAL

/ DISTRIBUTIVITE DE LA MULTIPLICATION

A) Par rapport à l'addition

Activité 1

Une rame de métro est composée de 6 wagons. Chacun permet de transporter 25 personnes assises et 45 personnes debout. On va calculer de 2 façons le nombre de personnes transportées.

<u>Façon 1</u> : Nombre de personnes dans un wagon : ... + ...
Nombre total de personnes dans la rame : 6 x (... + ...)

<u>Façon 2</u> : Nombre de personnes assises dans la rame : 6 x ...
Nombre de personnes debout dans la rame : 6 x ...
Nombre total de personnes dans la rame : 6 x ... + 6 x ...

<u>Conclusion</u> : On obtient l'égalité suivante :

$$\boxed{6 \times (25 + 45) = (6 \times 25) + (6 \times 45)}$$

Activité 2

Un employé travaille 5 jours par semaine. Chaque journée se décompose ainsi :

5 heures de travail le matin
3 heures de travail l'après-midi.

Réponds aux questions suivantes en posant les opérations, <u>sans donner les résultats</u> :

- Combien d'heures travaille-t-il par jour ? : ....
- Combien d'heures travaille-t-il par semaine ? : ....
- Combien d'heures travaille-t-il en matinée par semaine ? : ......
- Combien d'heures travaille-t-il en après-midi par semaine ? : ......
- Combien d'heures travaile-t-il par semaine ? : ......

<u>Conclusion</u> : On obtient l'égalité suivante :

$$\boxed{\qquad = \qquad}$$

Activité 3

Un enfant mange chaque jour un croissant valant 1,50 F pour son petit déjeuner et un pain au chocolat valant 2,20 F pour son goûter.

Reprends les questions de l'activité 2, après les avoir adaptées à l'activité 3. (Sachant que l'enfant mange tous les jours, on veut déterminer la dépense hebdomadaire.)

Activité 4

Un commerçant achète 65 articles à 140 F l'un. Sur chaque article, il fait un bénéfice de 85 F. Calcule de 2 façons la somme qu'il va retirer de sa vente.

(Rappel : Prix de Vente = Prix d'Achat + Bénéfice)

Activité 5

Complète le tableau suivant (après l'avoir recopié)

a	b	c	a x b	a x c	b + c	a x (b + c)	(a x b) + (a x c)
6	35	72					
3	25	34					
8	82	39					
10	41	28					
15	18	53					

Quelles colonnes fournissent le même résultat ?

Quelle égalité littérale obtient-on ?

Cette égalité traduit la DISTRIBUTIVITE DE LA MULTIPLICATION PAR RAPPORT A L'ADDITION.

RETENONS : DEFINITION :

....

....

Remarque : Si le signe opératoire n'est pas indiqué, il s'agit OBLIGATOIREMENT d'une multiplication.

ab signifie a x b

2x signifie " 2 multiplié par x ". On devrait noter 2 x x ! Pour lever l'ambigüité dûe au clavier de la machine, on note également " 2.x ".

23 signifie .....

2.3 signifie ....

EXERCICE 1 : Ecris à nouveau l'égalité littérale précédente sans le signe x.

EXERCICE 2 : Calcule de 2 façons :

7 x (9 + 12)	13 x (107 + 3,5)
1,4 x (3,5 + 1,9)	6 x (8 + 2,5)
5,2 (7,3 + 2,4)	8,1 x (5,1 + 7)
(12 + 4,6) x 1,5	(3,4 + 5) x 2
(3,5 + 12,8) 7	(18,9 + 1,1) 15,5

Remarque : Les 4 derniers calculs sont différents des précédents. On peut toutefois s'y ramener en utilisant la commutativité de la multiplication :

Exemple : (12 + 4,6) x 1,5 = 1,5 x (12 + 4,6)

EXERCICE 3 : (assez difficile)

Partant de l'expression $(a + b)c$,

utilise la commutativité de la multiplication

l'expression devient :

utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

l'expression devient :

utilise à nouveau la commutativité de la multiplication

l'expression devient :

Conclusion : ....

EXERCICE 4 : Complète les égalités suivantes :

$c(d + a) =$	$(x + y)a =$
$(z + c)b =$	$1(m + n) =$
$m(4 + p) =$	$(m + n)6 =$
$12(7 + a) =$	$(x + 5)y =$
$p(x + 12) =$	$b(15 + a) =$

B) **Par rapport à la soustraction**

Activité 1

Un enfant a 4,50 F par jour d'argent de poche. Chaque jour il dépense 2,20 F. Le but de l'exercice est de calculer les économies réalisées sur une semaine.

Réponds aux questions en posant l'opération (sans donner son résultat)

- Combien économise-t-il par jour ? : ....
- Combien économise-t-il par semaine ? : ....

- Combien reçoit-il par semaine ? : ....
- Combien dépense-t-il par semaine ? : ....
- Combien économise-t-il par semaine ? : ....

Conclusion : On obtient l'égalité suivante

$$7\ (4{,}50 - 2{,}20) = (7 \times 4{,}50) - (7 \times 2{,}20)$$

Activité 2

Un marchand de légumes reçoit dans une livraison 8 cageots de 12 kg chacun. Il estime que dans chaque cageot il y a 1,5 kg de légumes invendables.

Après avoir posé des questions adaptées, tu dois réussir à calculer de 2 façons le nombre de kg de légumes que le marchand pourra vendre.

Activité 3

Complète le tableau suivant (après l'avoir recopié)

a	b	c	ab	ac	b - c	a(b-c)	ab - ac
2,1	7,3	5,7					
3,2	8,4	4,6					
4,3	9,5	3,5					
5,4	10,6	2,4					
6,5	11,7	1,3					

Quelles colonnes fournissent les mêmes résultats ?

Quelle égalité littérale obtient-on ?

Cette égalité traduit la distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction.

RETENONS : DEFINITION :

....

....

EXERCICE 1 : Calcule de 2 façons

15 x (125 - 72)	24 x (118 - 85)
12,5 x (4,8 - 12)	12 x (4,8 - 2)
(241 - 121) 12	(34 - 15) 138
(20 - 6) 7	(7,5 - 1,4) 3,5

Remarque : Les 4 derniers calculs sont différents des précédents.
Trouve et justifie les étapes du calcul suivant :

(a - b) c = ... = ... = ac - bc

EXERCICE 2 : Complète les égalités suivantes :

e(f - a) =	(x - y)b =
(b - d)c =	(x - z)7 =
8(x - a) =	1,5(6-b) =
(20,4 - y)0,05 =	a(b - 0) =

c) Combinaison des 2 distributivités

Nous avons eu, jusqu'ici, dans les parenthèses, soit une addition, soit une soustraction. Nous allons généraliser à une suite d'additions ou (inclusif) de soustractions.

Activité

3 enfants ont chacun 150 F. Ils reçoivent chacun 40 F, puis dépensent chacun 30 F. On veut calculer l'avoir total final des 3 enfants de 2 façons.

Façon 1 : Chaque enfant possède à la fin : 150 + ...
Les 3 enfants possèdent à la fin : 3(150 + ...)

<u>Façon 2</u> : Avoir initial total : 3 x 150

Ce qu'ils ont reçu : 3 x ...

Ce qu'il ont dépensé : 3 x ...

Ils ont finalement (3 x 150) + (...) - (...)

<u>Quelle égalité obtient-on</u> ?

EXERCICE 1 : Complète l'égalité littérale suivante $a(b-c+d) = ...$

Vérifie cette égalité dans les cas suivants :

$a = 1,2$	$b = 8,7$	$c = 4,5$	$d = 2,3$
$a = 5$	$b = 12,4$	$c = 8,3$	$d = 5$
$a = 0,4$	$b = 5,1$	$c = 7,8$	$d = 12,8$
$a = 3,7$	$b = 12,3$	$c = 15$	$d = 2,7$

EXERCICE 2 : Calcule de 2 façons :

$5 \times (25 - 7 + 6) =$ $\qquad$ $(8 - 1,6 + 2)\,4 =$

$(13 - 16 + 8) \times 11 =$ $\qquad$ $1,2 \times (15 - 18 + 4,6) =$

EXERCICE 3 : Complète les égalités :

$a(b + c - d) =$ $\qquad$ $a(b - c + d) = =$

$(a - b + c)d =$ $\qquad$ $(a + b - c)d = =$

$(a - x + y)4 =$ $\qquad$ $b(3 + x - y) = =$

$x(b - c + d - c) =$ $\qquad$ $4(1,2 - x + b) = =$

$(b + x - 4 + a)y =$ $\qquad$ $u(x + y - z + t) =$

<u>Attention</u> :

$x(ab + y) =$ $\qquad$ $(ax - by)z =$

$x(3a - 2b + 7) =$ $\qquad$ $(a - 3 + 5x)4y =$

$(ab + cd - ef)xy =$

<u>Remarque</u> : Ne te décourage pas. Cela parait compliqué. Ce n'est pas vrai !

Vérifie la dernière égalité pour

$a = 6$; $b = 5$; $c = 4$; $d = 3$; $e = 2$; $f = 1$

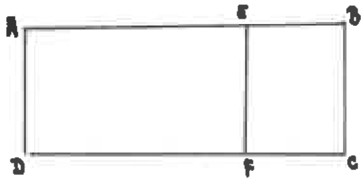
$x = 2$; $y = 7$

TEST 18-1

EXERCICE 1 : On se propose de calculer l'aire du rectangle (ABCD) de 2 façons différentes.

Première façon : ....

Deuxième façon : ....



EXERCICE 2 : Un atelier de bonneterie reçoit des coupons de tissu de 1,25 m. Dans chaque coupon on n'utilise que 1,13 m de tissu. Calculer la longueur totale de tissu perdue quand on utilise 150 coupons.

EXERCICE 3 : Calculer de 2 façons :

A = 12 x (7 + 15)   B = (11 - 4,5) x 3,6   C = 11,1 x (12,3 - 5)

D = (6 + 7,3) x 0,6   E = 4 x (8 - 4 + 1,5)   F = (12,4 - 3 - 7,6) x 1,5

EXERCICE 4 : Compléter le tableau :

a	b	c	ab	ac	a(b + c)	ab + ac
5	1	3				
4	11			32		
		4	20	32		
		1,5		9		27

EXERCICE 5 : Effectuer les calculs suivants :

G = c(d - a)

H = (x + y - z)e

I =4,2(c + d + 3)

J = (2,4 - e + c - d)b

K = 5(3u + t - z)

L = (2x - 5y + 1,5)a

M = 3a(x - y + 1,2)

N = (2c - b + 1,8d)2a

O = b(2a + b - 1)

P = (4a - 2x + 3)5x

2 / REGLES DE PRIORITE DANS UN CALCUL NUMERIQUE

A) **Les parenthèses indiquent toujours une priorité. Si tu vois des parenthèses dans un calcul numérique, commence par faire les calculs à l'intérieur des parenthèses.**

EXERCICE : Calcule en respectant la priorité :

$(8 + 5) \times (11 - 6)$

$7 \times (12 - 4) \times (14 + 6)$

$15 + (8 - 5) \times (12 - 9,5) + 4$

B) **Si tu rencontres des parenthèses à l'intérieur de crochets ou de grandes parenthèses, commence par effectuer les calculs entre parenthèses, puis les calculs entre crochets.**

EXERCICE : Calcule :

$[(7 - 5) \times 3] \times 2$

$4 + [(8 \times 2) - 6]$

$(11 - 5) [25 - (8 + 2)]$

$25 - [6 \times (5 - 4,5)]$

$[12 + (4 - 1,5) + (2 \times 6)] - [17 - (5 \times 3)]$

C) Exercice préliminaire

Si on te demande de calculer $3 + 5 \times 7$, tu dois répondre "je ne sais pas, cela dépend ...". En effet, on a ici 2 opérations à effectuer. Vérifie que l'ordre dans lequel elles sont faites influe sur le résultat.

Calcule $(3 + 5) \times 7 =$ .... puis $3 + (5 \times 7) =$ ....

Nous adopterons la convention suivante :

$$\boxed{3 + 5 \times 7 = 3 + (5 \times 7)}$$

RETENONS : S'il n'y a pas de parenthèses, les multiplications ont priorité sur les additions et les soustractions.

EXERCICE : Calcule :

$2 \times 5 + 3 \times 7 + \times 4$	$2 \times (5 + 3) \times 7 + 2 \times 4$
$8 \times 4 - 2 \times 7 + 3$	$8 \times (4 - 2) \times 7 + 3$
$2 \times 3 + 5 - 3 \times 3$	$(8 - 6) \times 3 + 2 - 5 \times 0$
$(4 - 3) \times 5 \times (8 + 2 \times 6)$	$7 + 4 \times 0 + 7 + 5 \times 2$
$12 \times 2 - 5 \times 3 + 7 \times 2 - 4$	$25 - 4 \times 3 + 7 + 5 \times 2$
$9 + 2 \times 9 - 5 + 4 \times 5$	$15 \times 2,5 - 6 + - 2 \times 1,5$
$7 + 9 - 4 \times 3 + 5 + 2,5 \times 12$	$2 + 3 \times (4 + 2) - 5 \times 5$
$18 - (4 \times 2 \times 5) + 4 + 3 \times 5$	$(4 \times 3 \times 6 - 3 \times 2 + 11) - 8 - 8\times2$

$4 - [8 + (2 + 4) \times 6] + \overline{(5 \times 8 + 5)}$

$\boxed{\text{EXERCICE}}$: Calcule la valeur numérique des expressions suivantes pour :

$a = 5$; $b = 2,5$; $c = 0,8$

a) $2a + 4b(a + 2c)$

b) $a + b(2a + 4)$

c) $(a - 2b)c - 3b + c$

d) $(2a - 4c)(10c - 4) + 3b$

e) $(a + 3c - 2b) \times 4a$

$\boxed{\text{EXERCICE}}$: Soit la fonction définie par $f(x) = 4x - 3(2 + x)$

Calcule $f(5)$; $f(0)$; $f(2)$; $f(1,5)$

3 / FACTORISATION

On sait que $4 \times (5 + 9) = 4 \times 5 + 4 \times 9$.

Trouve l'autre écriture de : $7 \times (8 - 3) =$

$a \times (b + c) =$

$t(y - z)$

Dans chacune de ces égalités, le premier membre est un produit, le deuxième membre est ....

$\boxed{\text{Conclusion}}$: Nous avons ici transformé des produits en des sommes ou des différences.

On se propose de faire les calculs à l'envers, c'est à dire transformer

$4 \times 5 + 4 \times 9$ en $4 \times (5 + 9)$

Nous dirons que nous avons factorisé l'expression $4 \times 5 + 4 \times 9$.

$\boxed{\text{DEFINITION}}$: FACTORISER une expression algébrique, c'est la TRANSFORMER EN UN PRODUIT DE FACTEURS.

$\boxed{\text{METHODE}}$: Dans chaque terme de la somme (ou de la différence), on cherche un FACTEUR COMMUN.

$7 \times 8 + 7 \times 4$

7 est un facteur commun

Nous factorisons donc $7 \times (8 + 4)$

$\boxed{\text{EXERCICE}}$: Factorise après avoir souligné le(s) facteur(s) commun(s) :

$xy - xz =$	$4x + 4z =$
$yt + yz =$	$5.4 + 5c =$
$3.4 - 7.3 - 3.9 =$	$ab + cb - bd + eb =$
$4x - 5xy + xz =$	

Plus difficile : Cherche bien le facteur commun :

$12 + 3a$	$5b + 15c$	$8a + 16b$
$15x - 5y + 25a$	$12a + 8b - 16c$	$14x + 21y$
$2ax + 2ay$	$3bcd + 5abc - 4bce$	$12ab - 4abc$

Plus difficile encore :

On rappelle que $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

$x^2 + xy = \ldots$ $xy^2 + x^2y = \ldots$ $a^3bc^2 - a^2b^2x + aby = \ldots$

4 / RÉDUCTION

EXERCICE : Soit le calcul suivant :

$5a + 7a = a(5 + 7) = (5 + 7)a = 12a$

Justifie les différentes étapes, puis fais de même (si c'est possible) pour :

$9x - 4x =$

$5cd + 11cd =$

$3ab + 5ac =$

Conclusion : Dans les 3 premiers calculs on a reduit les expressions.

> **RETENONS** : On ne peut réduire que des termes semblables, c'est à dire ayant les mêmes groupements de lettres.

EXERCICE : Réduis, si possible, les expressions suivantes :

$5x + 8x - 3x =$

$4ac - 2ac + 9ac =$

$5xy + 2xy - xy =$

$4ac + 2bc - 3ac =$

$4a + 6b - 2b + 3b =$

$7ac + 2bc - 2ab - bc + bc =$

$5xy - 2xy + 6xy - xy - 4x =$

$2ab - ab + 4ab - 5ab =$

$4ac - 2bc + 4ac + 2bc =$

5/ EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1 : Effectue les calculs suivants (utilise tout ce que tu connais) :

$2a(b + c) =$ $x(2y - 3z) =$ $5m(n+2p) =$

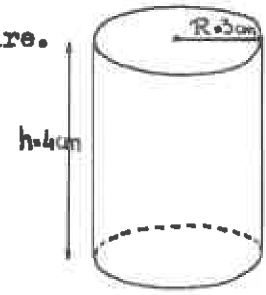
$4b(a + 3c - 4d) =$ $(b - 3a + 2c)1,5x =$

$2a(b + c) + c(a - 2b) =$

$5x(y + 2z) + 4y(x - 2z) + 10yz =$

$2c(b + d) + 3c(d + b) + 4d(c + 2b) =$

EXERCICE 2 : On veut calculer l'aire développée de ce cylindre.



a) . Dessine le patron de ce cylindre.

.. Calcule l'aire latérale.

... Calcule l'aire d'une base.

.... Calcule l'aire totale de ce patron.

b) Calcul littéral dans le cas général :

. Calcule l'aire latérale en utilisant R et h.

.. Calcule l'aire d'une base en utilisant R.

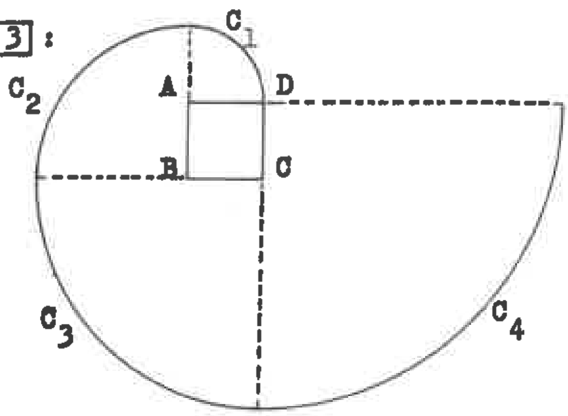
... Calcule l'aire totale A. Tu dois obtenir $A = 2\pi Rh + 2\pi R^2$.

c) Utilise la formule précédente pour compléter le tableau suivant :

R	h	A
5	2	
10	2	
5	4	
10	4	

c) Factorise l'expression précédente et reprends les calculs du tableau. Avec quelle formule les calculs te paraissent-ils plus faciles (moins longs) ?

EXERCICE 3 :



Rappel : le Périmètre d'un cercle est $P = \pi D$
$= 3,14$
D est le diamètre.

Le centre du quart de cercle C_1 est A, son rayon est 1. Quels sont les centre et les rayons des quarts de cercle C_2, C_3, C_4 ?

Quelle est la longueur de C_1 ? (Ecris l'opération sans faire le calcul)

Quelle est la longueur de C_2 ?

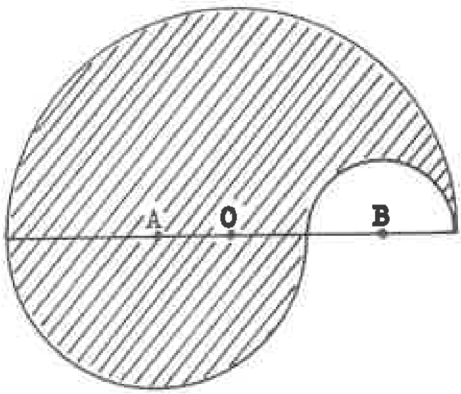
Quelle est la longueur de C_3 ?

Quelle est la longueur de C_4 ?

Calcule la longueur totale de cette courbe de 2 façons.

EXERCICE 4 : Rappel : L'aire d'un disque est $A = \pi R^2$.

Calcule de 2 façons l'aire de la surface hachurée.



TEST 18-2

EXERCICE 1 : Calcule :

$A = 3 \times 6 - 2 \times 4,5$

$B = 5 + 2,4 \times 6 - 3$

$C = (5 + 2,4) \times (6 - 3)$

$D = 5 + 1,5 \times 9 - 3 \times 4$

$E = (4 + 3 \times 5) \times 2 + 5$

$F = 4 \times [3 + (5 + 2 \times 2)]$

$G = 1 + 2 \times 3 + 4 \times 5$

$H = 1 + 2 \times (3 + 4 \times 5)$

$I = (1 + 2 \times 3 + 4) \times 5$

$J = [22 - 6 \times (0,5 + 2)] \times 4 - 2 \times 1,4$

EXERCICE 2 : Calcule la valeur numérique de :

$K = (2a - b)3b + c - a$ pour $a = 5$ $b = 2,5$ $c = 12,5$

$L = x + 3y(2 + xy - y)$ pour $x = 2$ $y = 0,4$

EXERCICE 3 : Factorise les expressions suivantes :

$M = 4x + xy$

$N = 4xy + 3xyz$

$O = 12cd + 4abc$

$P = 15a + 10ab - 20ac$

$Q = 16bc - 12bcd + 8abc$

$R = 8axy - 6xyz + 2xy$

$S = x^2y - 2xy + xy^2$

$T = 3a^2b - 6a^2b^2 + 12ab$

EXERCICE 4 : Réduire les ecritures suivantes :

$U = 12x - 3x + 4x$

$V = 3ac + 7bc - ac + 3,4bc + 7ac$

$W = 12xy - 5x - 3xy + 7y + xy$

$X = 4a^2b + 8ab - 3ab^2 - 6ab + 3a^2b$

EXERCICE 5 : Effectuer les calculs suivants (le résultat doit être le plus simple possible)

$Y = 2a(b + 2c - d) + 3b(a - 2c) + 6ad + 6bc$

$Z = 4x(x - 2y + 3) + 3y(4 + 6x - 1) - 6x + 3y$

$X = a(b + c) + 2b(a + c) + 3c(a + b)$

MATHEMATIQUES 5 EME 4 EME

ANNEE SCOLAIRE 1987

DOSSIER N°19

TITRE : PROPORTIONNALITE

5

PREREQUIS

AUCUN

OBJECTIFS

TRAITER DES PROBLEMES RELATIFS AUX SUITES PROPORTIONNELLES EN UTILISANT DES TABLEAUX

REALISE PAR :

PIERRE BISSEY — JEAN-CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT — GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX — GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

DOSSIER N°19

PROPORTIONNALITE

Ce dossier va te permettre de revoir et de compléter la notion de proportionnalité étudiée dans le dossier n° 5 en 6 ème.

1 / SUITES DE NOMBRES PROPORTIONNELLES

A) Etude de deux situations

En 1984, pour équilibrer son budget, le gouverne ent décide de créer une surtaxe. Il propose aux députés le tableau suivant pour les impôts compris entre 20 000 et 25 000 francs.

a)

Impôts (f)	20000	21000	22000	23000	24000	25000
Surtaxe (f)	1000	1050	1100	1150	1200	1250

Calcule $\frac{1000}{20000}$; $\frac{1050}{21000}$; $\frac{1100}{22000}$ ....

Que constates-tu ?

Suite à un amendement, la surtaxe finalement adoptée est donnée par le tableau suivant :

b)

Impôts (f)	20000	21000	22000	23000	24000	25000
Surtaxe (f)	0	250	500	750	1000	1250

Calcule $\frac{0}{20000}$; $\frac{250}{21000}$; $\frac{500}{22000}$ ....

Que constates-tu ?

B) Suites proportionnelles. Coéfficient de proportionnalité

La situation du tableau a) représente deux suites proportionnelles, celle du tableau b) représente deux suites non proportionnelles.

Dans le tableau a), le nombre 0,05 est le coefficient de proportionnalité permettant de passer de la première à la deuxième suite par multiplication.

De manière plus générale, considérons deux suites :

S_1	a	b	c	d
S_2	x	y	z	t

S_2 est proportionnelle à S_1 si $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{t}{d} = k$

k est le coéfficient de proportionnalité pour passer de S_1 à S_2.

$$(:k) \quad \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} \quad (\times k)$$

Remarque : Dans toute la suite de ce dossier, nous conviendrons que le coéfficient de proportionnalité est celui qui permet de passer de S_1 à S_2.

Exemples :

a)

S_1	2	0,13	2,3	45
S_2	50	3,25	57,5	1125

$\frac{50}{2} = 25 \qquad \frac{3,25}{0,13} = 25 \qquad \frac{57,5}{2,3} = 25 \qquad \frac{1125}{45} = 25$

S_1 et S_2 sont proportionnelles. Le coéfficient de proportionnalité est 25.

b)

S_1	3	1,8	2,5	11
S_2	51	30,6	42	187

$\frac{51}{3} = 17 \qquad \frac{30,6}{1,8} = 17$ mais $\frac{42}{2,5} = 16,8$

S_1 et S_2 ne sont donc pas proportionnelles.

EXERCICE 1 : Dans chacun des tableaux suivants, tu étudieras s'il y a proportionnalité. Si oui, quel est le coéfficient de proportionnalité ?

a)

S_1	2	5	1,7	3,9	5,4
S_2	36	90	30,6	70,2	98,2

b)

S_1	5	13	5,8
S_2	6,5	16,9	7,54

c)

S_1	7	2,5	3,8	1000
S_2	42,7	15,25	23,18	610

d)

S_1	17	25	3,1	2,7
S_2	3,91	5,75	0,733	0,621

Remarque : Dans tous les exemples que nous venons de voir, les coefficients de proportionnalité étaient des nombres décimaux. Ce n'est pas toujours le cas. Il peut alors être intéressant de travailler directement avec les écritures fractionnaires :

Exemple :

S_1	7	28	8,4	259
S_2	3	12	3,6	111

$\frac{3}{7} = 0,42857\ 142857\ 142857...$ Ce n'est pas un nombre décimal.

Utilisons alors ce que nous avons vu dans le dossier 14 sur les écritures fractionnaires :

$\frac{12}{28} = \frac{4 \times 3}{4 \times 7} = \frac{3}{7} \qquad \frac{3,6}{8,4} = \frac{1,2 \times 3}{1,2 \times 7} = \frac{3}{7} \qquad \frac{111}{259} = ... = ...$

Donc les suites sont proportionnelles et le coefficient de proportionnalité est $k = \frac{3}{7}$.

EXERCICE 2 : Même exercice que l'exercice 1 pour les tableaux suivants :

a)

S_1	11	187	110	16,5	61,6
S_2	7	119	70	10,5	39,2

b)

S_1	13	130	247	78
S_2	11	110	209	64

EXERCICE 3 : Même exercice que l'exercice 1 pour les tableaux suivants :

a)

S_1	4	4,7	5,2	6,3	19
S_2	68	79,9	88,4	107,1	323

b)

S_1	6	17,1	22,5	303	61,2
S_2	4	11,4	15	202	40,8

c)

S_1	2,3	5	7,8
S_2	16,1	35	54,6

d)

S_1	11	143	24,2	264
S_2	3	39	6,6	62

C) Situations proportionnelles

Dans tout ce paragraphe, les situations proposées sont proportionnelles. On va utiliser cette propriété pour compléter les tableaux proposés.

i- On connait le coefficient de proportionnalité :

EXERCICE 4 : a) k = 17

:17 ↑ ↓ x17

S_1	13	2,8		
S_2			238	57,8

b) k = 0,08

S_1	1000	230			1,8	
S_2			0,96	4,64		11,6

EXERCICE 5 : Un litre de super coûte 4,90 francs.

a) Combien coûtent 13 litres ; 25 litres ; 37 litres ?

b) Quelle quantité de super puis-je avoir pour 49 f ; 83,30 f ; 200,90 f ?

c) Représenter cette situation sous forme d'un tableau.

ii- On connait deux termes correspondants :

Exemple :

S_1	13	1,9	7		
S_2			28	660	380

On calcule $\frac{28}{7} = 4$, puis $13 \times 4 = 52$ $\qquad 660 : 4 = 165$

$1,9 \times 4 = 7,6$ $\qquad 380 : 4 = 95$

On obtient donc le tableau :

S_1	13	1,9	7	165	95

EXERCICE 6 : Complète les tableaux de proportionnalité

a)

S_1	24		36		62	7,5		3,5
S_2		72		9	372		82,2	

x ?

b)

S_1	2,4	7,3		9	
S_2	2,16		1,62		4,05

x ?

EXERCICE 7 : En reprenant l'exemple du début du dossier, après vote de l'Assemblée, la surtaxe au-dela de 30 000 f est proportionnelle à l'impôt.

Calcule le coefficient de proportionnalité et complète le tableau :

Impôts (f)	30000	35000		70000	
Surtaxe (f)		2800	4000		72000

EXERCICE 8 : La masse d'un solide, pour un matériau homogène donné, est proportionnelle à son volume.

Pour le cuivre, on sait que un volume de 7 cm^3 a une masse de 61,6 g.

a) Quelle est la masse de 2,7 cm^3 ; 6,1 dm^3 ; 5,7 m^3 ?

b) Quel est le volume de cuivre occupé par une masse de 149,6 g ; 63,36 kg ; 475,2 t ?

Tu peux t'aider d'un tableau de proportionnalité. Attention aux unités.

EXERCICE 9 : Dans les tableaux de proportionnalité suivants, trouve la valeur des lettres. Rédige tes calculs.

a)

S_1	5	7	3,7	c	d
S_2	a	35	b	93	3,75

b)

S_1	100	f	3,8	h	7,9
S_2	e	93,6	g	90	14,22

c)

S_1	i	j	0,37	7,9	13,2
S_2	213,2	18,45	1,517	k	l

EXERCICE 10 : Complète le tableau suivant, sachant que les suites S_1 , S_2 , S_3 , S_4 sont proportionnelles :

S_1	13	7,3		17,3		1,8	
S_2	26						
S_3			60		90	10,8	7,2
S_4							36

x x x x

2 / PROPRIETES DES SUITES PROPORTIONNELLES

A) Première propriété

Exemple : Voici un barème donnant le prix des carottes suivant le nombre de kilogrammes :

Masse (kg)	1	2	3	4	5
Prix (f)	2,50	5	7,50	10	12,50

Ces deux suites sont évidemment proportionnelles.

On constate :

Masse : 3 = 2 + 1 — Masse : 5 = 2 + 3

Prix : 7,50 = 5 + 2,50 — Prix : 12,50 = 5 + 7,50

Généralisons cette propriété :

Considérons deux suites proportionnelles :

S_1	a	b
S_2	x	y

Alors :

S_3	a	b	a + b
S_4	x	y	x + y

sont aussi proportionnelles.

Soit encore :

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x+y}{a+b}$$

EXERCICE 11 : Complète les tableaux suivants de suites proportionnelles sans calculer le coefficient de proportionnalité :

a)

S_1	7,2	13	20,2	27,4
S_2	0,7	1,625		

b)

S_1	84	4,9		
S_2	12	0,7	12,7	13,4

c)

S_1	9,75	4,81	14,56	
S_2	7,5	3,7		14,9

B) Deuxième propriété

Exemple : Reprenons le barème précédent

Masse (kg)	2	10	16	24
Prix (f)	5	25	40	60

On constate :

Masse : 10 = 2 x 5 — 16 = 2 x 8 — 24 = 2 x 12

Prix : 25 = 5 x 5 — 40 = 5 x 8 — 60 = 5 x 12

Généralisons cette propriété :

Considérons deux suites proportionnelles :

S_1	a	b
S_2	x	y

Alors :

S_3	a	b	pa
S_4	x	y	px

sont aussi proportionnelles.

Soit encore :

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{px}{pa}$$

C'est une propriété déja vue dans le dossier 14, et déja utilisée en début de dossier.

EXERCICE 12 : Complète les tableaux suivants de suites proportionnelles sans calculer le coefficient de proportionnalité :

a)

S_1	13,3	26,6		
S_2	1,9		9,5	19

b)

S_1	11,7	58,5		210,6	
S_2	7,3		87,6		328,5

EXERCICE 13 : En utilisant les deux propriétés des suites proportionnelles, complète les tableaux suivants, sans calculer les coefficients de proportionnalité :

a)

S_1	3	5		21	
S_2	2,4	4	6,4		44,8

b)

S_1	7	10	17		27	
S_2	79,1	113		395,5		2034

3 / APPLICATION DES PROPRIETES : PARTAGE PROPORTIONNEL

A) Partage proportionnel

Situation 1 : Deux amis, Xavier et Yann, ont respectivement misé 3 francs et 5 francs pour une grille de loto. Or celle-ci, avec 4 numéros, gagne 142 francs. Quelle est la part de chacun ?

Il est bien évident que le partage en 2 parts égales avantagerait Xavier et désavantagerait Yann. Aussi va-t-on faire un partage proportionnel à leurs mises.

> Partager proportionnellement 142 à 3 et 5, cela veut dire trouver une suite de 2 nombres x et y proportionnelle à la suite " 3 ; 5 " tels la somme de x et y soit 142.

Concrètement :

i- Soit on fait le schéma suivant :

3	5	8
x	y	142

On obtient le coefficient de proportionnalité $\frac{142}{8} = 17,75$

D'où : $x = 3 \times 17,75$ $y = 5 \times 17,75$

$x = 53,25$ $y = 88,75$

Part de Xavier : 53,25 f   Part de Yann : 88,75 f

ii- Soit on utilise les écritures fractionnaires :

$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{142}{8}$ Donc $\frac{x}{3} = \frac{142}{8}$ $x = \frac{142 \cdot 3}{8}$ $x = 53,25$

$\frac{y}{5} = \frac{142}{8}$ $y = \frac{142 \cdot 5}{8}$ $y = 88,75$

EXERCICE 14 : Un employeur partage une prime de 2200 f entre 3 de ses employés, proportionnellement à leur ancienneté, soit respectivement 4ans, 5 ans et 7 ans.
Calcule la part de chaque employé.

EXERCICE 15 : Trois enfants se partagent 1000 f proportionnellement à leur age : 16 ans, 14 ans et 10 ans.
Calcule la part de chacun.

Situation 2 : Trois associés, André, Bernard et Christian, investissent respectivement 10000 f, 15000 f et 20000f dans une affaire. Au bout d'une certaine période, ils décident de se partager un bénéfice de 9000 f en parts proportionnelles à leur investissement. Quelle est la part de chacun ?

Remarque : Soit a, b et c les parts respectives de chacun. Elles sont proportionnelles à 10000, 15000 et 20000 ; donc à 10, 15 et 20.

En effet :

10000	15000	20000
10	15	20
x	y	z

$: 1000$ $\times k_1$ $\times k_2$

En utilisant cette simplification, calcule les parts de André, Bernard et Christian.

EXERCICE 16 : Trois associés ont mis dans une entreprise 10000 f, 14000 f et 26000 f. Partage proportionnellement à leurs mises un gain de 13680 f.

EXERCICE 17 : Problème de C.A.P.

Trois commerçants se sont groupés pour faire transporter sur un même parcours des marchandises de même nature. Ils répartissent les frais de transport, soit 676 f, proportionnellement aux masses des marchandises transportées pour chacun d'eux : 2500 kg, 6000 kg et 4500 kg.

Quelle est la somme à régler pour chaque commerçant ?

B) Partages plus compliqués

Situation 3 : Dans une entreprise, 4 employés ont 3 ans d'ancienneté, 2 employés ont 5 ans d'ancienneté et 3 employés ont 7 ans d'ancienneté.

Il faut partager une prime de 3010 f proportionnellement à l'ancienneté de chacun.

Soit x la part de ceux qui ont 3 ans d'ancienneté
y " " " " 5 " "
z " " " " 7 " " .

On peut utiliser le tableau de proportionnalité suivant :

3	3	3	3	5	5	7	7	7
x	x	x	x	y	y	z	z	z

Mais en utilisant les 2 propriétés de la proportionnalité, il est plus simple d'utiliser le tableau suivant :

3	5	7	12	10	21	43
x	y	z	4x	2y	3z	3010

$\times 4$ $\times 2$ $\times 3$

avec $12 + 10 + 21 = 43$

$4x + 2y + 3z = 3010$

On calcule alors : $k = \frac{3010}{43} = 70$

D'où : $x = 3 \cdot 70$ $y = 5 \cdot 70$ $z = 7 \cdot 70$

$x = 210$ $y = 350$ $z = 490$

EXERCICE 18 : Dans une entreprise, il y a 10 associés. 3 ont mis 10000 f, 2 ont mis 12000 f et 5 ont mis 16000 f.

Ils se partagent un gain de 10050 f proportionnellement à leurs mises.

Quelle est la part de chacun ?

EXERCICE 19 : Problème de B.E.P.

Les copropriétaires d'un immeuble répartissent 80000 f de travaux éxécutés à frais communs, proportionnellement à la valeur locative de leurs appartements, estimée comme suit :

4 appartements à 750 f

5 appartements à 600 f

10 appartements à 400 f.

Quelle est la part de chacun ?

C) Diagramme en bandes ; diagramme circulaire

Tu vas retrouver ici deux types de problèmes déja vus dans les dossiers 4 et 10.

1- Diagramme en bande

Situation 1 : Voici la composition du personnel d'un hôtel de Troyes :

Cuisiniers (C) : 5 Aide-cuisiniers (A) : 10

Serveurs (S) : 8 Femme de chambre (F) : 27

Représente cette situation par un diagramme en bande en utilisant un rectangle de 15 cm de longueur.

Méthode : On fait un partage proportionnel :

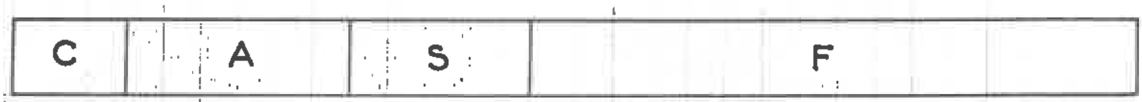
5	10	8	27	50
C	A	S	F	15

D'où : $k = \frac{15}{50} = 0,3$

$C = 5 \cdot 0,3 = 1,5$ $S = 8 \cdot 0,3 = 2,4$

$A = 10 \cdot 0,3 = 3$ $F = 27 \cdot 0,3 = 8,1$

On obtient donc le diagramme suivant :



EXERCICE 20 : Une enquête effectuée auprès de 80 consommateurs pour savoir quel type de lessive ils utilisent a donné les résultats suivants :

Marque X : 16 Marque Z : 28

Marque Y : 24 Marque T : 12

Représente cette situation par un diagramme en bande en utilisant un rectangle de 16 cm de longueur.

EXERCICE 21 : Voici les répartitions suivant le sport pratiqué dans le niveau 4ème du collège :

Athlétisme	: 37	Basket-ball	: 25	Football	: 53
Hand-ball	: 29	Natation	: 12	Volley-ball	: 24

Représente cette situation par un diagramme en bande en utilisant un rectangle de longueur 18 cm.

EXERCICE 22 : Représente par un diagramme en bande la répartition suivant les années de naissance de ta classe, en choisissant une longueur de rectangle "intéressante".

ii- Diagramme circulaire

C'est le même problème, sachant qu'il faut partager 360°.

EXERCICE 23 : Représente par un diagramme circulaire l'exercice 21.

iii- Diagramme semi-circulaire

C'est le même problème, sachant qu'il faut partager 180°.

EXERCICE 24 : Représente par un diagramme semi-circulaire la situation 1 page 19-7.

EXERCICE 25 : Dans une classe de 30 élèves, 9 font du foot, 8 font de la natation, 6 font du basket et 7 ne font pas de sport du tout.
Représente cette situation par un diagramme semi-circulaire.

4 / PROPORTION

Une proportion est la donnée de deux suites proportionnelles de 2 nombres chacune.

Exemple :

7	13
35	65

est une proportion.

En effet : $\frac{35}{7} = \frac{65}{13} = 5$

On retrouve la propriété vue dans le dossier 14 : $35 \cdot 13 = 65 \cdot 7$.

Quatrième proportionnelle

Un des problèmes très classiques de la proportionnalité est la recherche du quatrième terme d'une proportion, appelé quatrième proportionnelle.

Problème : a, b et c sont connus. Chercher x tel que les tableaux suivants soient des proportions :

a	b
c	x

$\frac{x}{b} = \frac{c}{a}$ $\quad x = \frac{bc}{a}$

-ii- <u>Je connais une longueur réelle et l'échelle</u>. Trouver la longueur dessin correspondante.

Exemple : l.r. = 25 km $\qquad e = \dfrac{1}{200\ 000}$

En remarquant que 200 000 a 5 zéros, je fais la conversion suivante :

$$\text{l.r.} = 25\ \underbrace{00000}_{5\ \text{zéros}}\ \text{cm}$$

On a alors la proportion :

l.r. (cm)	200 000	2 500 000
l.d. (cm)	1	x

D'où $x = \dfrac{1\ .\ 2\ 500\ 000}{200\ 000} = 12{,}5$

On a donc l.d. = 12,5 cm

-iii- <u>Je connais une longueur dessin et l'échelle</u>. Trouver la longueur réelle correspondante.

Exemple : l.d. = 13 cm $\qquad e = \dfrac{1}{400}$

On a la proportion :

l.r. (cm)	400	x
l.d. (cm)	1	13

D'où $x = \dfrac{400\ .\ 13}{1} = 5200$

On a donc l.r. = 5200 cm = 52 m

$\boxed{\text{REMARQUES TRÈS IMPORTANTES}}$:

a) Si tu utilises ces tableaux de proportionnalité, il faut faire attention que les longueurs réelles et les longueurs dessin soient exprimées dans la même unité.

b) Quand tu auras bien compris la notion d'échelle, tu pourras te passer des tableaux de proportionnalité en remarquant que, dans le cas d'une réduction, on a le schéma :

échelle = $\boxed{e = \dfrac{1}{b}}$

$$\begin{tikzcd} \boxed{\text{l.r.}} \arrow[r, shift left, ":b"] & \boxed{\text{l.d.}} \arrow[l, shift left, "x\,b"] \end{tikzcd}$$

Donc $\boxed{b = \dfrac{\text{l.r.}}{\text{l.d.}}}$ $\qquad \boxed{\text{l.d.} = \dfrac{\text{l.r.}}{b}}$ $\qquad \boxed{\text{l.r.} = \text{l.d.} \times b}$

Toutes ces explications doivent te permettre de faire maintenant l'exercice qui se trouve sur la page suivante.

2 / GENERALITES SUR LES ECHELLES

A) VOCABULAIRE

Pour simplifier les notations de ce dossier, nous parlerons de :

- Objet réel : c'est l'objet réel de l'étude : objet technique, champ, village, maison ...
  Ses dimensions seront appelées longueurs réelles (l.r.).

- Objet dessin : c'est la représentation de l'objet que l'on fait : plan, carte, photo, agrandissement ...
  Ses dimensions seront appelées longueurs dessin (l.d.).

- Echelle : c'est le coefficient de proportionnalité permettant de passer des longueurs réelles aux longueurs dessin.

B) REDUCTION . AGRANDISSEMENT

a) Cas d'une réduction (cf. 1/ situation 1 b))

C'est le cas le plus classique ; on représente l'objet réel par un objet dessin dont les dimensions sont plus petites.

On a alors la proportion :

l.r.	b	
l.d.	1	

On représente conventionnellement l'échelle par $e = \frac{1}{b}$.

On dit alors qu'on a une échelle au " 1 sur b ième".

Voici, dans ce cas, les 3 problèmes qui peuvent se présenter :

-1- Je connais une longueur réelle et une longueur dessin. Trouver l'échelle.

Exemple : l.r. = 35 km   l.d. = 7 cm   Echelle = ?

On met les dimensions dans la même unité, en choisissant la plus petite des deux proposées : ici le cm.

l.r. = 3500000 cm   l.d. = 7 cm

On a alors la proportion :

l.r. (cm)	b	3500000
l.d. (cm)	1	7

On calcule b : $b = \frac{3500000 \cdot 1}{7} = 5000000$

On en déduit l'échelle : $e = \frac{1}{500\ 000}$ (se lit " un cinq cent millième)

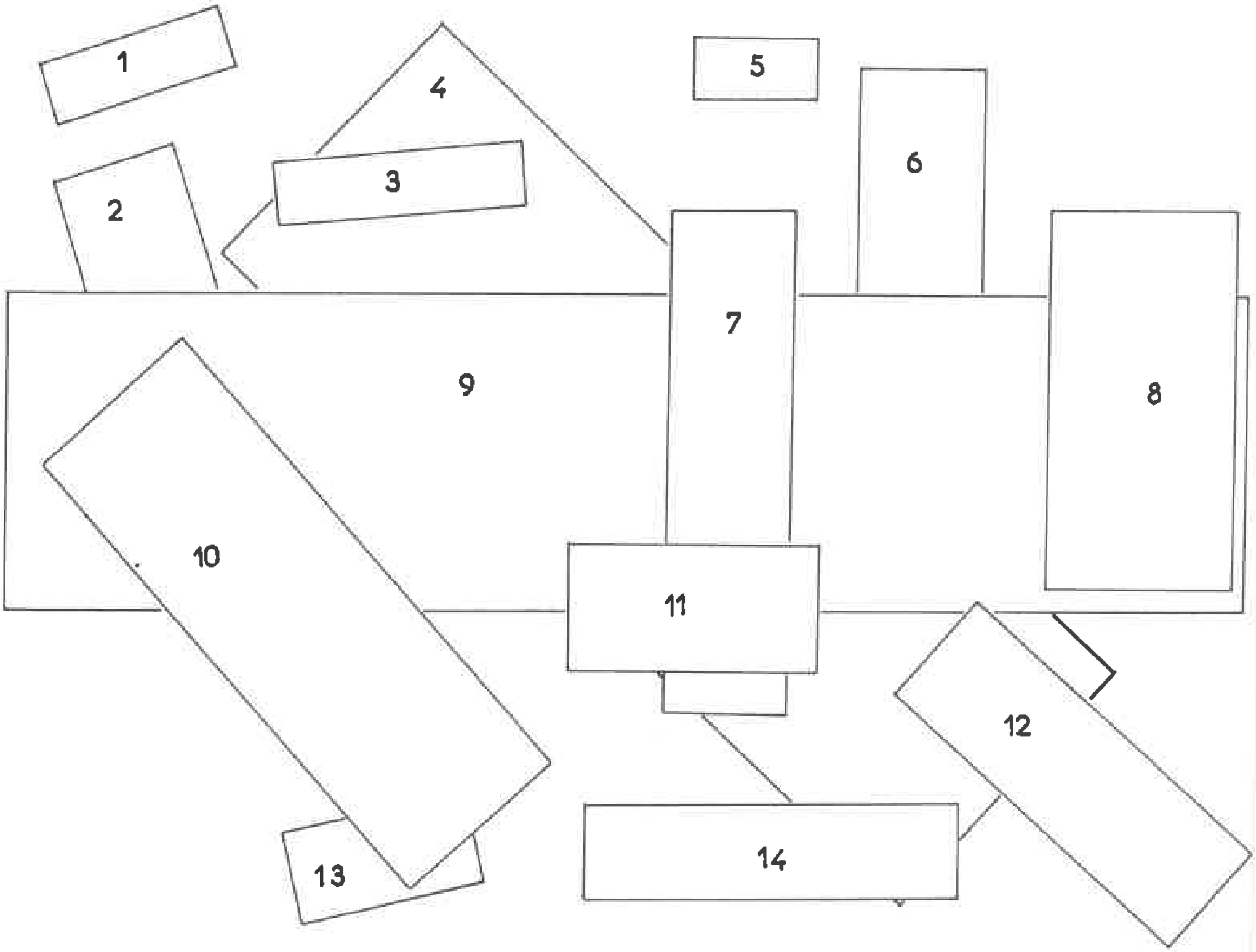
Une autre façon de donner cette échelle est la suivante :

500 000 cm = 5 km

On dit qu'on a une échelle de 1 cm pour 5 km.

SITUATION 5

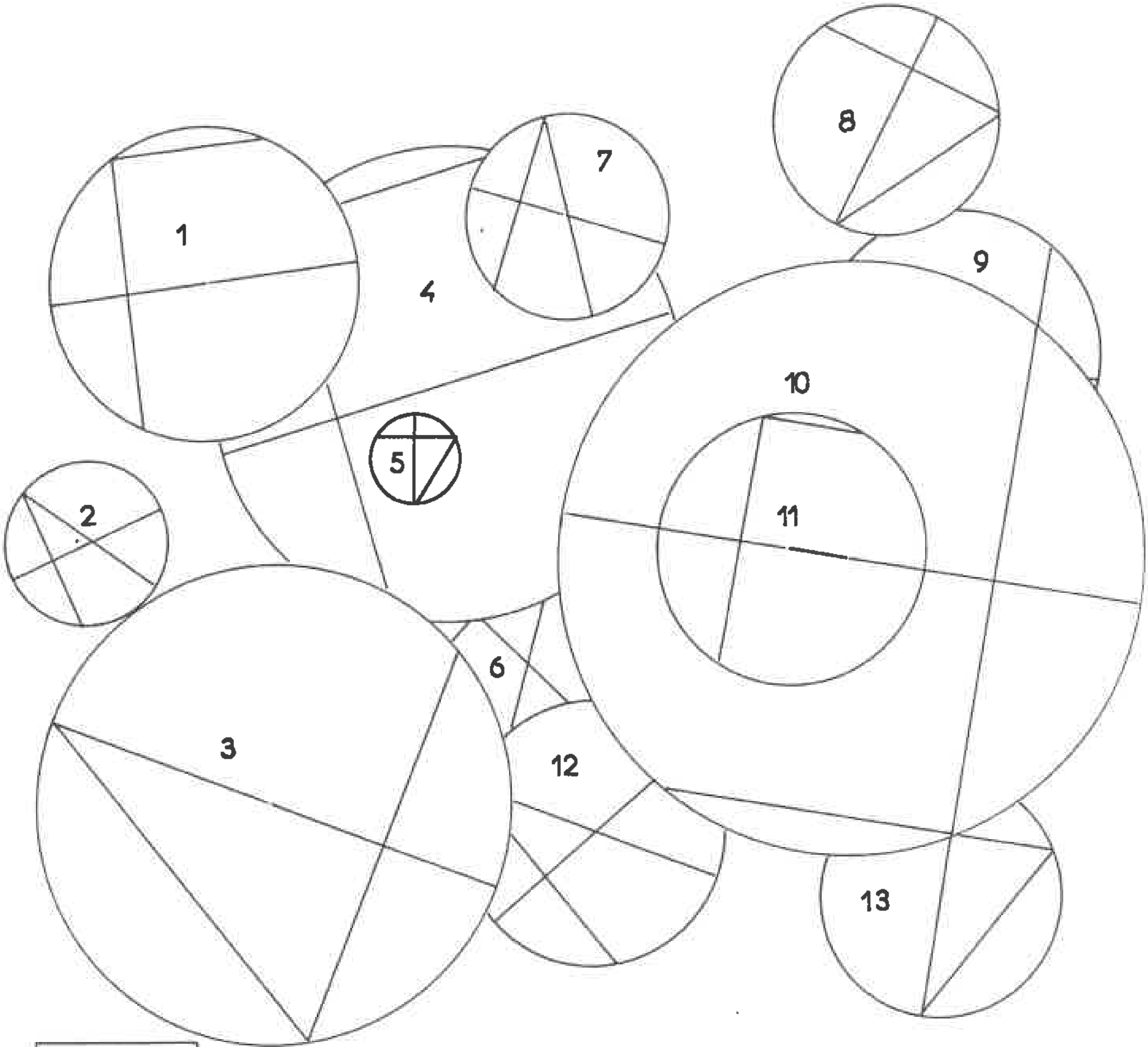
Même travail que précédemment avec les figures ci-dessous



Dans ce cas, les angles suffisent-ils à faire la différence ?

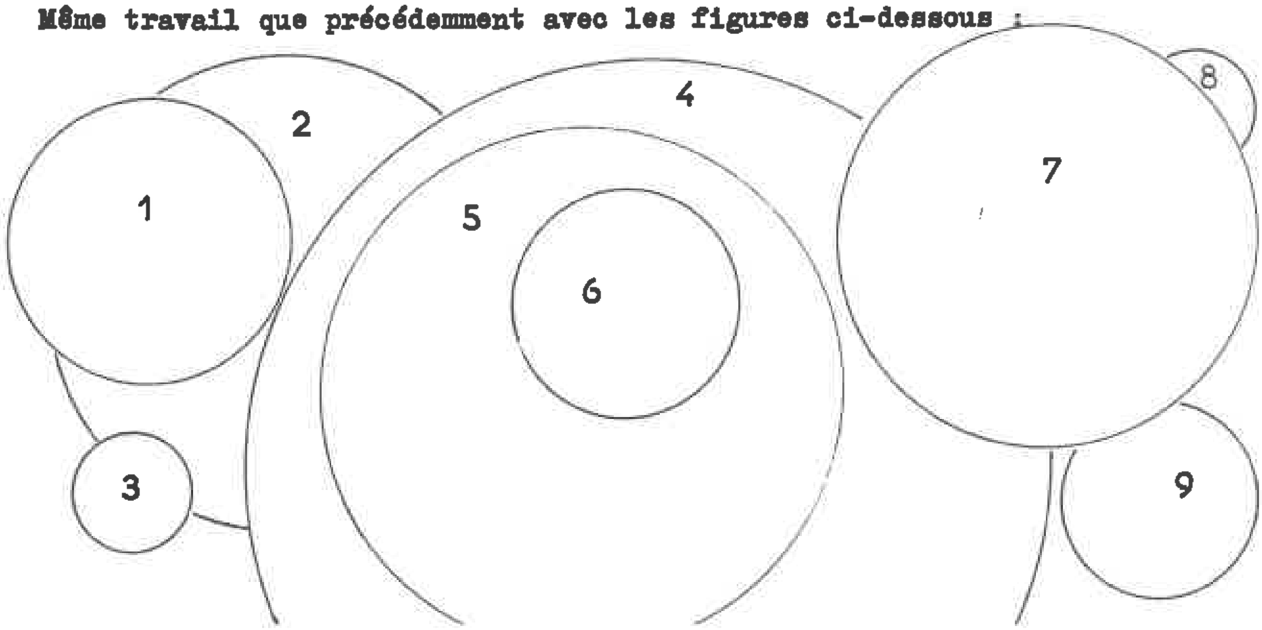
SITUATION 3

Même travail que précédemment avec les figures ci-dessous :



SITUATION 4

Même travail que précédemment avec les figures ci-dessous :



a	b
x	c

$\frac{x}{a} = \frac{c}{b}$ $\quad x = \frac{ac}{b}$

a	x
b	c

$\frac{x}{c} = \frac{a}{b}$ $\quad x = \frac{ac}{b}$

x	a
b	c

$\frac{x}{b} = \frac{a}{c}$ $\quad x = \frac{ab}{c}$

EXERCICE 26 : Complète les proportions suivantes :

12	20
39	

17	34
	8

11	
143	13

	0,8
1,5	27

Intéret

Dans les dossiers pourcentages et échelles, tu auras l'occasion de voir de nombreux exemples numériques faisant intervenir les proportions.

ATTENTION : Le "truc" vu ci-dessus parait très simple. Mais tu verras que la principale difficulté consiste à placer correctement les termes connus!

CONTROLE 19

EXERCICE 1 : Voici des suites de nombres. Dis si elles sont proportionnelles.

a)

2,5	3,2	7,5	10
19,5	24,96	58,6	78

b)

3	7,2	11,4	17
8,55	20,52	32,49	48,45

EXERCICE 2 : Voici deux suites de nombres proportionnelles. Calcule le coefficient de proportionnalité, puis complète ces suites de nombres.

7		8	12		62
22,75	325			3250	

EXERCICE 3 : En utilisant les propriétés des suites proportionnelles, complète les tableaux suivants sans calculer le coefficient de proportionnalité.

a)

3	5	8	13	10
5,1	8,5			

b)

2,6	1,3		26
3,9		19,5	

EXERCICE 4 : Une entreprise partage une somme de 5472 f proportionnellement à l'ancienneté de 3 ouvriers, soit 3 ans, 7ans et 2 ans.
Quelle est la part de chacun ?

EXERCICE 5 : Trois associés ont mis dans une entreprise 3000 f, 4000 f et 5000 f.
Partage proportionnellement à leurs mises un gain de 9600 f.

EXERCICE 6 : Un employeur répartit une prime de 24058 f entre ses 9 employés proportionnellement à leur ancienneté :

3 ont 4 ans d'ancienneté
2 ont 5 ans d'ancienneté
4 ont 6 ans d'ancienneté.

Calcule la part de chacun.

EXERCICE 7 : Sur le parking du collège sont garées :

6 Renault (R) ; 5 Peugeot (P) ; 3 Citroën (C) ; 1 Opel (O)

Représente cette situation :

a) Par un diagramme en bande (longueur 18 cm)
b) Par un diagramme circulaire.

MATHEMATIQUES 5 EME 4 EME

ANNEE SCOLAIRE 1987

DOSSIER N°20

TITRE : POURCENTAGES

5

PREREQUIS

DOSSIER N° 19

OBJECTIFS

- CALCULER UN POURCENTAGE ET APPLIQUER UN POURCENTAGE.
- CONNAISSANT L'UNE DES TROIS DONNEES SUIVANTES : QUANTITE DE DEPART, POURCENTAGE, QUANTITE D'ARRIVEE, TROUVER LA TROISIEME.
- APPLIQUER LES POURCENTAGES A DES PROBLEMES DE LA VIE COURANTE.

REALISE PAR :

PIERRE BISSEY — JEAN-CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT — GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX — GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

DOSSIER 20

POURCENTAGES

/ GENERALITES

Les pourcentages font partie de notre vie quotidienne. Nous les retrouvons dans un grand nombre de situations : politiques (sondages, élections, ...), commerciales (bénéfice, perte, remise, service, ...), bancaires (intérêt, agios, ...) compositions de certains produits, ...

Tu connais déja le symbole qui exprime un pourcentage : %.
15 % se lit " quinze pour cent ".

Tu as déja appris en 6 ème à prendre t % d'une quantité.

<u>Rappel</u> : Prendre t % d'une quantité a, c'est déterminer le nombre b tel que

$$b = \frac{a.t}{100}$$

<u>Exemple</u> : Un commerçant accorde une remise de 8 % sur un article dont le prix de vente est 7200 f. Quel est le montant de la remise ?

On fait le calcul : $\frac{7200 \times 8}{100} = 576$

<u>A la calculatrice</u> : Si tu as la touche % : 7200 x 8% = ...
Si tu n'as pas la touche % : 7200 x 0,08 = ...

(car $8\ \% = \frac{8}{100}$)

Le but de ce dossier est d'essayer de faire un peu le tour des difficultés que l'on peut rencontrer dans différentes situations faisant intervenir les pourcentages.

Du point de vue mathématique , exprimer un rapport en pourcentage, c'est étudier une proportion dont l'un des termes est 100 :

100	

Toute la difficulté est de bien placer les autres termes!

/ SITUATIONS FAISANT INTERVENIR UN POURCENTAGE SUR LA QUANTITE DE DEPART

Il y a 3 types de problèmes, illustrés dans les situations ci-dessous :

Situation 1 : Un commerçant fait une remise de 12 % sur un article valant 3700 F.
Quel est le montant de la remise et le nouveau prix de vente ?

On a le tableau suivant :

Vente avant remise	100	3700
Remise	12	x

On se retrouve devant un problème de quatrième proportionnelle (voir dossier 19

On a donc : $x = \frac{3700 \cdot 12}{100} = 444$

Solution : Remise = 444 f

Nouveau prix = 3700 - 444 = 3256 f.

Remarque : On aurait pu résumer tout le problème dans un seul tableau de proportionnalité :

Vente avant remise	Remise	Vente après remise
100	12	88
3700	444	3256

Sont encadrés les résultats après calcul.

Situation 2 : Mon loyer vient d'être augmenté de 7,5 %. Sachant que cela fait une hausse de 244,50 f, quel est mon ancien loyer et quel est mon nouveau loyer ?

On a le tableau suivant :

Ancien loyer	100	x
Hausse	7,5	244,50

Calcule alors x. Quel est l'ancien loyer ? Quel est le nouveau loyer ?

Comme dans la situation précédente, on peut résumer tout le problème dans un seul tableau de proportionnalité :

Ancien loyer	Hausse	Nouveau loyer
100	7,5	
	244,50	

Reproduis et complète ce tableau.

Situation 3 : Au cours d'élections municipales, Monsieur Dupont a recueilli 1386 suffrages. Il y a eu 4950 votants. Quel a été son poucentage de voix ?

On a le tableau suivant :

Total des voix	100	4950
Dupont	x	1386

Calcule x, et donne le pourcentage de voix de Monsieur Dupont.

Remarques : a) Les nombres présentés ci-dessus ont été " choisis ", ce qui fait que les résultats sont des nombres entiers ou décimaux. Ce n'est que très rarement le cas dans la réalité !

b) Les tableaux de proportionnalité ne sont pas une nécéssité pour résoudre ces problèmes, mais dans un premier temps nous te le conseillons : bien poser son tableau, c'est bien poser son problème. Quand tu seras devenu un champion du pourcentage, tu pourra t'en passer.

Des pourcentages en vrac ...

Et maintenant à toi de jouer. Dans chacun des exercices suivants:

a) Repère s'il s'agit d'un problème de type 1, 2 ou 3.

b) Fais alors le tableau de proportionnalité.

c) Résouds le problème.

XERCICE 1 : Sur un réfrigérateur valant 2350 f, le marchand consent une remise de 6 % Si l'acheteur paie comptant. Quel est le prix au comptant ?

XERCICE 2 : Un meuble valant 3250 f est vendu avec une perte de 520 f. Quel est le pourcentage de cette perte par rapport à la valeur du meuble ? Par rapport au prix de vente ?

XERCICE 3 : La masse de farine fournie par une certaine qualité de blé représente 78 % de la masse de ce blé. Quelle masse de blé faut-il moudre pour obtenir 200 kilos de farine ?

XERCICE 4 : Un représentant reçoit 6,5 % sur les affaires qu'il réalise.

a) Quel est son gain sur une affaire de 37800 f ?

b) S'il touche 2965,30 f, à combien s'élève l'affaire ?

rix de revient et prix de vente

Pour les exercices suivants, on rappelle que pour un commerçant :

PRIX DE REVIENT + BENEFICE = PRIX DE VENTE

XERCICE 5 : On connait : prix de revient = 7500 f

bénéfice = 30 % du prix de revient

Quel est le bénéfice ? Quel est le prix de vente ?

Tu vas résoudre cet exercice en utilisant un tableau global (cf. situations 1 et 2)

Prix de revient	Bénéfice	Prix de vente
100	30	130
7500		

Explique 130.

Calcule le bénéfice et le prix de vente indépendamment l'un de l'autre.

Vérifie que ta solution est juste (comment ? Explique-le).

ésouds les exercices suivants en utilisant le même modèle.

XERCICE 6 : Prix de revient = 8300 f Prix de vente = 10292 f

Quel est le bénéfice et le bénéfice en % par rapport au prix de revient ?

XERCICE 7 : Bénéfice = 1180 f Bénéfice = 25 % du prix de revient

Quel est le prix de revient et le prix de vente ?

Capital et intérêt

Lorsqu'on a une somme d'argent, on a un " capital ".

On place alors ce capital pour qu'il rapporte des intérêts.

Le taux de placement indique l'intérêt annuel en %. Exemple : un taux de 8 % indique que pour 100 f placés, on aura un intérêt annuel de 8 f. On a alors, au bout d'un an, un nouveau capital, constitué de l'ancien capital et des intérêts. Dans l'exemple ce nouveau capital sera 108 f.

Exemple : J'ai un capital de 3500 f ; je le place à 8 % ; quel sera mon nouveau capital au bout d'un an ?

- Bénéfice annuel : 280 f

Capital	100	3500
Intérêt	8	x

$x = \frac{8 \cdot 3500}{100}$ $\quad x = 280$

- Nouveau capital : 3500 + 280, soit 3780 f.

- On aurait pu résumer tout cela dans le tableau suivant :

Capital	Intérêt	Nouveau capital
100	8	108
3500	280	3780

EXERCICE 8 : Un capital de 13250 f a été placé à 9,5 %. Quel est l'intérêt annuel, le nouveau capital au bout d'un an et le nouveau capital au bout de 2 ans ?

EXERCICE 9 : Un capital de 10500 f est placé pendant un an. Le nouveau capital obtenu est 11130 f. Quel est le taux de placement ?

EXERCICE 10 : Un capital, placé à 7,5 % a rapporté 521,25 f d'intérêt annuel. Quel est ce capital ? Quel est le nouveau capital ?

Elections

EXERCICE 11 : Au cours d'une éléction, toutes les voix exprimées se sont portées sur les quatre candidats suivants :

Alain Dupont : 7351 Bernard Dubois : 2651

Charles Durand : 19733 Didier Dutour : 6327

Exprime le résultat de chacun des candidats sous forme de pourcentage par rapport au total des voix exprimées.

Est-ce que l'un des candidats a été élu à ce premier tour (plus de 50 % des voix) ?

Représente graphiquement ces résultats par un diagramme en bande de longueur 16 cm.

/ SITUATIONS FAISANT INTERVENIR UN POURCENTAGE SUR UNE QUANTITE D'ARRIVEE

Dans le commerce, il est très fréquent que les pourcentages se calculent sur la quantité d'arrivée (taux de marque, bénéfice, ...). Ceci explique les pourcentages bizarres de la TVA.

Si l'on connait la quantité d'arrivée, il est alors immédiat d'en calculer un pourcentage. Mais en général, c'est la quantité de départ que l'on connait.

Voyons comment procéder, à travers la situation suivante :

On a déja vu : Prix de revient + Bénéfice = Prix de vente

Mais dans cette partie, le bénéfice s'exprimera en % sur le prix de vente.

Situation : Un commerçant veut réaliser un bénéfice de 20 % sur son prix de vente.

Quel sera le bénéfice et le prix de vente d'un article dont le prix de revient est 1750 f ?

On fait le tableau :

Prix de revient	Bénéfice	Prix de vente
80	20	100
1750		

- Explique 80.
- Calcule le bénéfice et le prix de vente indépendamment l'un de l'autre
- Vérifie que ta solution est juste.

Résouds les exercices suivants, en utilisant la même méthode :

ERCICE 12 : Un commerçant réalise un bénéfice de 30 % sur son prix de vente.

a) Le prix de revient d'un article est 3500 f. Quel est son prix de vente et le bénéfice ?

b) Le bénéfice réalisé sur un second article est 375 f ? Quel est son prix de revient

ERCICE 13 : Un commerçant vend 1680 f un article dont le prix de revient est 1260 f.
Calcule le bénéfice sur le prix de vente (en %).
Calcule le bénéfice sur le prix de revient (en %). Compare les deux résultats.

ERCICE 14 : Un commerçant réalise un bénéfice de 1750 f sur un article dont le prix de revient est 3250 f.
Quel est le bénéfice sur le prix de vente (en %) ? Sur le prix de revient ?
Compare ces deux résultats.

ERCICE 15 : Reproduis et complète le tableau suivant, sachant que le bénéfice est 40 % sur le prix de vente :

Prix de revient	Bénéfice	Prix de vente
37530		
	327	
		23725

4 / CALCULS RAPIDES SUR LES POURCENTAGES

a) Calcul mental

8,3 % de 100 f

5 % de 1000 f

15 % de 800 f

11,8% de 1000 f

7 % de 5000 f

11 % de 800 f

10 % de 3725 f

7,5 % de 4000 f

13,56 % de 100 f

7 % de 500 f

8,9 % de 1000 f

4 % de 11000 f

4,25 % de 2000 f

7 % de 1200 f

2 % de 580 f

18 % de 580 f

b) Pourcentages particuliers

Pour certains pourcentages, il est encore plus facile de calculer mentalement :

10 % : Il suffit de diviser par 10

10 % de 8527 f

10 % de 78,50 f

10 % de 11,30 f

10 % de 3625 f

50 % : Il suffit de diviser par 2

50 % de 728 f

50 % de 427,20 f

50 % de 650 f

50 % de 8248,50 f

25 % : Il suffit de diviser par 4

25 % de 438 f

25 % de 2520 f

33,33 % : c'est le taux de TVA. Il suffit de diviser par 3

33,33 % de 900 f

$33,\frac{1}{3}$ % de 2700 f

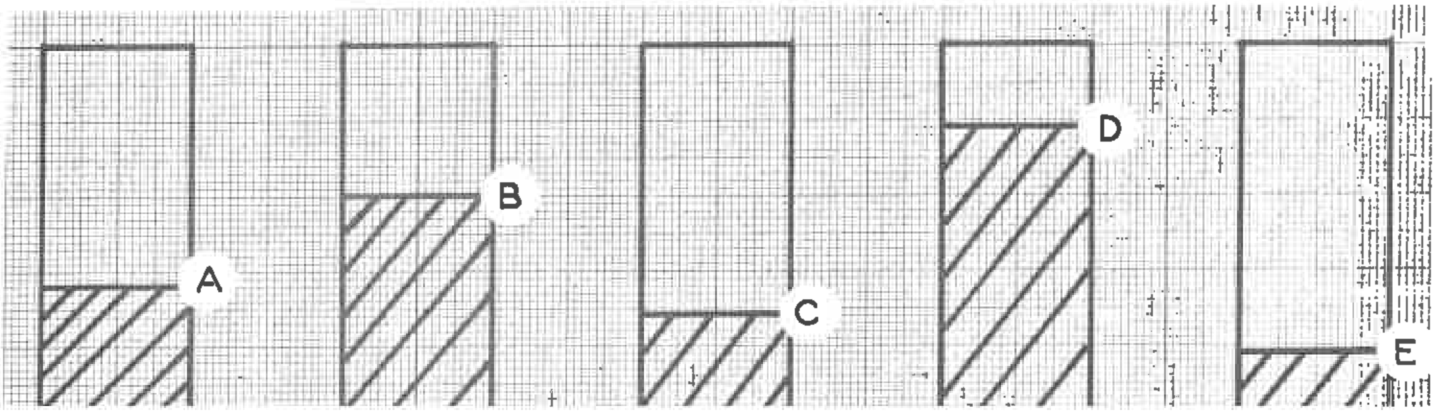
33,33 % de 750 f

$33,\frac{1}{3}$ % de 3942 f

c) A vue d'oeil

Il est important d'avoir une idée de l'ordre de grandeur d'un pourcentage ; ceci permet de controler, à vue d'oeil, si un résultat est nettement faux.

EXERCICE 16 : Voici 5 rectangles :



Voici 8 pourcentages : 60 %, 10 %, 18 %, 78 %, 90 %, 28 %, 50 %, 36 %.

5 de ces pourcentages représentent les pourcentages des aires hachurées par rapport à l'aire totale de ces rectangles.

A vue d'oeil . élimine les 3 pourcentages qui ne marchent pas.

. redonne à chaque figure son pourcentage.

. vérifie.

XERCICE 17 : Un commerçant fait une remise de 12 % sur un article valant 250 f.

Parmi les remises suivantes, laquelle peut être juste : 375 f, 10 f, 25 f, 60 f, 30 f, 47,50 f ?

Vérifie. Conclusion ?

XERCICE 18 : Un commerçant fait une remise de 139,50 f sur un article valant 930 f.

Parmi les pourcentages de remise suivants, lequel peut être juste : 5 % - 80 % - 50 % - 37,5 % - 15 % - 10 % - 20 % ?

Vérifie. Conclusion ?

XERCICE 19 : Un commerçant fait une remise de 18 % sur un article valant 375 f.

Parmi les remises suivantes, laquelle peut être juste : 150 f - 20,50 f - 250 f - 66,50 f - 89,5 f - 77,50 f - 127,50 f ?

Vérifie. Conclusion ?

/ POURCENTAGE ET COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITE

Lorsqu'un même pourcentage doit s'appliquer plusieurs fois, on a intérêt à passer par le coefficient de proportionnalité.

XERCICE 20 : Les salaires des fonctionnaires ont augmenté de 8 % en 1983.

Salaires 1982 (f)	100	3250	4780	6800		
Salaires 1983 (f)	108				9936	10303,20

Explique le 108.

Calcule alors le coefficient de proportionnalité.

Reproduis et complète ce tableau.

XERCICE 21 : L'inflation en 1980 a été de 12 % environ. Sachant que les produits suivants ont subi en moyenne le taux d'inflation, reproduis et complète le tableau suivant :

Prix 79 (f)	100	37250	48320		
Prix 80 (f)				129554,88	16324

XERCICE 22 : Un commerçant veut avoir un bénéfice de 20 % sur son prix de revient.

Aide-le à complèter le tableau suivant :

Prix de revient	100	735	349,50		
Prix de vente				783,60	282,84

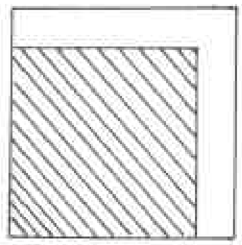
EXERCICE 23 : Un autre commerçant veut avoir un bénéfice de 20 % sur son prix de vente. Aide-le à complèter le tableau suivant :

Prix de revient		548	147,20		
Prix de vente	100			1118,75	685,25

6 / DES POURCENTAGES QUI ONT MAUVAISE AIRE

EXERCICE 24 : Construis un carré de 5 cm de côté.

Construis à l'intérieur un carré dont le côté soit 50 % du premier (voir figure ci-dessous).



Recommence avec 4 autres carrés de 5 cm de côté et à l'intérieur 4 carrés dont les côtés sont respectivement 10 %, 36 %, 64 %, 80 % du premier.

EXERCICE 25 : Sais-tu construire à l'intérieur d'un carré un autre carré dont l'aire soit 50 % de l'aire du premier ? et avec 20 % ?

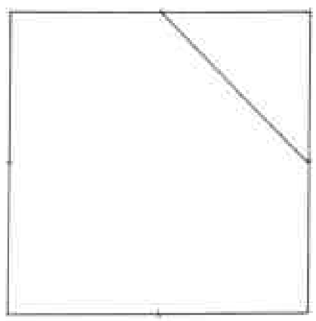
Moi, je sais faire avec 16 %, avec 25 %, avec 36 %, avec 64 %. Peux-tu expliquer comment je fais ? Si oui, réalise toi-même à l'intérieur de 4 carrés de 5 cm de côté chacun, 4 autres carrés dont les aires sont respectivement 16 %, 25 %, 36 %, 64 % du premier.

Compare en particulier les résultats obtenus pour 36 % et 64 % dans les deux exercices.

Quels autres pourcentages serais-tu capable de réaliser avec cette méthode ? Pourquoi ?

EXERCICE 26 : Revenons à l'exercice 25.

Pour 50 %, la méthode précédente marche-t-elle ? Connais-tu une autre méthode ? Si non, regarde un peu la figure ci-dessous :



Peux-tu la complèter pour obtenir une solution à notre problème ?

Retrouve alors 25 % par cette méthode, et compare avec le carré obtenu dans l'exercice 25.

Si tu recommencais, quel pourcentage obtiendrais-tu ?

ERCICE 27 : Le jeu de fléchettes

Pour jouer aux fléchettes, je veux réaliser une cible du modèle ci-dessous. Je prends de plus la convention suivante : le pourcentage de réussite à un des numéros est égal au pourcentage de l'aire de ce numéro par rapport à l'aire totale du disque (ce qui est normal pour un mauvais lanceur !).

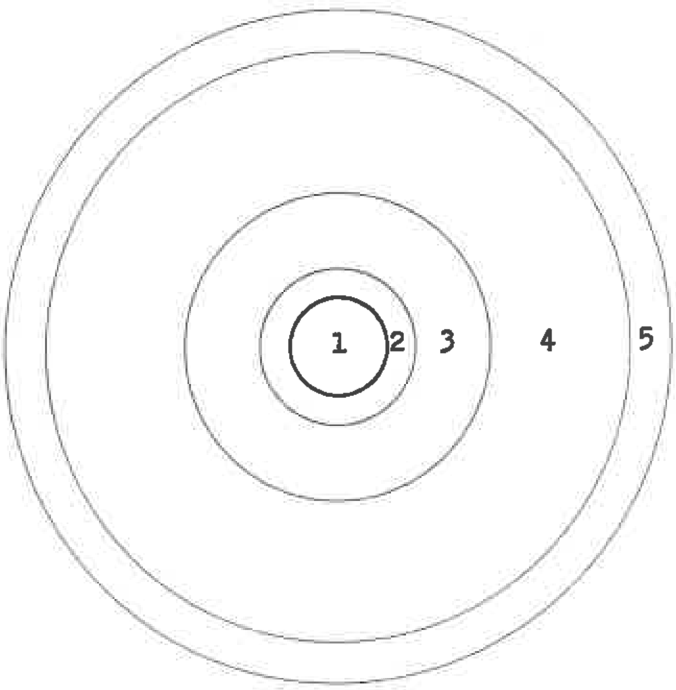
Réalise alors une cible de 10 cm de diamètre avec :

- 4 % de réussite au ①
- 16 % de réussite au ① ou au ②
- 36 % de réussite au ①, ②, ou ③
- 64 % de réussite au ①, ②, ③ ou ④

Le résultat est surprenant !

Précise alors le pourcentage de réussite au ② ou ③ ou ④ ou ⑤ ainsi que l'aire respective de ① , ② , ③ , ④ et ⑤ (tu prendras pour π la valeur 3,14).

Conclusion : Si l'on veut réussir aux fléchettes, il vaut mieux apprendre à bien viser plutôt que de faire confiance au hasard !



CONTROLE 20

EXERCICE 1 : Un commerçant vend un article dont le prix de revient est 3260 f avec un bénéfice de 33 % sur son prix de revient.

Calcule son bénéfice, et le prix de vente.

EXERCICE 2 : Je place un capital à 6,25 %. Au bout d'un an, mes intérêts s'élévent à 450 f.

Quel capital ai-je placé ? Quel mon nouveau capital ?

EXERCICE 3 : Au cours d'une élection, les 7300 suffrages exprimés se sont répartis comme suit :

Anatole Biniou : 876 Charles Trombone : 2555
Bernard Pipeau : 3066 Didier Cor : 803

Exprime les résultats de chaque candidat en %. Y-a-t-il un élu à ce premier tour ?

Représente ces résultats par un diagramme en bande de longueur 12 cm.

EXERCICE 4 : Un marchand de meubles achète à une fabrique une armoire qui lui revient à 6800 f.

Combien doit-il la revendre s'il veut réaliser un bénéfice de 20 % sur le prix de vente ?

EXERCICE 5 : Un commerçant vend un article 3251,50 f, alors qu'il lui est revenu à 2276,05 f.

Quel est en % son bénéfice sur son prix de vente ?

EXERCICE 6 : Dans un restaurant, le service est de 12 %. Pour calculer le prix d'un repas, on fait déja le total SNC (Service non compris), puis le total net à payer (Service compris).

Calcule le coefficient de proportionnalité, puis complète le tableau

Total SNC	100	270	325	400			
Total NET					336	319,20	607,04

EXERCICE 7 : Construis à l'intérieur d'un carré de 5 cm de côté un carré dont l'aire est 9 % de l'aire du premier.

Construis à l'intérieur d'un disque de 4 cm de rayon un disque de même centre dont l'aire soit 25 % de l'aire du premier.

MATHEMATIQUES 5 EME 4 EME

ANNEE SCOLAIRE 1987

DOSSIER N°21

TITRE : EQUATIONS

5

PREREQUIS

UTILISATION DES FRACTIONS

NOTION DE FONCTION

NOTION DE REPRESENTATION GRAPHIQUE

OBJECTIFS

- RESOUDRE DES EQUATIONS.
- MISE EN EQUATION DE PROBLEMES DANS LES DOMAINES GEOMETRIQUES, ARITHMETIQUES ET DE LA VIE COURANTE.

REALISE PAR :

PIERRE BISSEY — JEAN-CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT — GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX — GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT. LUC

DOSSIER N° 21

EQUATION

LE JEU DE PESETESBILLES

On dispose pour ce jeu: -d'une balance à deux plateaux
-de masses marquées de 5,10,20,50,100 grammes
-de billes de masses différentes.

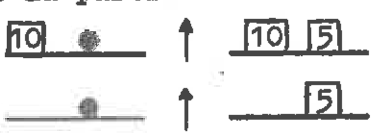
Début du jeu: Sur les plateaux de la balance sont placées un certain nombre de billes identiques et de masses marquées, l'aiguille indiquant l'équilibre.

But du jeu: Il faut réaliser en une ou plusieurs étapes un équilibre vérifiant les deux conditions:
-une seule bille sur l'un des plateaux
-des masses marquées sur l'autre plateau.

Un peu de vocabulaire: Dans chaque partie, la lettre x désignera la masse des billes. On dira que x est l'**inconnue**.
Tu écriras en face de chaque équilibre l'égalité correspondant à cet équilibre. On dira que ces égalités sont des **équations**.

Bérénice a fait la partie suivante:

Partie 1



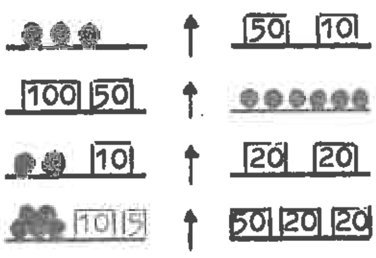
$x + 10 = 15$

$x = 5$

-Quelle équation intermédiaire peux-tu placer entre ces équations?
Par la suite, tu écriras toujours les équations intermédiaires.
Maintenant, à toi de jouer:

Partie 2

N'oublie pas l'équation intermédiaire.



Partie 3

Partie 4

Partie 5

Partie 6

Partie 7 

Partie 8 

Partie 9 

A l'archiduc Isidore Parfait des Biles de jouer:

Partie 10 

Tout le monde peut se tromper, c'est entendu. Mais quelle erreur a bien pu faire Isidore dans cette partie?

Voici d'autres parties de l'archiduc des Biles. Corrige ses erreurs sachant qu'il ne mélange pas les billes.

Partie 11 

$$2x + 20 = 50$$
$$2x = 50 + 20$$
$$2x = 70$$
$$x = 35$$

Partie 12 

$$4x = 60$$
$$x = 60 - 4$$
$$x = 56$$

Partie 13 

$$3x = x + 40$$
$$4x = 40$$
$$x = 10$$

Frédéric Gosse, dés l'âge de quatre ans, imagine de casser les billes en deux pour compliquer le jeu.

Voici quelques-unes de ses parties, que tu complèteras:

Partie 14 

$$x + 10 = 20 + \frac{x}{2}$$
$$\frac{x}{2} = 10$$
$$x = 20$$

Gosse n'a pas écrit les équations intermédiaires, à toi de les rajouter. Tu dessineras aussi les deux équilibres correspondant aux deux dernières équations.

Partie 15 

Dessine et écris bien tout, soigneusement.

Partie 16 

Avec des quarts de bille, maintenant:

Partie 17 

Partie 18 

DES EQUATIONS A RESOUDRE

Résous les équations suivantes, en écrivant les équations intermédiaires:

Equation 1 $5x + 10 = 3x + 40$

Equation 2 $x + 5 = 4x$

Equation 3 $25x + 15 = 30x + 12$

Equation 4 ⚠ $x - 8 = 12$

Equation 5 $2x - 5 = 10 - x$

Equation 6 $50 - 4x = 8x - 20$

Equation 7 $5x - 3 = 3x + 4$

Equation 8 $20 - 8x = 4 + 2x$

Equation 9 ⚠ $x - 1 = \frac{x}{2} + 2$

Equation 10 $\frac{x}{2} - \frac{3}{4} = \frac{x}{4}$

Equation 11 $2x - \frac{1}{4} = 5x - \frac{7}{4}$

Equation 12 $\frac{3x}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2x}{3} + \frac{1}{2}$

DES FONCTIONS ET DES EQUATIONS AVEC LA CALCULATRICE

Voici deux fonctions: la première appelée f est donnée par $x \longmapsto 2{,}6x - 1{,}2$
la deuxième appelée g est donnée par $x \longmapsto 0{,}6x + 3{,}4$

§1 Calcule $f(x)$ et $g(x)$ en faisant varier x de 0 à 3 par pas de 0,1.
Note tes résultats dans un tableau.

§2 Observe les nombres de ce tableau; on peut faire certaines remarques.
Lesquelles? Cherche bien avant de lire la suite.
-Pour une même fonction, compare les accroissements lorsqu'on passe d'un pas au pas suivant.
-Compare aussi les "vitesses" de variation des deux fonctions.
-Peux-tu expliquer simplement ces deux observations à partir des expressions de $f(x)$ et $g(x)$?

§3 Résous les équations suivantes à l'aide du tableau:

Equation1 $f(x) = 4$

Equation2 $g(x) = 4$

Equation3 $f(x) = g(x)$

§4 Résous les équations précédentes par le calcul.

§5 En te servant du tableau, donne des valeurs approchées par excés et par défaut de la solution de l'équation $f(x) = 0$ à 0,1 prés.
Résous l'équation $f(x) = 0$ en calculant la solution sous la forme d'une fraction irréductible.
Déduis-en une valeur approchée à 0,01 prés et compare la à celles données par le tableau.

DES PROBLEMES ET DES EQUATIONS

UN PROBLEME DE GEOMETRIE

Le problème est de tracer un rectangle et un carré tels que:
-la longueur du rectangle mesure 6cm de plus que sa largeur
-le côté du carré est le double de la largeur du rectangle
-le rectangle et le carré ont le même périmètre.

1°/Dans ce problème, il est commode de prendre la largeur du rectangle comme inconnue. Explique pourquoi.

2°/Exprime en fonction de l'inconnue:
- -la longueur du rectangle
- -le côté du carré
- -le périmètre du rectangle
- -le périmètre du carré.

3°/Dans l'énoncé du problème, quelle est la condition qui te permet d'écrire une équation?
Ecris cette équation et résous la. Quelle est la largeur du rectangle?

4°/Calcule la longueur du rectangle et le côté du carré ainsi que leur périmètre.

5°/Trace le rectangle et le carré.
Calcule l'aire du rectangle et celle du carré.
Quel est celui qui a la plus grande aire?

UN PROBLEME D'ARITHMETIQUE

Trouver trois entiers consécutifs qui ont 264 pour somme.

-Choisis un nombre que tu prendras comme inconnue.
-Ecris une équation.
-Résous cette équation et donne la solution.

UN PROBLEME DE DINGUE

Monsieur Folgusse a décidé d'avoir son nom sur le livre des records. Pour cela il va tenter de traverser le sahara en poussant son lit devant lui et en respectant la règle suivante: -s'il se lève du pied droit, il fera dans la journée 10 km vers le sud -s'il se lève du pied gauche, il fera dans la journée 4km vers le nord.

Monsieur Folgusse a tenté de faire la traversée du nord vers le sud.
Au bout de 30 jours, il est à34 km de son point de départ.
Combien de fois s'est-il levé du pied gauche et combien de kilomètres a-t-il

DES FORMULES ET DES EQUATIONS

SUR LES POLYEDRES REGULIERS

Pour les cinq polyèdres réguliers:
- le tétraèdre à 4 faces
- le cube
- l'octaèdre à 8 faces triangulaires
- le dodécaèdre à 12 faces hexagonales
- l'icosaèdre à 20 faces triangulaires

on a la formule: $F + S = A + 2$

F,S,A étant les nombres de faces, de sommets et d'arêtes du polyèdre.

1°/ Trace un tétraèdre et un cube en perspective cavalière.
Vérifie la formule pour le tétraèdre et le cube.

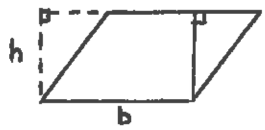
2°/ Un octaèdre a 8 faces et 6 sommets. Quelle est l'inconnue?
Ecris une équation et résous la pour trouver le nombre d'arêtes.

3°/ Un dodécaèdre a 12 faces et 30 arêtes. Calcule le nombre de ses sommets.

4°/ Un icosaèdre a 20 faces et 12 sommets. Calcule le nombre de ses arêtes.

5°/ Un ballon de football est un icosaèdre tronqué, ainsi dénommé parce qu'il s'obtient à partir d'un icosaèdre en coupant chacun de ses 12 sommets. On obtient alors un polyèdre qui a 12 faces pentagonales et 20 faces hexagonales et qui vérifie encore la formule.
Ce polyèdre a 90 arêtes. Calcule le nombre de ses sommets.

SUR L'AIRE DU PARALLELOGRAMME



$\boxed{\mathcal{A} = b \times h}$

1°/ Quelle est l'aire d'un parallélogramme de base 5cm et de hauteur 3cm?

2°/ L'aire d'un parallélogramme est 36 cm², sa hauteur de 9cm. Quelle est sa base?

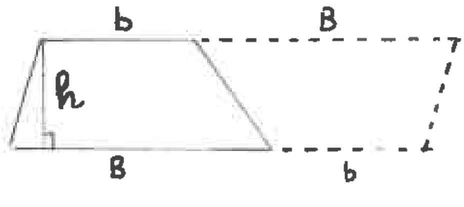
3°/ Quelle est la hauteur d'un parallélogramme de 7,5cm², sachant que sa base est de 1,25cm?

SUR L'AIRE DU TRAPEZE

1°/Quelle est l'aire d'un trapèze de hauteur 4cm, et de bases 5 et 2 cm?

2°/ Quelle est la hauteur d'un trapèze de 15 cm² et de bases égales à 5 et 3cm?

3°/ Un trapèze de 28 cm² a une base de 8cm et une hauteur de 4 cm. Combien mesure l'autre base?



$\boxed{\mathcal{A} = \frac{(B+b) \times h}{2}}$

DES CARRES ET DES ETOILES MAGIQUES

Un carré est magique si les sommes des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale sont égales.

Trouve le nombre x pour que les carrés soient magiques. (Ecris une équation; résous la; vérifie avec le nombre trouvé que le carré est magique.)

Carré 1

x	x+1	x-4
x-5	5	x+3
x+2	3	x

Carré 2

1	x+2	x-2	13
x-4	15	x-7	x
x+1	x-8	x+4	x-3
16	x-5	x-1	4

Carré 3

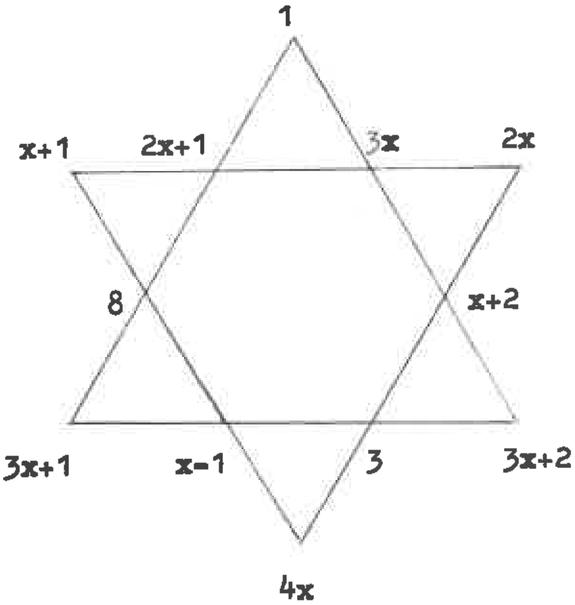
x-7	14	x	x+3
x-1	x+4	2	2x-3
10	x-3	2x-1	4
2x	x-5	x+1	x-2

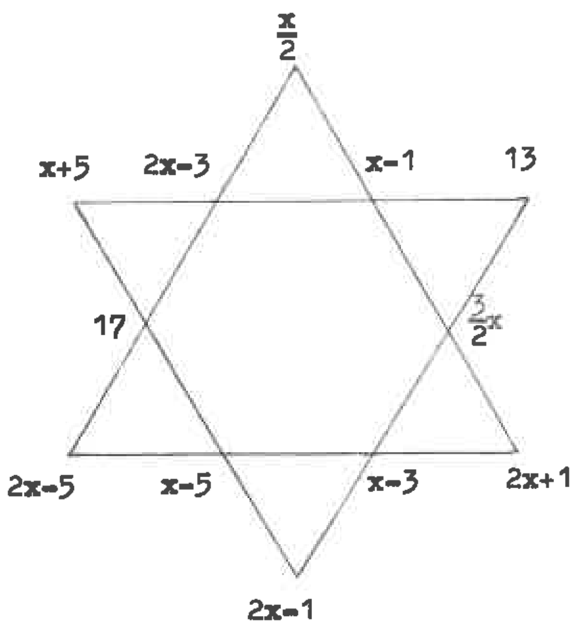
Carré 4

x	-x	0	-x-5
x+3	-x-1	x+4	3
-x-2	x+2	-x-3	x+5
1-x	x+1	1	x+6

Une étoile est magique si les sommes des nombres de ses six côtés sont égales.

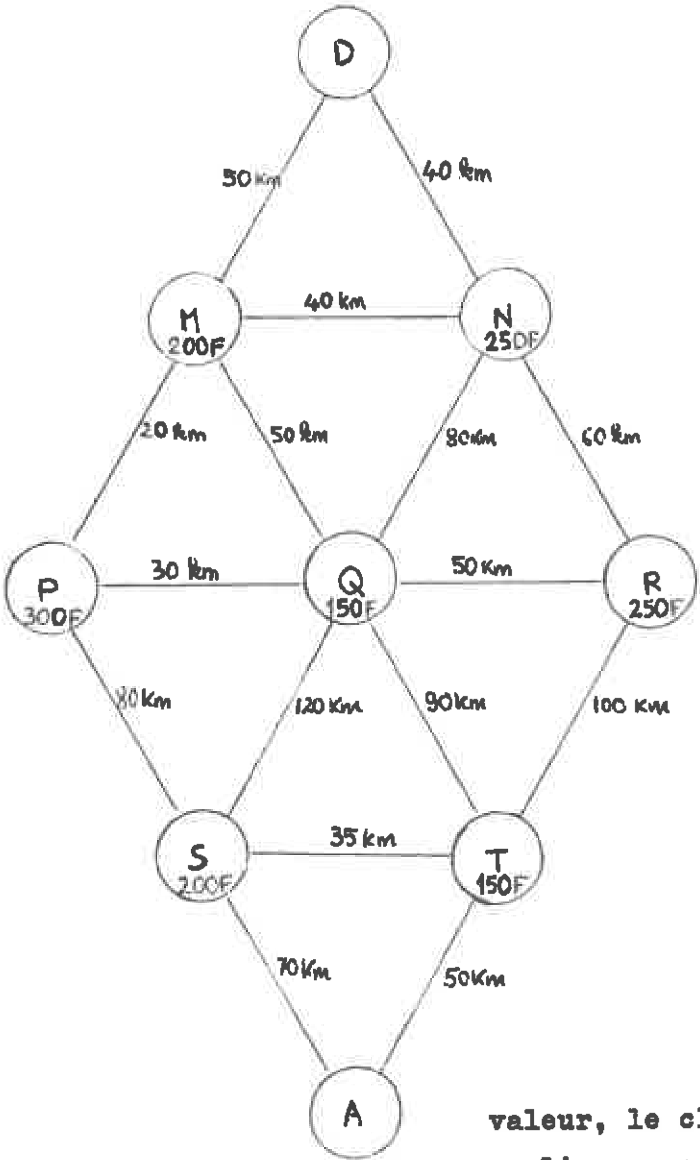
Trouve le nombre x pour que les étoiles soient magiques.





LE VOYAGEUR

Voici un plan sur lequel figurent un certain nombre de villes avec le coût de l'hébergement et la distance de ville à ville.



Un voyageur veut aller de la ville D à la ville A en trois étapes.

1°/ Donne tous les trajets possibles. (par exemple DMPSA)

2°/ Le coût (en francs) du kilomètre varie en fonction du type de véhicule utilisé. Soit x le coût du kilomètre. (par exemple le coût du trajet de D à M est égal à 50x ;si x est égal à 2F par km alors le coût est de 100F.)

Exprime le coût des divers trajets possibles en fonction de x.

3°/ Pour chaque valeur 1,2,3,4,5 de x complète le tableau en donnant le coût de tous les trajets et le classement des trajets du moins au plus coûteux.

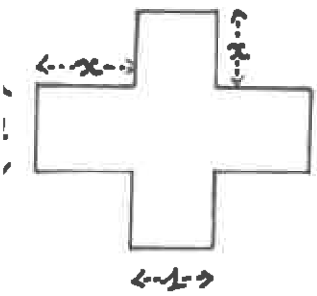
4°/ Tu remarques dans le tableau que le trajet DMQTA est le plus avantageux, mais aussi que le trajet DMPSA devient de plus en plus intéressant.

A partir de quelle valeur de x, le trajet DMPSA devient-il le moins coûteux? Lorsque x est plus grand que cette valeur, le classement change-t-il encore? Peux-tu expliquer ce classement?

x en F	Trajet1	Trajet2	Trajet3	Trajet4	Trajet5	Trajet6	Classement des trajets
1							
2							
3							
4							
5							

DES EXERCICES EN VRAC !

EXERCICE 1 :

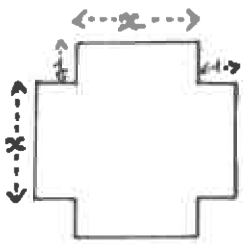


Trouve le nombre x pour que le périmètre de la croix soit égal à 28 cm.

Trouve x pour que l'aire de la croix soit égale à 5cm^2.

Trouve x pour que l'aire de la croix soit égale à 9cm^2.

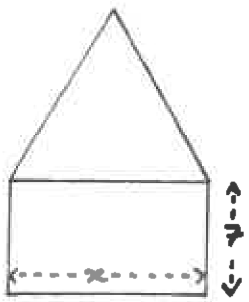
XERCICE 2 :



Trouve x pour que le périmètre de la croix soit égal à 28 cm.

Trouve x pour que l'aire de la croix soit égale à 32 cm^2.

XERCICE 3 :



Trouve la valeur de x de façon que le périmètre du triangle équilatéral soit le même que celui du rectangle.

XERCICE 4 : Plusieurs personnes sont gagnantes à un concours.
hacune d'elles, sauf trois, reçoit 5 disques.
rouve le nombre de personnes sachant que 45 disques ont été reçus.

XERCICE 5 : Quelles sont les dimensions d'un triangle isocèle dont le érimètre mesure 24 cm et la base 5 cm.

XERCICE 6 : Un touriste français achète dans sa banque des livres terling avant son départ pour Londres.
l verse au banquier 4 000 F. Il reçoit 350 livres et 10 F.
uel est le prix d'une livre sterling ce jour-là ?

XERCICE 7 : Deux paquets différents pèsent ensemble 9,600 kg.
n en place un sur chacun des plateaux d'une balance, puis on rétablit 'équilibre en mettant trois poids (l'un de 200g et les deux autres de)g) près du plus léger.
rouve le poids de chaque paquet.

DOSSIER 21

EQUATION

CONTROLE

1°/ Résous les équations suivantes :

a) $7x = 84$

b) $\frac{x}{3} = 12$

c) $x + 29 = 43$

d) $x - 13 = 45$

e) $3x + 5 = 23$

f) $5x = x + 24$

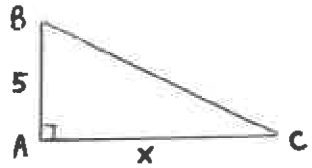
g) $4x - 3 = 9x - 9$

h) $1 - 3x = 5 - x$

i) $\frac{x}{3} + 3 = \frac{x}{6} + 6$

j) $x - \frac{3}{4} = \frac{x}{4} + 1$

2°/ Calcule la longueur x pour que l'aire du triangle rectangle ABC soit 14 cm^2.



3°/ Un trapèze ABCD est tel que AB=BC=CD et AD=6cm.
Calcule la longueur AB pour que le périmètre du trapèze soit égal à 15 cm .
Construis ce trapèze à l'aide d'une règle graduée et d'un compas .
Explique ta construction.

4°/ Trouve trois entiers impairs consécutifs dont la somme est 777.

MATHEMATIQUES 5 EME 4 EME

ANNEE SCOLAIRE 1987

DOSSIER N°22

TITRE : ECHELLES

5

PREREQUIS

DOSSIER N° 19

OBJECTIFS

- CONNAISSANT DEUX DES TROIS DONNEES SUIVANTES :
  - . DIMENSION REELLE
  - . ECHELLE
  - . DIMENSION DESSIN

  TROUVER LA TROISIEME.
- APPLIQUER LES ECHELLES DANS DES SITUATIONS PRATIQUES.

REALISE PAR :

PIERRE BISSEY — JEAN-CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT — GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX — GERARD PAPA

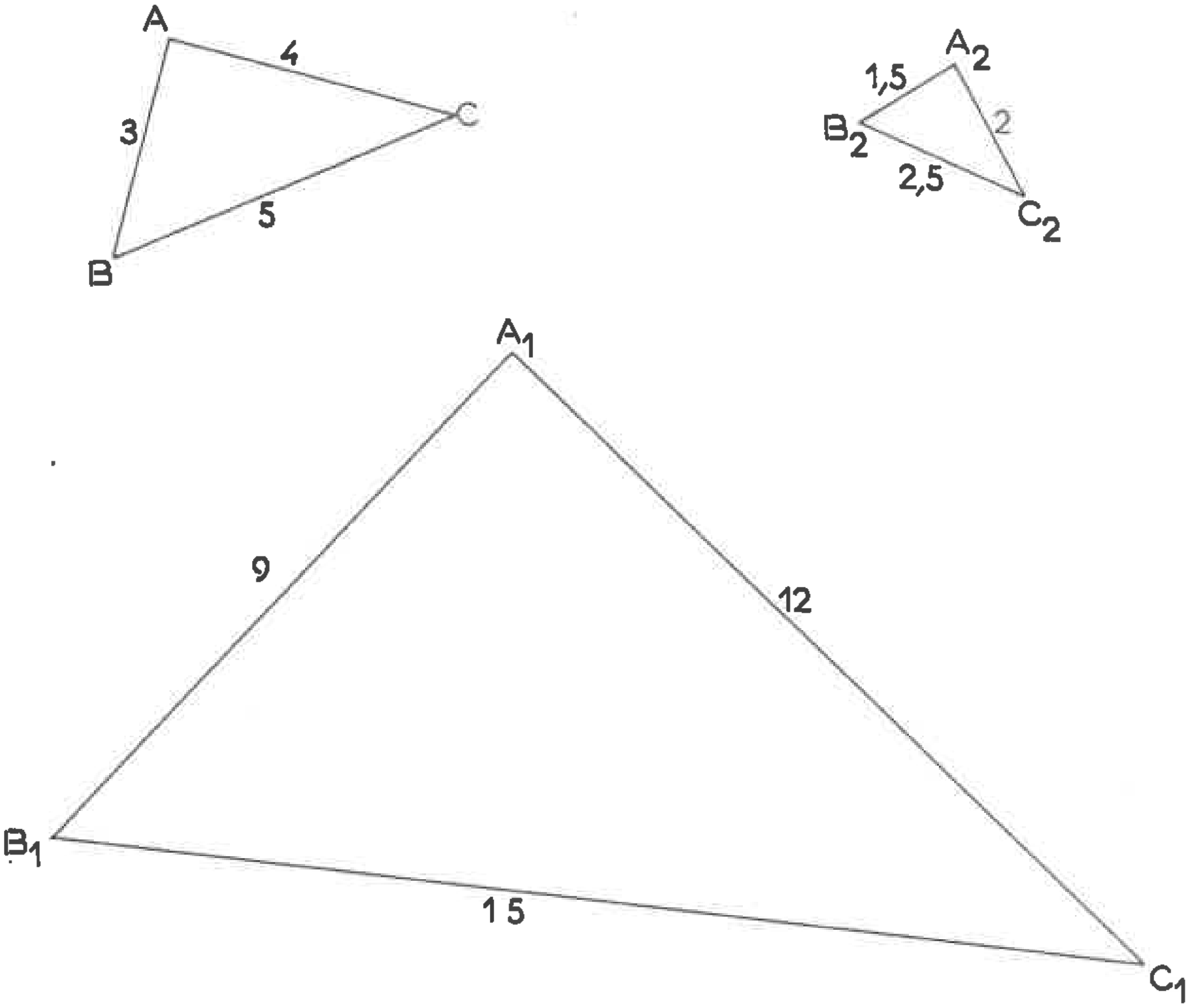
COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

DOSSIER 22

ECHELLES

. / DES DESSINS PROPORTIONNELS

SITUATION 1



En partant du dessin 0, j'ai fait les dessins 1 et 2. Tu vas découvrir comment j'ai fait.

a) Dessin 0 ——→ Dessin 1

Reproduis le tableau suivant, en remplaçant chacune des longueurs proposées par sa mesure en cm.

Longueur dessin 0	AB	AC	BC	1
Longueur dessin 1	A_1B_1	A_1C_1	B_1C_1	a

Que peux-tu dire des deux suites (AB , AC , BC) et (A_1B_1 , A_1C_1 , B_1C_1) ?

Quel est le coefficient de proportionnalité k ? Compare ce nombre à 1. Trouve alors le nombre a. Compare a et k. Explique.

⟶ On dit qu'on a $\boxed{\text{AGRANDI}}$ le dessin 0 (car $k > 1$). Le coefficient de proportionnalité k, permettant de passer du dessin 0 au dessin 1, s'appelle l'échelle de l'agrandissement. On note cette échelle $\boxed{e = a}$.

b) Dessin 0 ⟶ Dessin 2

Même travail qu'en a) pour les suites :

Longueur dessin 0 (cm)	AB	AC	BC	b
Longueur dessin 2 (cm)	A_2B_2	A_2C_2	B_2C_2	1

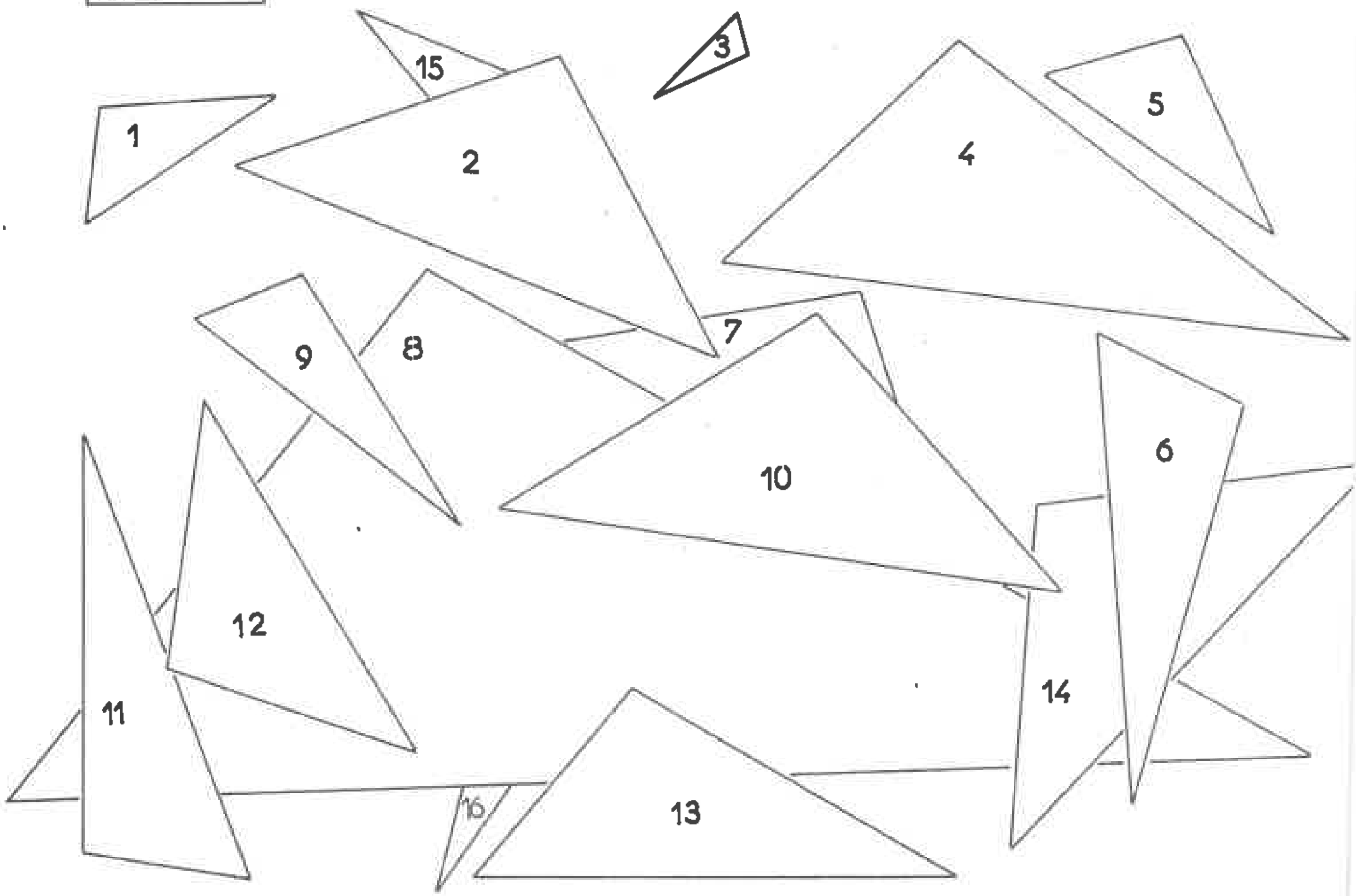
Que peux-tu dire des suites (AB , AC , BC) et (A_2B_2 , A_2C_2 , B_2C_2) ?

Quel est le coefficient de proportionnalité k ? Compare ce nombre à 1. Trouve alors le nombre b. Compare $\frac{1}{b}$ et k. Explique.

⟶ On dit qu'on a $\boxed{\text{REDUIT}}$ le dessin 0 (car k 1). Le coefficient de proportionnalité k, permettant de passer du dessin 0 au dessin 2, s'appélle l'échelle de la réduction.

On note cette échelle : $\boxed{e = \frac{1}{b}}$.

SITUATION 2



A vue d'oeil, repère les triangles "semblables", c'est à dire ceux qui représentent le même triangle à des échelles différentes.

Mesure leurs angles. Quelle est ta conclusion ?

EXERCICE 1 : Compléter le tableau suivant :

Echelle	Longueur réelle	Longueur dessin
$\frac{1}{100}$	13,5 m	cm
$\frac{1}{50\ 000}$	65 km	cm
	300 m	60 mm
	1500 m	12 cm
$\frac{1}{5000}$	km	4 cm
$\frac{1}{53}$	m	8 dm

b) Cas d'un agrandissement (cf. 1/ Situation 1 a))

Lorsqu'un objet réel a des dimensions trop petites pour être étudié, on procède à un agrandissement pour obtenir un objet dessin dont les dimensions seront plus grandes.

On a alors la proportion :

l.r.	1	
l.d.	a	

et l'échelle est alors égale à a, c'est à dire au coefficient de proportionnalité.

L'échelle est donc ici un nombre supérieur à 1.

Voici, dans ce cas, les 3 problèmes qui peuvent se présenter :

-i- Je connais une longueur réelle et une longueur dessin. Trouver l'échelle.

Exemple : l.r. = 0,07 mm l.d. = 5,6 cm

On met les dimensions dans la même unité, en choisissant la plus petite des deux proposées : ici le mm.

l.r. = 0,07 mm l.d. = 56 mm

On a alors la proportion :

l.r. (mm)	1	0,07
l.d. (mm)	a	56

$$a = \frac{1 \cdot 56}{0,07} = 800$$

D'où l'échelle : e = 800

-ii- Je connais une longueur réelle et l'échelle. Trouver la longueur dessin correspondante.

Exemple : l.r. = 0,04 mm e = 5000

On a alors la proportion :

l.r.	1	0,04
l.d.	5000	x

$x = \frac{5000 \cdot 0{,}04}{1} = 200$

D'où une longueur dessin : l.d. = 200 mm = 20 cm

-iii- <u>Je connais une longueur dessin et l'échelle</u>. Trouver la longueur réelle.

Exemple : l.d. = 27,2 cm   e = 500

On a la proportion :

l.r. (cm)	1	x
l.d. (cm)	500	27,2

D'où $x = \frac{27{,}2 \cdot 1}{500} = 0{,}0544$

On a donc l.r. = 0,0544 cm = 5,44 mm

REMARQUES TRES IMPORTANTES :

a) Comme dans le cas d'une réduction, attention à bien mettre les différentes longueurs dans la même unité.

b) On a, dans le cas d'un agrandissement, le schéma :

$$\begin{tikzcd} \boxed{\text{l.r.}} \arrow[r, bend left, "\times e"] & \boxed{\text{l.d.}} \arrow[l, bend left, ": e"] \end{tikzcd}$$

où e est l'échelle.

Donc $\boxed{e = \frac{\text{l.d.}}{\text{l.r.}}}$ $\boxed{\text{l.d.} = \text{l.r.} \times e}$ $\boxed{\text{l.r.} = \frac{\text{l.d.}}{e}}$

Voici un exercice pour te fixer un peu les idées :

EXERCICE 2 : Compléter le tableau suivant :

Echelle	longueur réelle	longueur dessin
5	0,07 cm	cm
30	1,2 mm	cm
	0,078 mm	0,429 m
	0,93 mm	6,51 cm
400	mm	6,4 cm
30	cm	9 dm

Conclusion :

Dans les deux cas, l'échelle représente le coefficient de proportionnalité permettant de passer des longueurs réelles aux longueurs dessin, mais on l'exprime différemment dans chacun des deux cas :

<u>Réduction</u> : on la met sous la forme $\frac{1}{e}$

<u>Agrandissement</u> : c'est le coefficient de proportionnalité.

L'exercice de la page suivante va te permettre de vérifier tes acquisitions :

EXERCICE 3 : Après avoir repéré les cas "réduction" et les cas "agrandissement", compléter le tableau suivant :

Echelle	longueur réelle	longueur dessin
$\frac{1}{3500}$	km	87 cm
90	mm	65,7 cm
	4,340 km	28 mm
	2,7 cm	1,512 m
$\frac{1}{7500}$	1,95 km	dm
43	0,7 mm	cm

C) **DANS LA PRATIQUE**

Situation 1 : Trouve l'échelle et complète le tableau :

l.r. (m)	325	475	80	z	t
l.d. (cm)	13	x	y	7,8	29

a) calcul de l'échelle : 325 m = 32500 cm

$$b = \frac{32500}{13} = 2500$$

D'où $e = \frac{1}{2500}$

b) Pour remplir le tableau, je pourrais utiliser cette échelle, qui est le coefficient de proportionnalité, à condition de tout mettre dans la même unité.

Dans la pratique, on calcule $\frac{325}{13} = 25$ (car c'est une réduction)

et on complète directement le tableau dans les unités proposées en faisant : $x = \frac{475}{25}$ $y = \frac{80}{25}$ $z = 7{,}8 \cdot 25$ $t = 29 \cdot 25$

Situation 2 : Trouve l'échelle et complète le tableau :

l.r. (mm)	2,3	0,074	1,5		
l.d. (cm)	18,40			6,4	10

a) Calcule l'échelle.

b) En utilisant le même raisonnement que dans la situation précédente, calcule un "bon" coefficient et complète (attention c'est un agrandissement).

EXERCICE 4 : Compléter les tableaux suivants et calculer les échelles respectives :

l.r. (mm)	5	3,8	0,8		
l.d. (m)	2			6	0,64

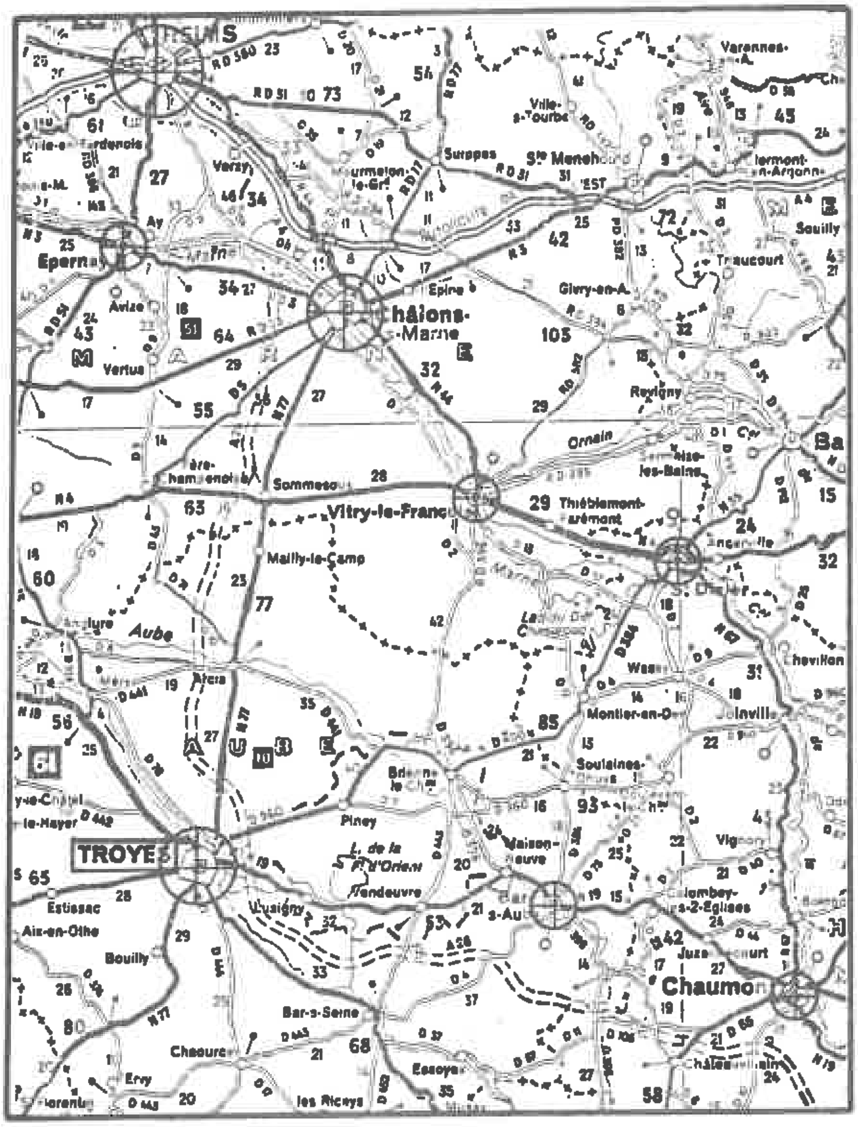
l.r. (km)	8,5			37,5	7
l.d. (cm)	17	2,3	0,4		

l.r. (m)	18,25	3	0,35		
l.d. (mm)	73			2,8	10,3

l.r. (cm)	0,8			10	2,5
l.d. (m)	60	24,75	3,825		

3 / ETUDE DE SITUATIONS

A) ETUDE D'UNE CARTE ROUTIERE



Sur une telle carte, on peut lire les distances dessin à vol d'oiseau (en ligne droite) avec une règle, puis en déduire les distances réelles à vol d'oiseau si on connait l'échelle.

On sait que :

- La distance Troyes-Chaumont à vol d'oiseau est 80 km.
- On mesure sur la carte; on trouve 8 cm.

a) Calculer l'échelle de cette carte.

b) Ecrire cette échelle sous la forme 1 cm pour ? km.

c) Complète :

	Distance dessin (cm)	distance réelle (km)
Troyes - Reims		
Troyes - St Dizier		
Troyes - Chalons/Marne		
Troyes - Bar/Aube		
Troyes - Epernay		
Chaumont - St Dizier		
Reims - Vitry le F.		

d) Avec la même échelle, donner les distances sur la carte pour :

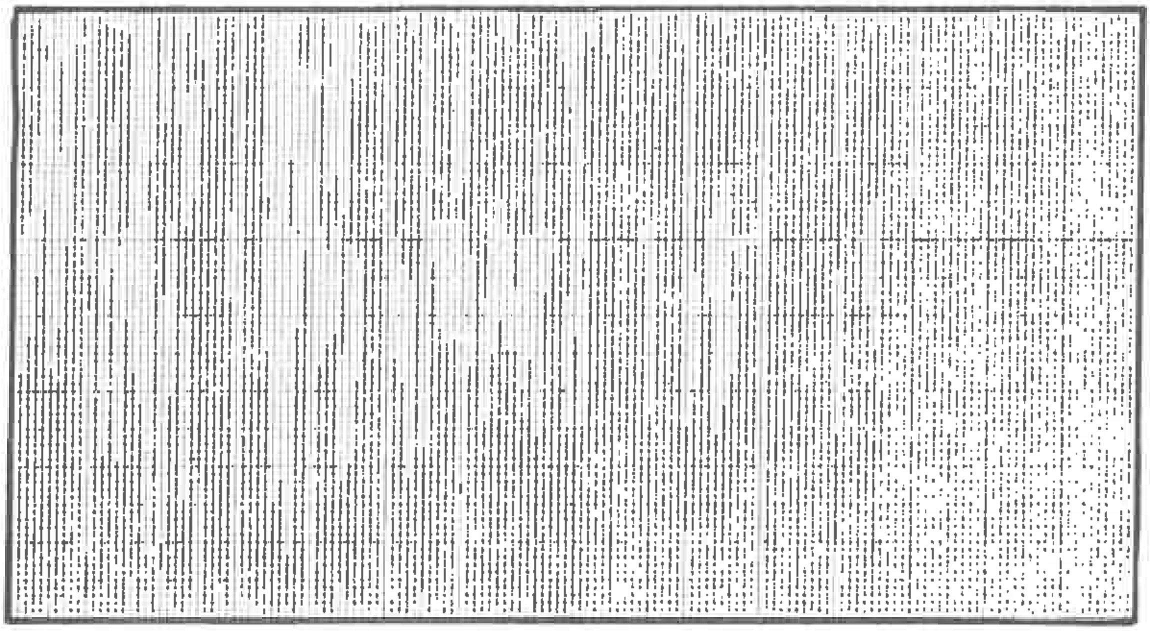
Troyes - Paris (140 km) Troyes - Orléans (165km)

Troyes - Metz (170km) Reims - Dijon (225 km)

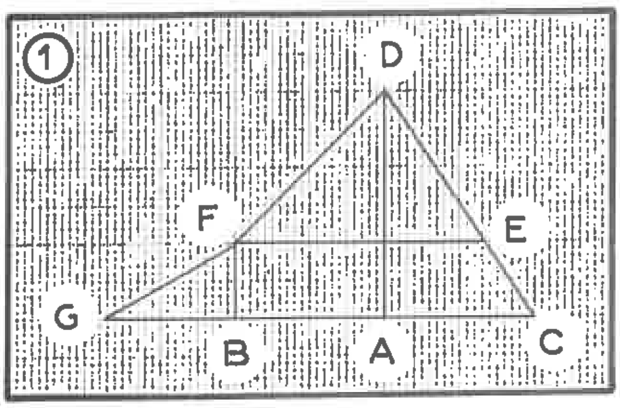
e) Cette carte représente la France - Nord. Ses dimensions sont 44 cm sur 98 cm (rectangle).

Je l'ai déplié sur mon bureau qui est rectangulaire et dont les dimensions sont 64 cm sur 112 cm.

Représenter cette carte dépliée, et centrée (même écart de chaque côté par rapport aux bords du bureau) sur mon bureau, à l'échelle $\frac{1}{10}$ (carte et bureau).



B) AGRANDISSEMENT D'UN DESSIN



Voici la représentation d'une charpente d'une maison.

a) Sachant que AC = 3 m en dimension réelle, trouve l'échelle de cette représentation

Dessin 1 Echelle = ...

b) Le constructeur, trouvant cette représentation un peu petite, demande au dessinateur un deuxième plan à l'échelle $\frac{1}{50}$ (dessin 2).

Calculer la distance AC sur ce nouveau dessin.

En déduire l'échelle permettant de passer directement du dessin 1 au dessin 2.

Représenter alors ce dessin ②. Pour vous aider, on précise que GF = 2 cm sur le dessin 1.

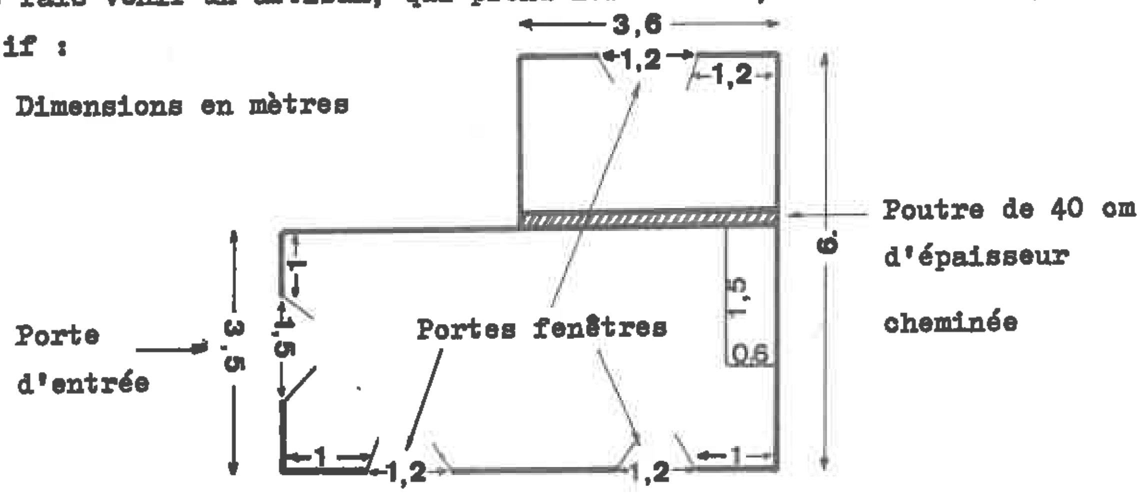
<u>Attention</u> : Calculer les différentes longueurs avant de commencer le dessin, pour être sûr de le faire tenir sur votre plan.

C) **METTRE UN DESSIN AU PROPRE**

Dans la pratique, il arrive très souvent que le dessinateur se contente de faire dans un premier temps un croquis au brouillon, où il respecte à peu près la forme de l'objet, mais rarement les dimensions en proportionnalité, ne se contentant que de noter les longueurs réelles. Ouf !

Je veux faire retapisser mon salon et ma salle de séjour.

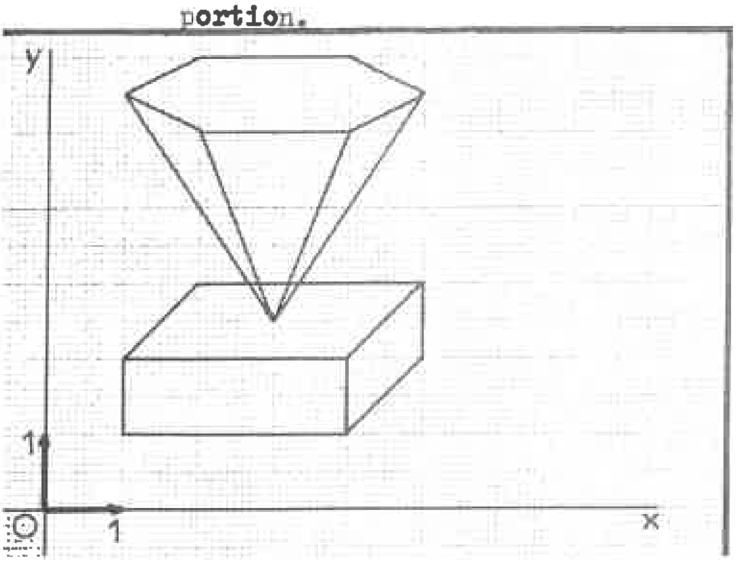
Je fais venir un artisan, qui prend les mesures, et fait un croquis approximatif :



Pouvez-vous refaire ce dessin de façon correcte à l'échelle $\frac{1}{50}$, en faisant apparaître les portes, la poutre et la cheminée (sans les préciser sur votre plan comme sur le croquis) ?

D) UN PROCEDE INTERESSANT

Lorqu'un dessin a été représenté dans un repère cartésien (voir dessin 3), il suffit pour le changer d'échelle de changer les unités dans la même proportion.

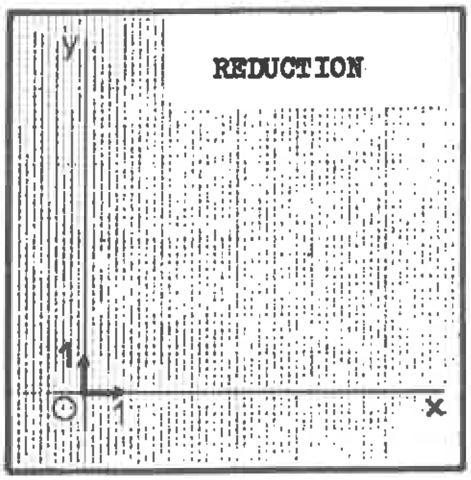


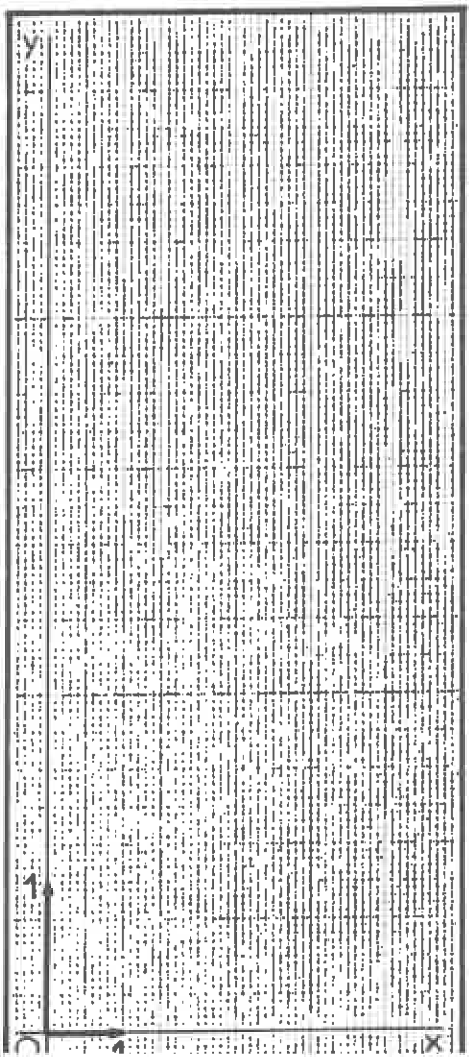
Voici le dessin d'un bibelot représenté en perspective, et repéré dans un repère cartésien dont l'unité sur cha n des axes est 1 cm.

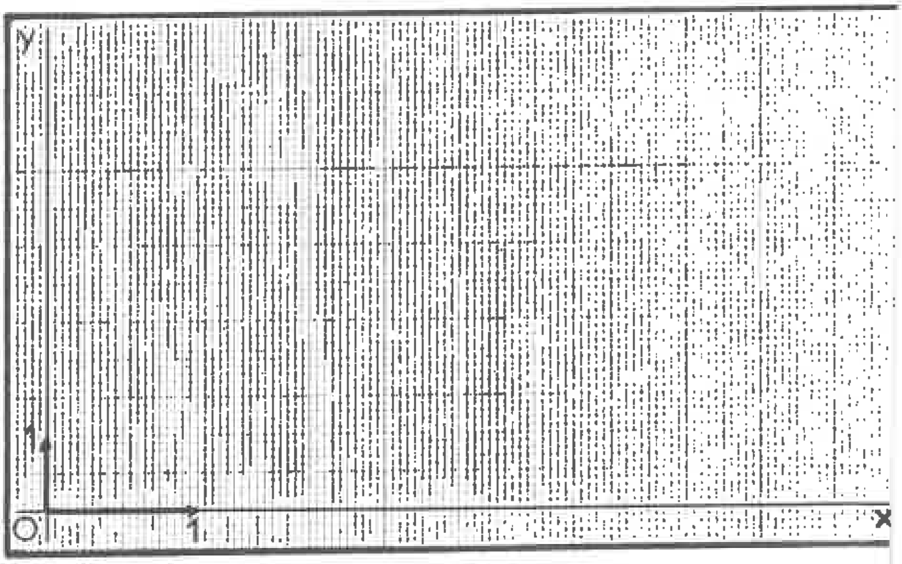
Représenter ce bibelot dans les deux cas suivants :

<u>Agrandissement</u> : Echelle = 2
Nouvelle unité = 2 cm

<u>Réduction</u> : Echelle = $\frac{1}{2}$
Nouvelle unite = 5 mm







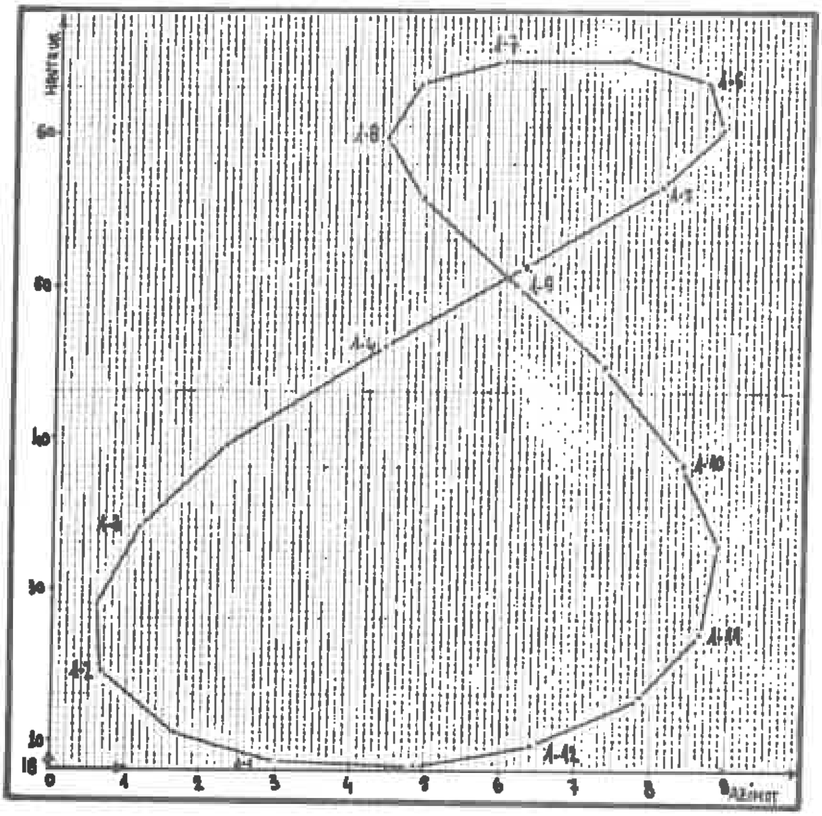
<u>Déformons le dessin</u>

Les deux dessins obtenus ont-ils des dimensions proportionnelles à celles du dessin de départ ?

Quelle est la condition nécessaire pour que l'on puis se représenter un objet à une échelle différente en utilisant ce procédé ?

4 / CHOIX D'ECHELLES POUR UN GRAPHIQUE

Tu as déja eu l'occasion de tracer des graphiques. Jusqu'à maintenant, on te proposais les échelles utilisées pour les abscisses et les ordonnées.



Par exemple, le graphique ci-contre donne la position du Soleil à 12 heures de la montre les 1 et 15 de chaque mois dans le ciel de Troyes.

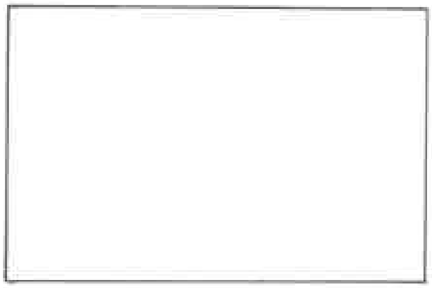
En abscisse (Azimut) on a choisi 1 cm pour 1 degré.

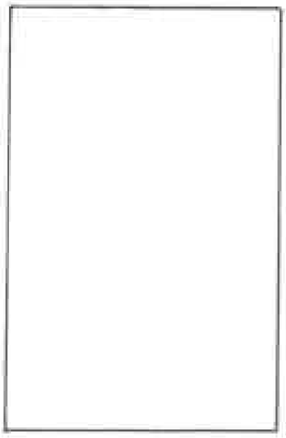
En ordonnée (Hauteur) on a choisi 2 mm par degré.

Il s'agira, dans la série d'exercices suivants, de choisir l'unité pour utiliser au mieux une feuille de papier millimétré dont les dimensions des graduations sont 18 cm et 28 cm.

La feuille pourra être utilisée dans le format ...

horizontal (H) ou vertical (V)





Il faudra veiller à choisir des unités faciles à repérer et à utiliser, quitte dans certains cas à ne pas utiliser la feuille dans sa totalité ; ceci afin d'avoir une graduation simple.

Exercice traité (format V)

On veut porter en abscisse un nombre d'habitants de 0 à 160 000 et en ordonnée des francs de 0 à 5 000.

a) On dispose de 18 cm pour 160 000 F donc pour 1 cm 160 000 : 18 = 8 777.
   On choisira 1 cm pour 10 000 habitants.

b) On dispose de 28 cm pour 5 000 F donc pour 1 cm 5 000 : 28 = 177.
   On choisira 1 cm pour 200 F.

a) pour l'abscisse ; b) pour l'ordonnée.

Exercice 1 (format V)

En abscisse on porte des m^2 variant de 0 à 80

En ordonnée on porte des Francs variant de 0 à 40 000.

Exercice 2 (format H)

Refaire l'exercice 1.

Exercice 3 (format V)

En abscisse on porte des francs variant de 0 à 7 000

En ordonnée on porte des pourcentages variant de 0 à 50.

Exercice 4 (format H)

En abscisse on porte des mètres variant de 0 à 6 500

En ordonnée on porte des quantités variant de 0 à 3.

Exercice 5 (format H)

En abscisse on porte des habitants variant de 0 à 55 millions

En ordonnée on porte des calories variant de 1 500 à 3 200.

Attention ! pour l'ordonnée le départ est à 1 500.

Exercice 6 (format V)

En abscisse on porte des pourcentages variant de 20 à 50 %

En ordonnée on porte des francs variant de 5 000 à 11 500.

Attention ! l'origine pour les abscisses est 20 et pour les ordonnées 5 000

CONTROLE DOSSIER 22

EXERCICE 1 : Reproduis et complète le tableau suivant :

Echelle	Longueur réelle	Longueur dessin
$\frac{1}{2500}$	km	73 cm
70	mm	25,2 cm
	1,645 km	47 mm
	1,2 mm	6 cm
$\frac{1}{15000}$	5,25 km	cm
25	0,3 mm	cm

EXERCICE 2 : Complète les tableaux suivants et calcule les échelles respectives :

a) Echelle = ?

l.r. (km)	2,85	42	0,255		
l.d. (cm)				1,4	92

b) Echelle = ?

l.r. (mm)	0,6	3,2	70		
l.d. (m)	0,15			6,25	16

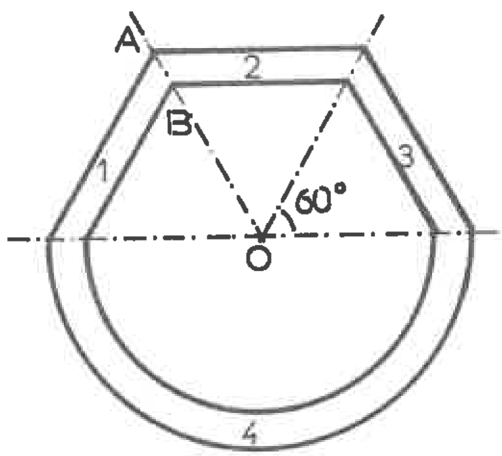
EXERCICE 3 : Une surface, sur laquelle des inscriptions devront être portées, est représentée sur le schéma ci-dessous (partie hachurée). Elle est constituée de quatre éléments :

- **Trois trapèzes de mêmes dimensions (1) , (2) , (3) .**
- **Une demi-couronne (4) : rayon intérieur = 3 m**
  rayon extérieur = 4 m

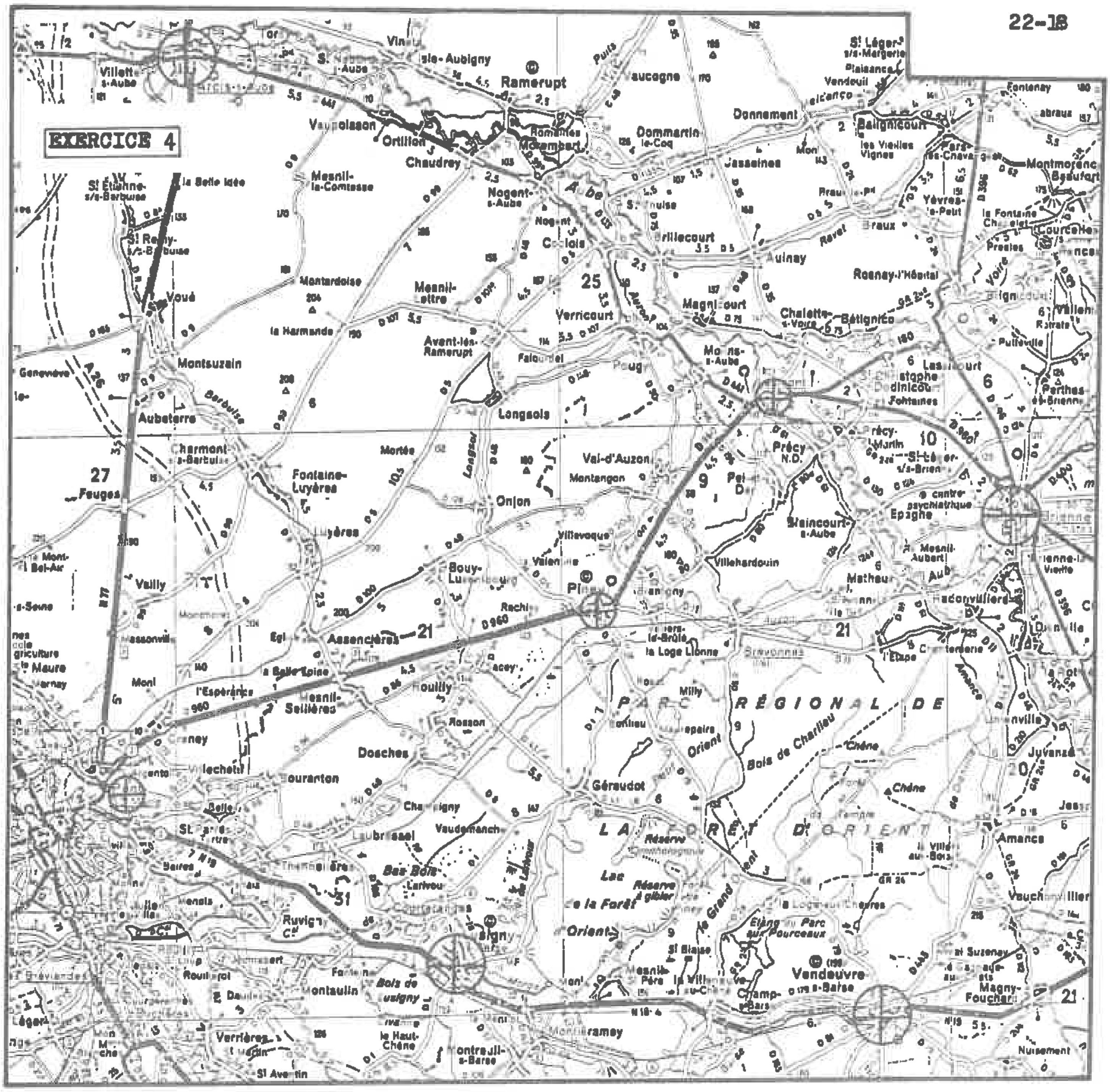
De plus on précise que OA = 4 m et OB = 3 m.

Représenter ce dessin à l'échelle $\frac{1}{50}$.

Préciser également : Longueur dessin OA = ?
Longueur dessin OB = ?



EXERCICE 4



Sachant que la distance ARCIS / AUBE - PINEY est 24 km à vol d'oiseau, trouver l'échelle de cette carte routière :

Echelle = ?

En déduire les distances réelles suivantes, après avoir mesuré sur la carte :

Pont Ste Marie - Vendeuvre	= ?	Vendeuvre - lesmont	= ?
Lesmont - Brienne	= ?	Pont Ste Marie - Brienne	= ?
Piney - Lesmont	= ?	Lusigny - Lesmont	= ?
Lusigny - Arcis / Aube	= ?	Vendeuvre - Arcis	= ?

MATHEMATIQUES 5 EME 4 EME

ANNEE SCOLAIRE 1987

DOSSIER N°23

TITRE : AIRES · VOLUMES

5

PREREQUIS

- CONNAISSANCE DES FIGURES PLANES ET DES SOLIDES DU PROGRAMME DE CINQUIEME.

OBJECTIFS

- UTILISER LES FORMULES D'AIRE ET DE VOLUME DU PROGRAMME.
- ETUDIER LES VARIATIONS D'AIRE ET DE VOLUME EN FONCTION DES DONNEES (HAUTEUR, RAYON ...)
- OPTIMISER EN UTILISANT LA GESTION DE DONNEES.

REALISE PAR :

PIERRE BISSEY — JEAN-CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT — GERALD GENTHON

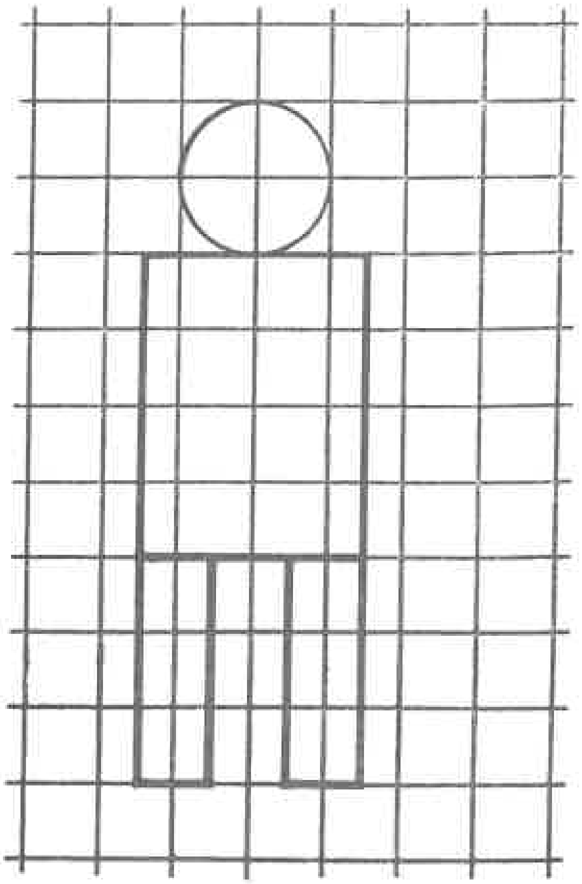
BERNARD CHARLAIX — GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

DOSSIER 23 : AIRES, VOLUMES

DILATATION : agrandissement ou réduction

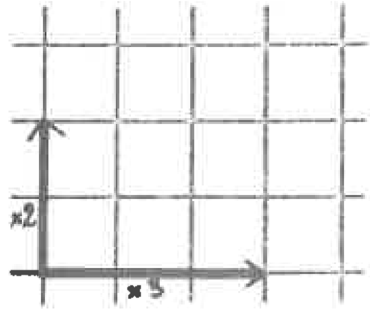
1) PETIT BONHOMME DEVIENDRA GRAND



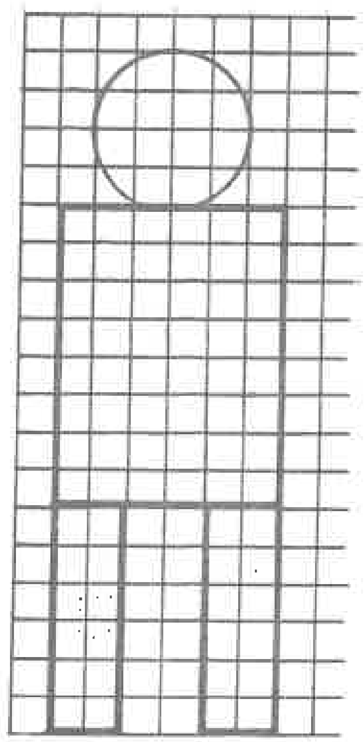
a) Reproduis ce bonhomme.

b) Reproduis, en deux fois plus grand, ce bonhomme.
On dit que l'on a réalisé une dilatation de facteur 2.
Qu'est devenue l'aire du bonhomme ?

c) Agrandis ce bonhomme avec une dilatation de 3 dans une direction et de 2 dans l'autre, comme ceci :



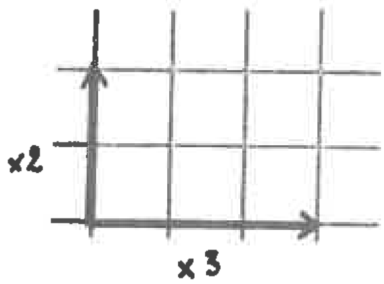
Que devient l'aire du bonhomme ?



d) Sur le dessin de la question (a) on a reproduis un quadrillage plus fin.

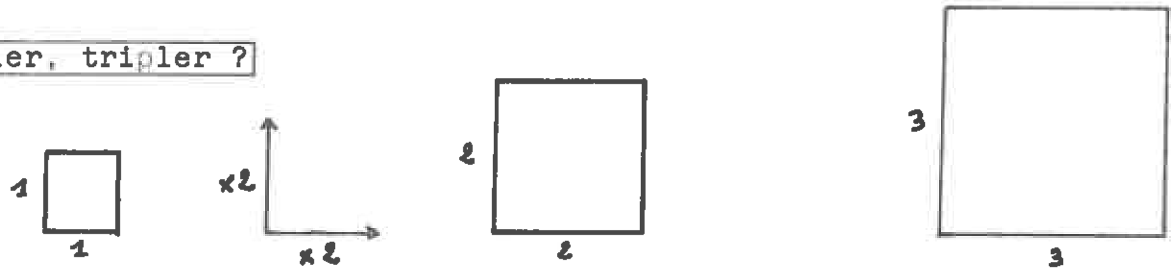
Que deviendrait ce quadrillage par une dilatation de facteur 2 dans les deux directions ?

Que deviendrait-il par une dilatation de 3 et de 2 comme ceci :



2) DILATATION PAR UN FACTEUR r : LE CARRE.

a) Doubler, tripler ?



aire : 1 Aire : 2 x 2 = 4 Aire : 3 x 3 = 9

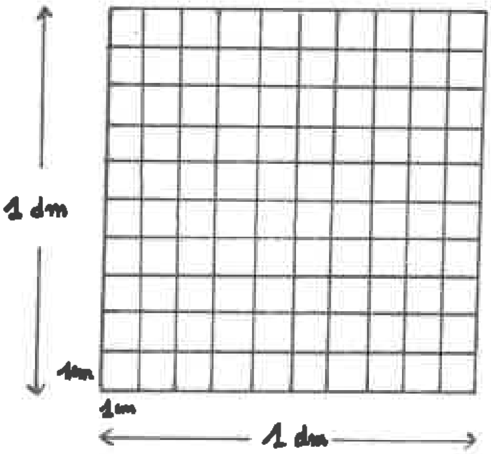
Complète les phrases :

Lorsque le côté du carré double, l'aire ...

Lorsque le côté du carré change par le facteur 3, l'aire change par ...

b) Dilatation par le facteur 10, mesure des surfaces

Reproduis sur du papier millimétré ce quadrillage:



Aire du carré de 1 cm de côté : 1 cm^2

Aire du carré dilaté par le facteur 10 :

$$1\ dm^2 = 100\ cm^2$$

Un tableau de conversion est souvent utile.

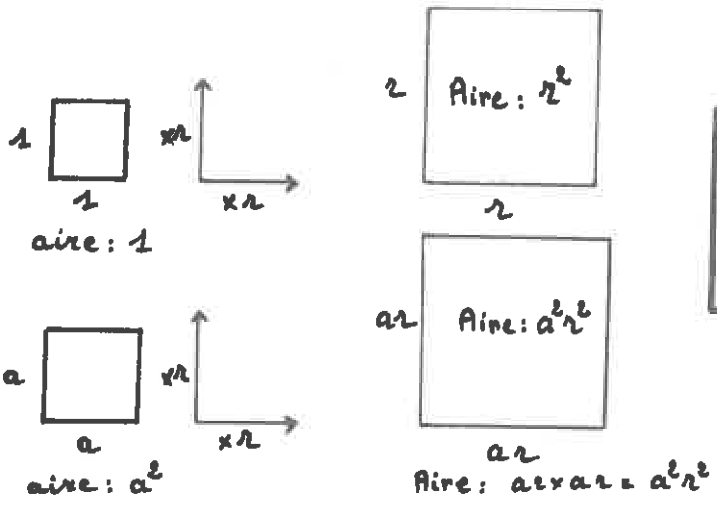
Dans celui-ci, il y a deux chiffres par colonne.

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
	0 1	0 0	
1 2	0 0	0 0	
		3	5 0

$12\ m^2 = 120\ 000\ cm^2$

$3,5\ cm^2 = 0,035\ dm^2$

c) Dilatation par un facteur quelconque

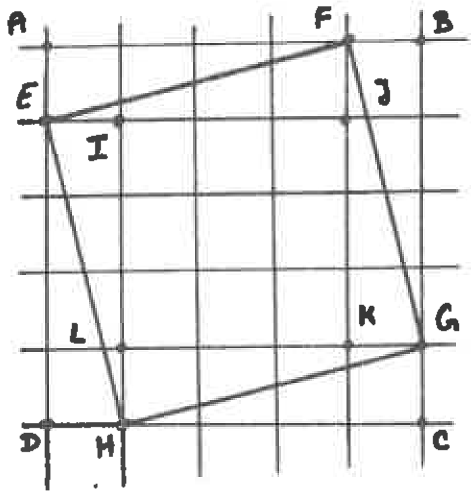


Lors d'une dilatation par un facteur r,
l'aire du carré change par le facteur r^2.

Le facteur r peut-être :

- plus grand que 1. C'est un agrandissement. L'aire obtenue est supérieure.
- plus petit que 1. C'est une réduction. L'aire obtenue est inférieure.

d) Exercice



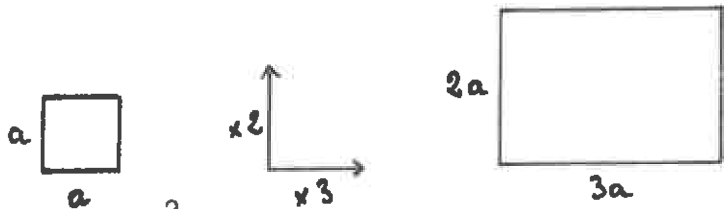
Les carreaux de de ce quadrillage ont 1 cm de côté.
Calcule l'aire des carrés ABCD, EFGH, IJKL.

Reproduis maintenant ces trois carrés sur une feuille à grands carreaux qui ont 0,8 cm de côté.

Qu'elle est le facteur de cette dilatation ?

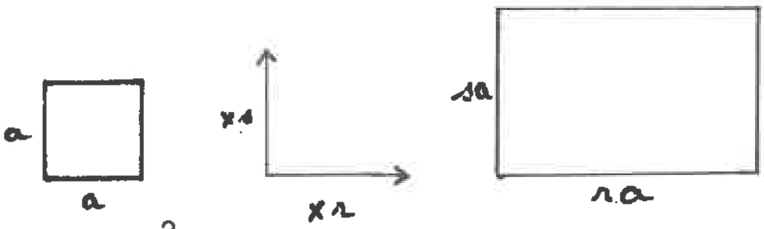
Déduis-en l'aire de ces trois carrés.

3) DILATATION PAR DES FACTEURS r ET s. DU CARRE AU RECTANGLE.



aire : a^2 Aire : $2a \times 3a = 6\ a^2$

L'aire change par le facteur ...

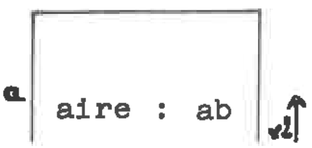


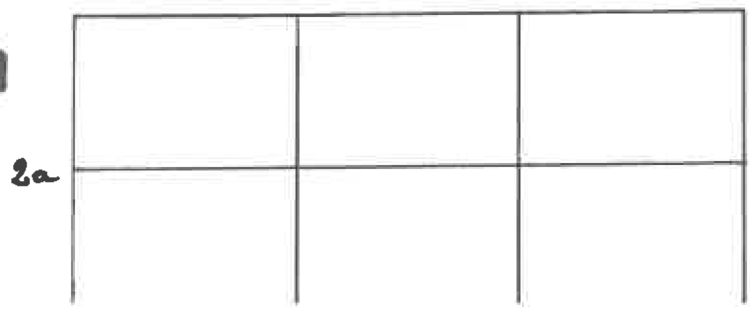
aire : a^2 Aire : $ra \times sa = rs \times a^2$

L'aire change par le facteur ...

> Lors d'une dilatation par un facteur r dans une direction,
> et par un facteur s dans l'autre direction,
> l'aire du carré change par le facteur rs.

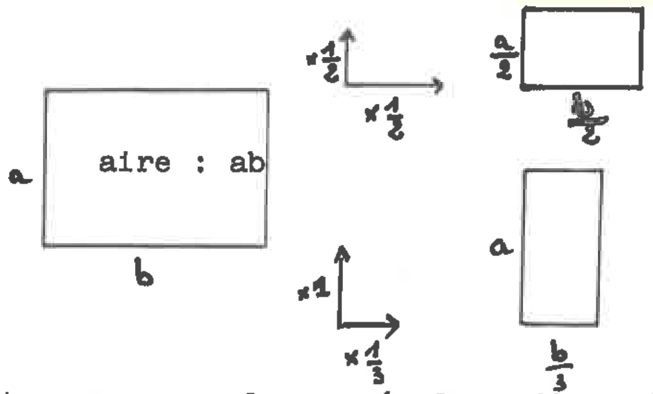
4) LE RECTANGLE.





L'aire change par le facteur 6.

Aire : 6 ab



L'aire change par le facteur $\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

L'aire change par le facteur $\frac{1}{3}$

$$1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Tout comme pour le carré, lors d'une dilatation par un facteur r, l'aire du rectangle change par le facteur r^2.

Lors d'une dilatation par un facteur r dans une direction et par un facteur s dans l'autre direction, l'aire du rectangle change par le facteur rs.

5) LE TRIANGLE

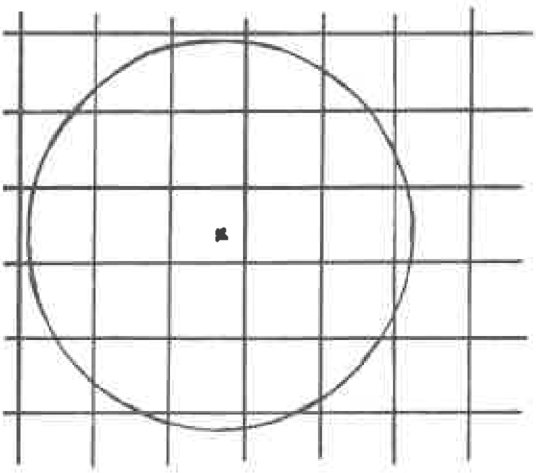
Peux-tu généraliser au triangle les propriétés de la dilatation d'un carré, d'un rectangle ?

6) ET POUR LE CERCLE ?

a) Lors d'une dilatation ...

ENCORE FAUT-IL LE DEMONTRER !

b) Une démonstration



Reproduis ce cercle de rayon 2,5 cm sur un quadrillage de carreaux de 1 cm de côté.

Que deviennent le cercle, son rayon, le quadrillage lors d'une dilatation de facteur 2.

Par quel facteur change l'aire d'un carreau, l'aire du cercle ?

L'aire du cercle est donnée approximativement par l'aire des carrés à l'intérieur du cercle.
Numérote chacun de ces carrés : 1 ; 2 ; 3 ; ...
La somme des aires de ces carrés est : $A_1 + A_2 + A_3 + \ldots$
Cette somme donne une approximation de l'aire du disque.

Que se passe-t-il lors d'une dilatation de facteur 2 ?

Et lors d'une dilatation de facteur r ?
Lors d'une dilatation par le facteur r, l'aire de chacun de ces carrés change par le facteur r^2, devenant : r^2A.

La somme des aires de tous ces carrés est alors :

$$r^2A_1 + r^2A_2 + r^2A_3 + \dots =$$
$$r^2 (A_1 + A_2 + A_3 + \dots)$$

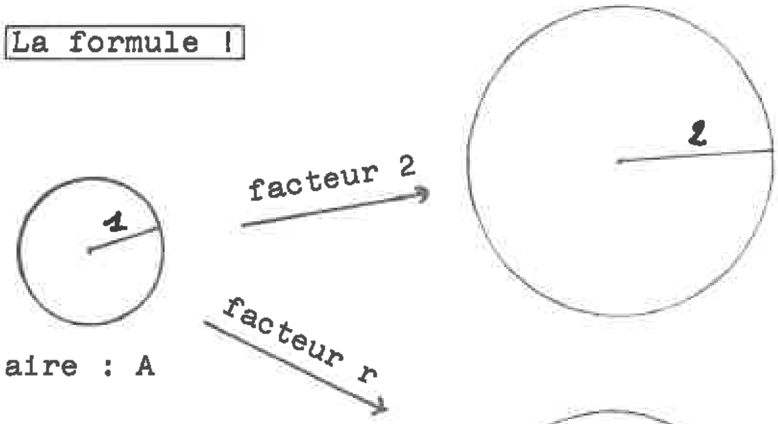
qui est donc une approximation de l'aire du cercle obtenue par dilatation de facteur r.
Cette approximation de la nouvelle aire est égale à r^2 fois l'ancienne.

Remarque : Si le quadrillage choisi est plus fin, on obtient une approximation bien meilleure de l'aire du cercle. On peut obtenir ainsi une approximation aussi précise qu'on le veut.

On peut affirmer alors que :

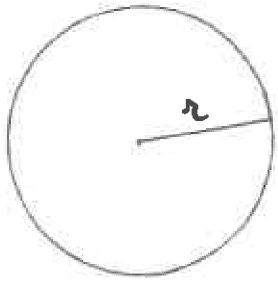
Lors d'une dilatation par un facteur r, l'aire du cercle change par le facteur r^2.

c) La formule !



Aire : $A \times 2^2 = A \times 4$

Appelons π l'aire A du cercle de rayon 1.



Aire : $A \times r^2$

On a alors :

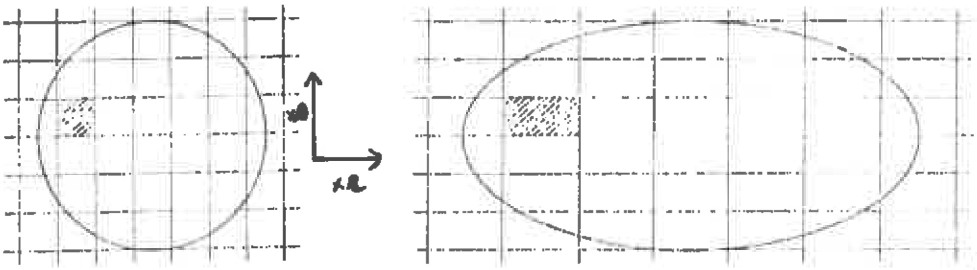
- l'aire du cercle de rayon 1 est π
- l'aire du cercle de rayon 2 est $\pi \times 2^2$
- l'aire du cercle de rayon r est $\pi \times r^2$

L'aire du cercle de rayon r est πr^2, π étant l'aire du cercle de rayon 1.

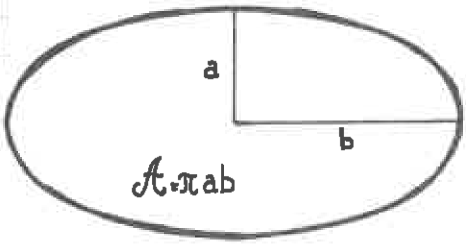
d) Dilatation du cercle par deux facteurs

En utilisant le troisième quadrillage de la page 23-6, agrandis le cercle par le facteur 2 dans une direction et par le facteur 3 dans l'autre.
Par quelle facteur change l'aire de la figure obtenue.
La figure obtenue est une ellipse.

Plus généralement, lors de la dilatation d'un cercle par un facteur r dans une direction et par un facteur s dans l'autre, on obtient une ellipse dont l'aire a changé par le facteur rs.

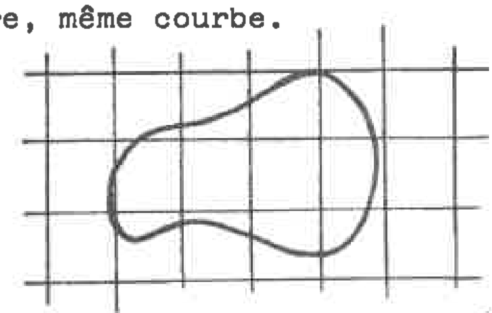


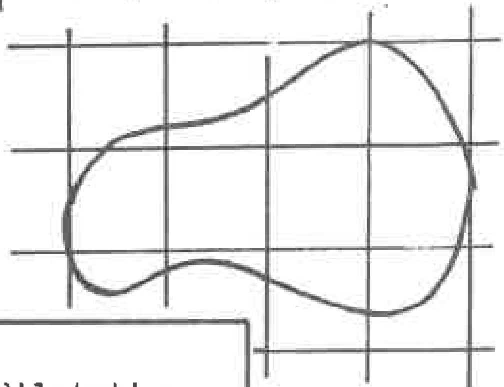
Déduis-en la formule de l'aire d'une ellipse :



7) DILATATIONS DANS LE PLAN

Ce que nous venons de montrer pour le carré, le rectangle, le cercle, pourrait l'être pour n'importe quelle figure, même courbe.
Il suffit "d'approximer" l'aire de la figure par des carrés.
Si on dilate alors la figure quadrillée par un facteur r dans une direction et par le facteur s dans l'autre drection, l'aire de chaque rectangle obtenu a changé par le facteur rs.
Par approximation, l'aire de la figure obtenue a changé aussi par le facteur rs.



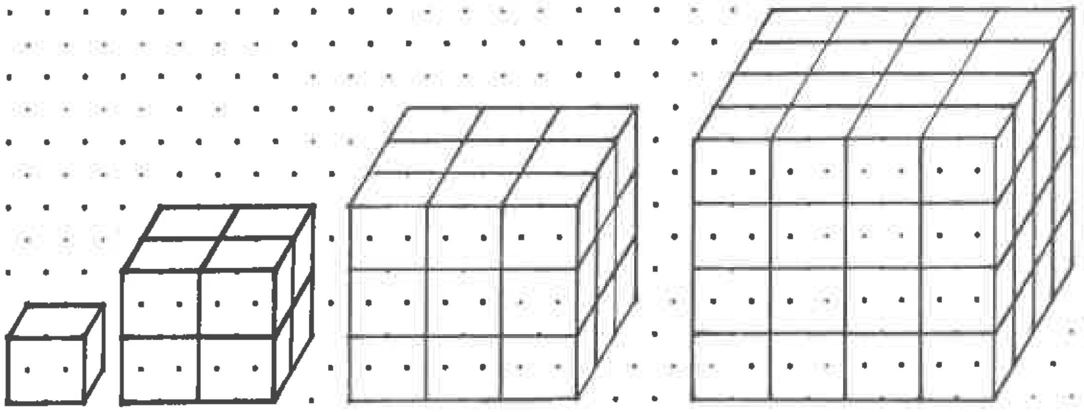


> Pour toute figure du plan, lors d'une dilatation par un facteur r dans une direction et par un facteur s dans l'autre direction, l'aire change par un facteur rs.

8) ET DANS L'ESPACE ?

a) Activité 1 : Voici une suite de cubes.

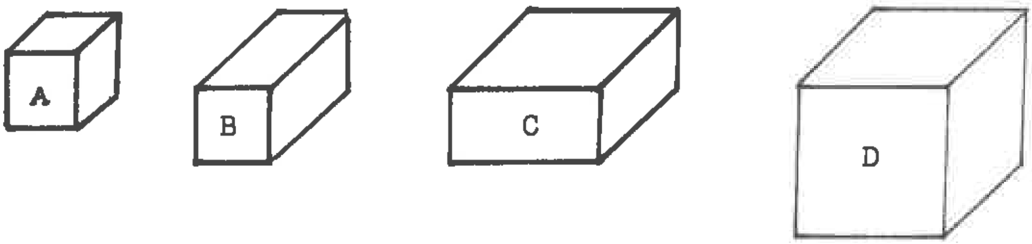
Observe comment on passe d'un cube au suivant.

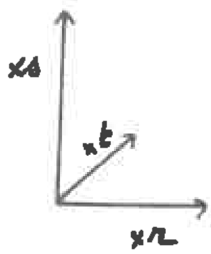


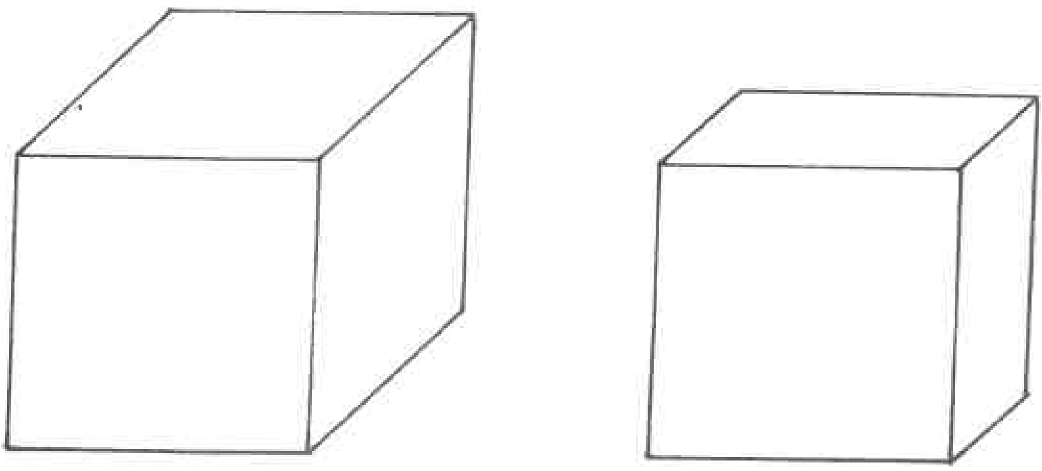
Complète alors ce tableau :

Dessin n°	1	2	3	4	5	...
Nombre de petits cubes	1					

b) Activité 2 : Voici quatre pavés A, B, C et D.







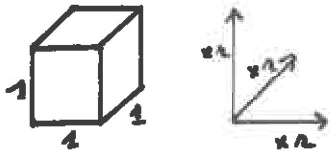
Combien y-a-t'il de pavés A, B, C ou D dans le cube, dans le parallélépipède rectangle ?

Quels sont les facteurs de dilatation r, s et t, pour passer d'un pavé à un autre.

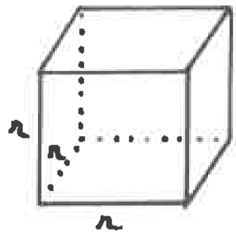
Que devient le volume d'un cube si on multiplie la longueur des arêtes par 2 ? ou par 3 ? par 5 ? par r ? par 2, 3 et 5 ? par r, s et t ?

c) Dans l'espace

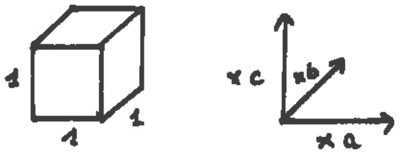
Nous sommes passés à trois dimensions, où nous avons une longueur, une largeur et une profondeur, c'est-à-dire trois directions.



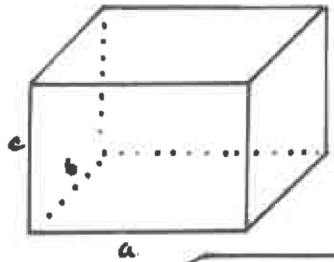
$v = 1$



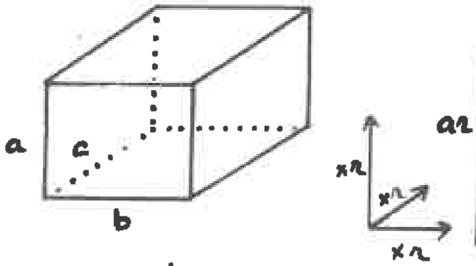
$V = r \times r \times r = r^3$



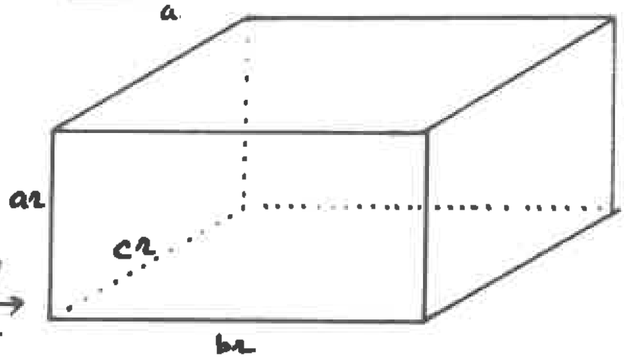
$v = 1$



$V = a \times b \times c = abc$



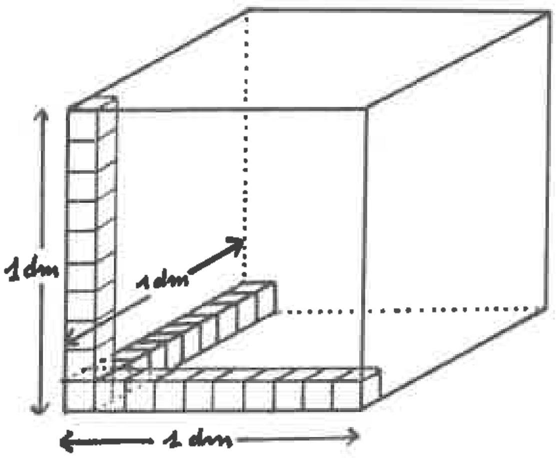
$v = abc$



$V = ar \times br \times cr$
$= abc \times r^3$

> Lors d'une dilatation d'un cube, d'un parallélépipède rectangle par un facteur r dans les trois directions,
> le volume change par le facteur r^3.
>
> $$V = v \times r^3$$

d) Dilatation par le facteur 10, mesure des volumes



$87\ dm^3 = 0{,}087\ m^3$

Volume du cube de côté 1 cm : 1 cm^3
on dit un centimètre cube.

Volume du cube dilaté par le facteur 10 :

$$1\ dm^3 = 1\ 000\ cm^3$$

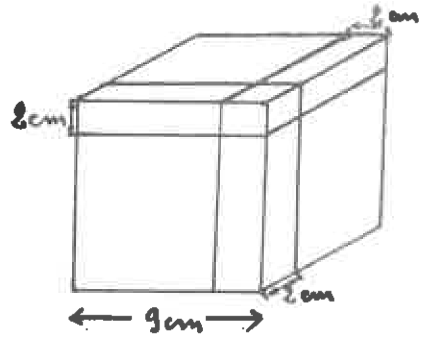
Dans ces tableaux de conversion il y a trois chiffres par colonne.

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
	1	o o o	
0	0 8 7		

e) Exercices

1 Une brique de construction (pleine) pèse 12 kg. Quelle est la masse d'une brique fabriquée avec le mêmematériau et dont les longueurs sont deux fois plus petites ?

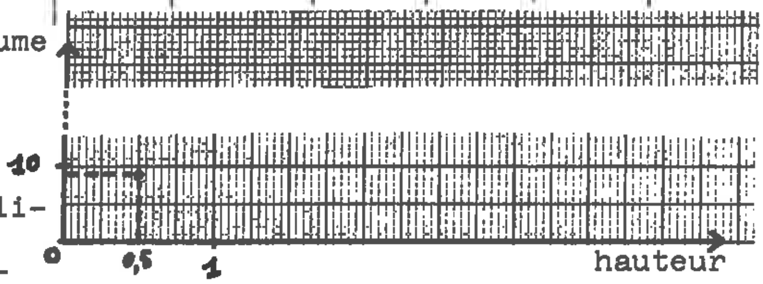
2 Ceci représente un bloc de margarine que l'on découpe soigneusement en suivant les lignes indiquées sur le dessin.
Combien de morceaux obtient-on ?
Etudie leur forme, leurs dimensions, leur volume.



3 Un tas de briques ayant la forme d'un cube de 1 m d'arête, contient 1 000 petites briques. Combien en contient un tas ayant la forme d'un cube de 2 m d'arête ?

4 Etudie pour des parallélépipèdes rectangles de même base (par exemple 18 cm^2) les variations du volume en fonction de la hauteur.
Recopie et complète le tableau et le graphique ci-dessous.

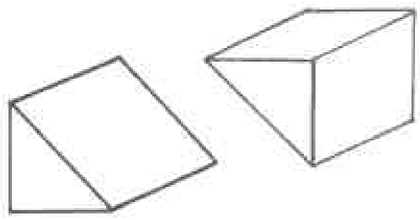
Hauteur (en cm)	0,5	1	1,5	2	3	4	...
Volume (en cm^3)	9						



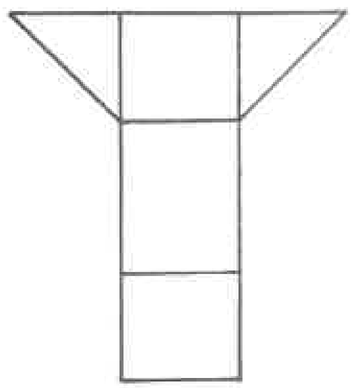
Y-a-t'il proportionnalité entre le volume et la hauteur du parallélépipède rectangle ?

f) Le prisme droit

(1) On a partagé en deux un cube en bois de côté 3 cm.
On a obtenu deux prismes droits dont voici l'un des patrons.

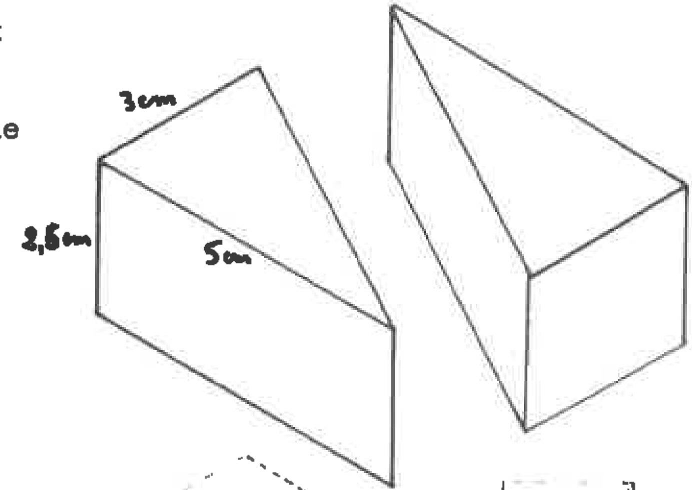


En respectant les dimensions, représente une base du cube puis colorie en rouge une base du prisme droit.



Quel est le volume du cube ? du prisme droit ?

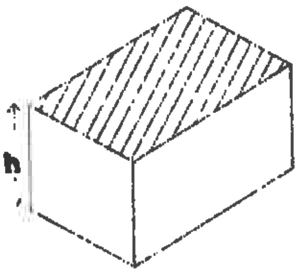
(2) Voici un pavé droit (en bois) coupé en deux. Nous avons ainsi deux prismes droits.

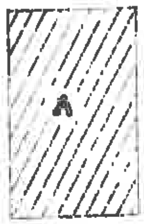


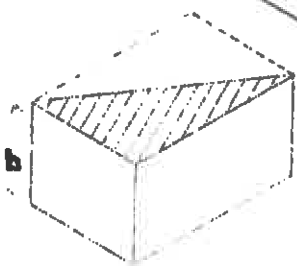
En respectant les dimensions, dessine une base du pavé droit où tu vas colorier en rouge une base du prisme droit.

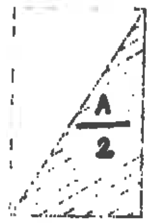
Représente ensuite le patron du prisme droit, puis repasse en rouge les traits indiquant sa hauteur.

(3) Plus généralement





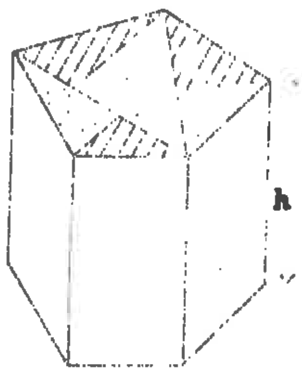




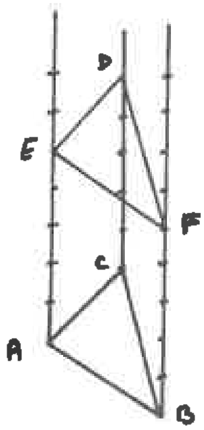
Le volume du prisme droit est donc égal au produit :

aire de la base x hauteur

Ceci est valable pour tous les prismes droits. Car tout prisme droit peut être considéré comme un assemblage de prismes droits dont les bases sont des triangles rectangles.



(4) Variation en fonction de la hauteur



Voici un prisme droit ABCDEF dont la base est un triangle rectangle tel que les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm.

Quelle est l'aire de base ABC ?

La hauteur de ce prisme droit est 5 cm.
Quel est le volume de ce prisme ?

Donne les volumes des prismes droits de même base et de hauteurs variables en complétant ce tableau :

Hauteur (en cm)	1	2	2,5	3	4	5	6	...
Volume (en cm^3)								

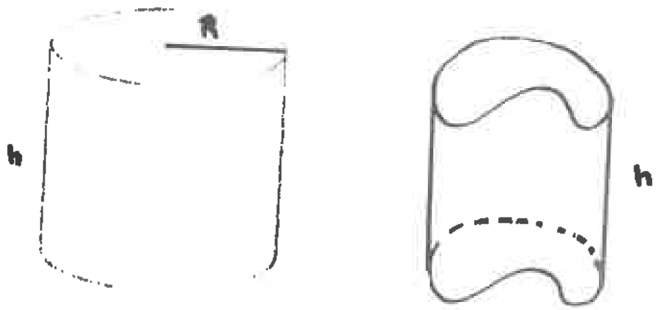
Y-a-t'il proportionnalité entre le volume du prisme et sa hauteur ?

g) Cylindre de révolution

La formule : $V = B \times h$

" aire de la Base x hauteur "

est encore valable pour calculer le volume d'un cylindre de révolution :



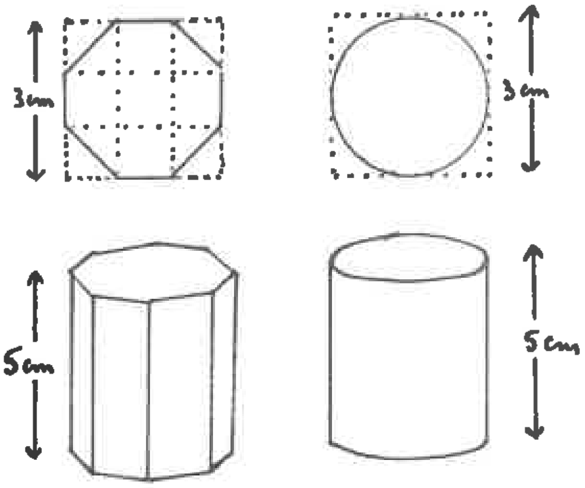
aire de la Base : $B = \pi R^2$

volume : $V = B \times h$

$$\boxed{V = \pi R^2 \times h}$$

Exercice Voici un prisme droit à base octogonale et un cylindre, avec la vue de dessus de leurs bases.

Calcule leurs volumes.



Exercice On considère des cylindres de révolution dont les bases sont des cercles de rayon 7 cm.

Quel est l'aire de la base de chaque cylindre ?

Ces cylindres ont des hauteurs différentes.

Complète le tableau :

Hauteur (en cm)	5	5,5	6	10,5	13
Volume (en cm^3)					

Que peux-tu en conclure ?

Combien faut-il de récipients plein d'eau pour remplir un grand récipient dont les dimensions (hauteur et diamètre) sont doubles.

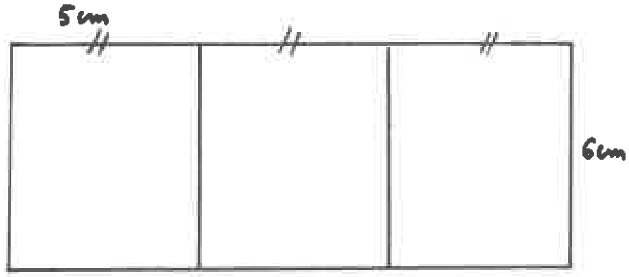
9) SOLIDE : Cube, Parallélépipède rectangle, Prisme droit, Cylindre de révolution

Le volume du solide dilaté par le facteur r dans les trois directions, change par le facteur r^3 :

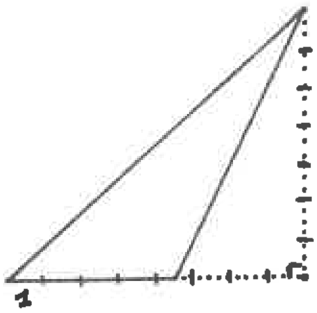
$$v \text{ devient } V = v \cdot r^3$$

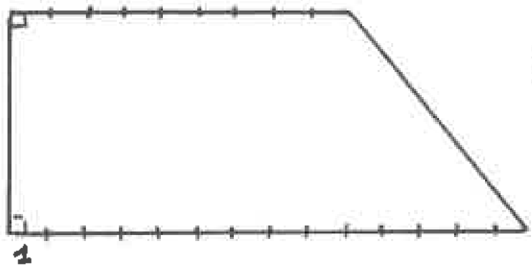
Le volume du solide dilaté par un facteur r dans une direction, par un facteur s dans une autre, et par un facteur t dans la troisième direction, change par le facteur rst.

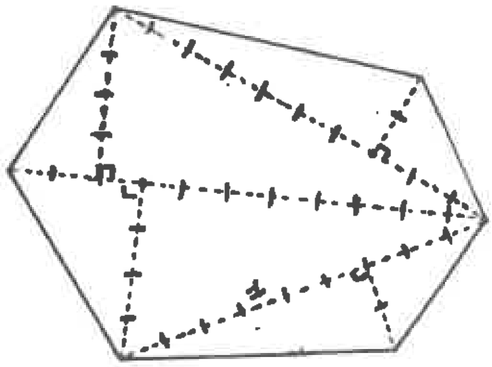
$\boxed{\text{EXERCICE 1}}$: Complète ce patron en vraie grandeur, en dessinant les basestriangulaires d'un prisme droit dont voici le développement latéral.
Calcule le volume de ce prisme droit.



$\boxed{\text{EXERCICE 2}}$: Voici les bases de prismes droits de hauteur 5 cm.
Calcule leur volume.







$\boxed{\text{EXERCICE 3}}$: Trace (côte à côte) quatre cercles ayant respectivement pour rayon : 1 cm ; 1,5 cm ; 2 cm ; 3 cm.
Dans les tableaux ci-dessous, r désigne, en cm, le rayon
S désigne, en cm^2, l'aire du cercle.
Dans les calculs, tu prendras pour π : 3,14.

Complète les tableaux :

cercle	n°1	n°2	n°3	n°4
r	1	1,5	2	3
S				

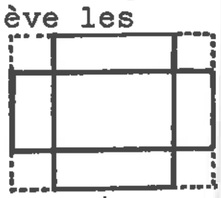
cercle	n°1	n°2	n°3	n°4
r^2	1	1,5	2	3
S				

Que peux-tu en conclure ?

$\boxed{\text{EXERCICE 4}}$: Que devient le volume d'un parallélépipède rectangle si l'on multiplie la longueur par 2, la largeur par 6 et si l'on divise la hauteur par 4.

$\boxed{\text{EXERCICE 5}}$: Deux verres cylindriques ont la même hauteur.
Le diamètre intérieur du petit verre est de 3 cm. Sachant qu'il faut exactement quatre petits verres pour remplir le grand, calcule le diamètre intérieur du grand cylindre.

$\boxed{\text{EXERCICE 6}}$: Pour fabriquer une boîte sans couvercle, on découpe à chaque coin d'une feuille de zinc rectangulaire un carré ; puis on relève les bords et on soude.
Le rectangle mesure 15 cm sur 20 cm, et le carré a 4 cm de côté
Quelles sont les dimensions de la boîte ?
Quel est le volume de cette boîte ?



$\boxed{\text{EXERCICE 7}}$: On considère des prismes droits de même hauteur (8 cm) mais de bases différentes.
Complète le tableau :

Aire de la base (en cm^2)	24	46	60	98	110
Volume (en cm^3)					

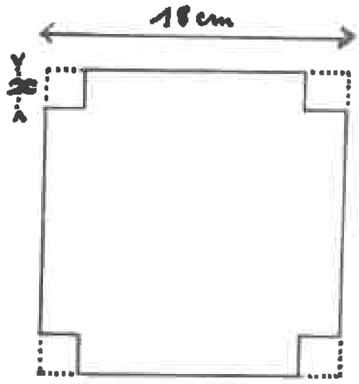
Le volume du prisme est-il proportionnel à l'aire de sa base ?

Deux prismes droits de même hauteur et de même volume ont-ils même aire de base ?

OPTIMISATIONS

Un problème classique des entreprises est de trouver, pour un emballage de forme donnée, le solide de volume maximum.

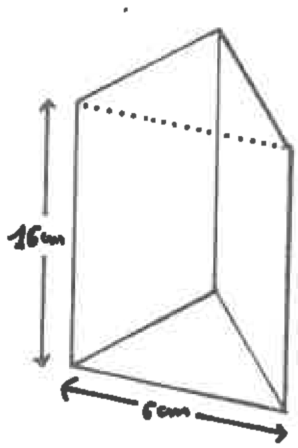
SITUATION 1



On dispose d'une feuille de papier carrée de 18 cm de côté.
On découpe à chaque coin un petit carré de dimension x.
On replie alors chacun des côtés pour former une boîte sans couvercle.

Le problème : Trouve la dimension x correspondant au volume maximal pour la boîte.

SITUATION 2



Tu dispose d'une feuille de papier carrée de 16 cm de côté et d'une autre feuille sans dimension fixée.

Tu vas fabriquer un prisme droit à base triangulaire.

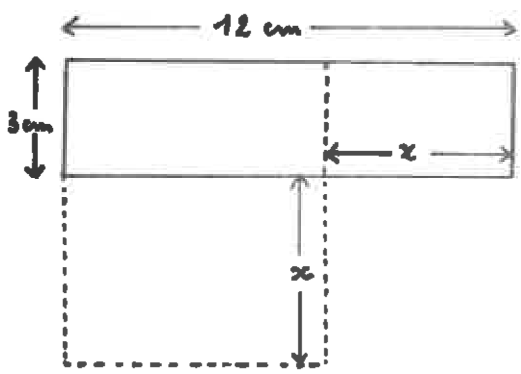
Sa surface latérale est constituée par la feuille carrée de côté 16 cm.
Ses bases triangulaires seront découpées dans l'autre feuille. La longueur d'un des côtés est fixée à 6 cm.

Donne quelques exemplaires de triangles possibles.

Parmi tous ces triangles, ayant toujours un des côtés de 6 cm, lequel permettra d'obtenir le volume maximum pour le prisme ?
Quel est ce volume ?

SITUATION 3

On part d'une feuille de papier de 12 cm sur 3 cm.
En l'enroulant sur elle-même, tu peux fabriquer un cylindre de hauteur 3 cm.



Quel est le volume de ce cylindre ?

Si tu enlève x cm de la longueur pour ajouter x cm à la largeur, qu'est-ce qui reste inchangé pour le rectangle ?

En enroulant à nouveau cette feuille sur elle-même, tu obtiens un nouveau cylindre.

Pour quelle valeur de x le volume du cylindre est-il maximal ?
Compare le longueur et la largeur.

Peux-tu généraliser ce résultat ?

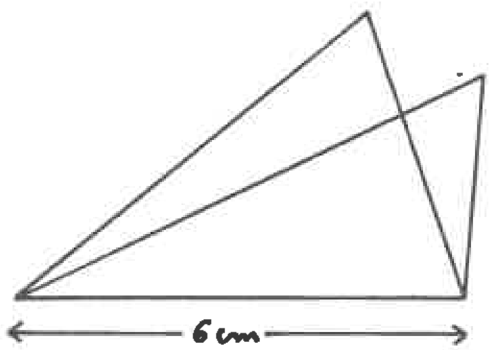
Stratégie de résolution !

Situation 1 : Calcule le volume de la boîte pour x égal à 1 puis 2 ; 3 ; ...
Présente les résultats dans un tableau.
Traduis ensuite ces résultats par un graphique.
Quelle est ta solution ?

Est-ce "La solution" ?

Calcule le volume V en fonction de x.
Vérifie ton résultat en prenant pour x des nombres décimaux près de la solution.

Situation 2 : Reproduis puis complète ce dessin en y dessinant des triangles qui conviennent et dont le second côté mesure :
1 cm ; 2 cm ; 2,5 cm ; 3 cm ; 3,5 cm ; 4 cm ; ...



Est-ce toujours possible ?
Quels sont les cas particuliers ?
Quel est le triangle d'aire maximale ?
Quelle est la solution du problème ?

FORMULAIRE

Il n' est peut-être pas inutile de rappeler les tableaux qui permettent les conversions des unités de longueurs, d'aires, de volumes

1/ Unités de longueurs

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

2/ Unités d'aires

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

3/ Unités de volumes

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		

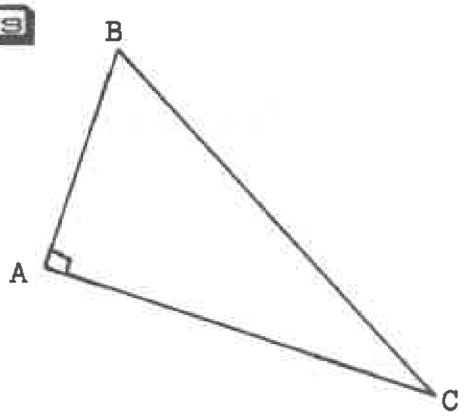
Remarque importante

Lorsque vous aurez à manipuler des expressions, des formules, vous devrez toujours transformer les unités (si nécessaire) afin d'avoir une écriture cohérente.

Formulaire pour les aires

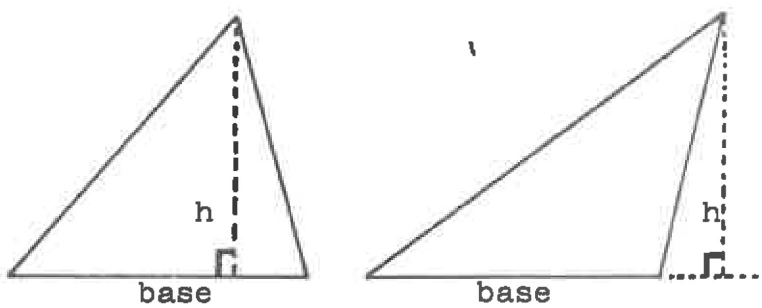
Le triangle rectangle

$$\text{AIRE} = \frac{AB \times AC}{2}$$



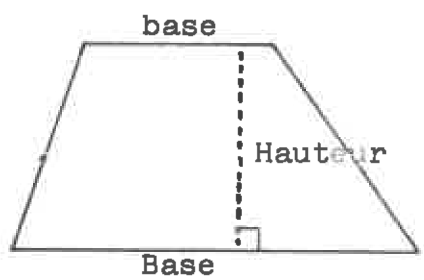
Le triangle quelconque

$$\text{AIRE} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$$



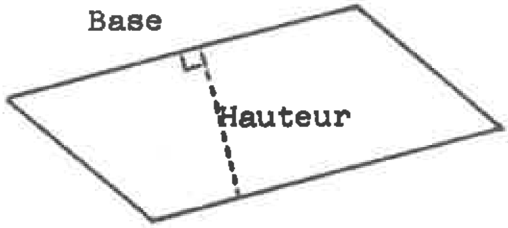
Le trapèze

$$\text{AIRE} = \frac{(\text{Base}+\text{base}) \times \text{Hauteur}}{2}$$



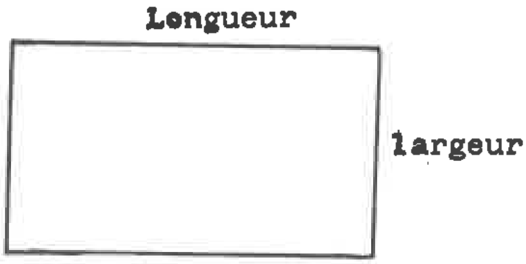
Le parallélogramme

AIRE = Base x Hauteur



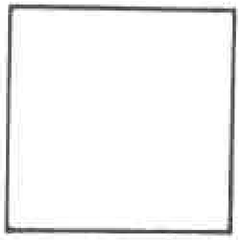
Le rectangle

AIRE = Longueur x largeur



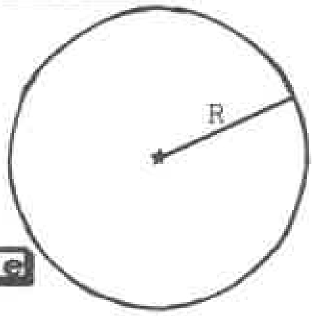
Le carré

AIRE = Côté x Côté



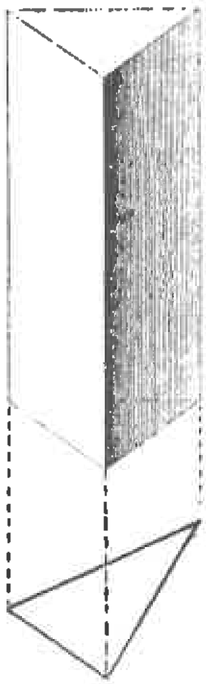
Le disque

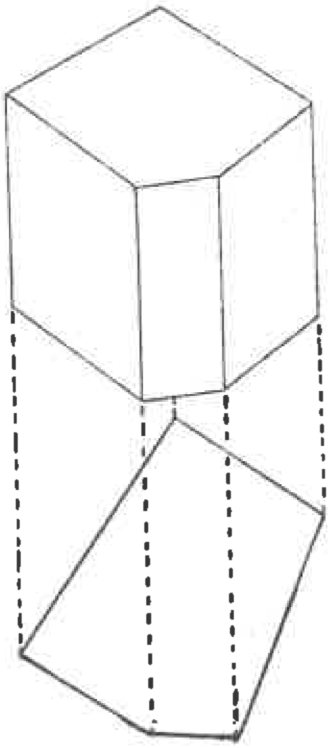
AIRE = PI x R^2

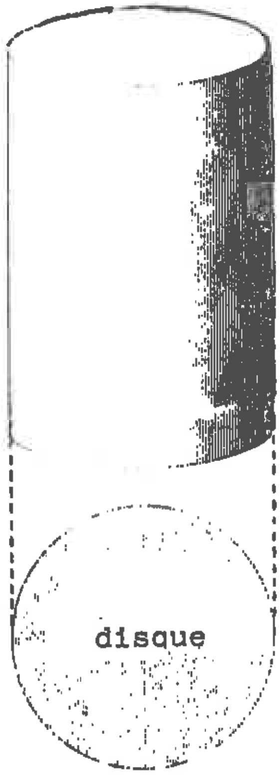


Volume du prisme droit ou du cylindre

VOLUME= AIRE DE BASE x HAUTEUR







Remarque

La base d'un prisme droit est un pôlygone quelconque. (Vous calculerez

Application directe des formules

Calculez les volumes des prismes droits suivants

1/La base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm. La hauteur mesure 12 cm. (Volume en cm^3

2/La base est un triangle quelconque de base 50 mm et de hauteur relative à la base 0,4 dm. La hauteur mesure 9 cm. (Volume en cm^3)

3/La base est un carré de côté 350 mm. La hauteur mesure 0,074 dam. (Volume en dm^3)

4/La base est un rectangle de dimensions 0,015 km et 120 dm. La hauteur mesure 4 dam. (Volume en m^3)

5/La base est un parallélogramme de base 45 dm et de hauteur 270 cm. La hauteur mesure 3500 mm. (Volume en m^3)

6/La base est un trapeze de grande Base 240 mm, de petite base 15 cm et de hauteur 0,25 m. La hauteur mesure 7,5 dm. (Volume en cm^3)

7/La base est un disque de rayon 15 m. La hauteur mesure 40 m. (Volume en m^3)

Application indirecte des formules

Cela signifie que vous devez retrouver certaines mesures des volumes étudiés à partir des données fournies.

Remarque

Pour les quatre exercices qui suivent, écrivez la formule générale du prisme droit considéré. Remplacez les grandeurs connues. Vous obtenez alors une équation qu'il vous faut résoudre. (Pensez à convertir les unités.)

1/La base d'un prisme droit est un triangle rectangle. La hauteur du prisme est 1dm. L'un des côtés du triangle mesure 0,06m. Calculez l' autre sachant que le volume du prisme est $1000cm^3$.

2/La base d'un prisme droit est un carré de côté 4,5dam. Son volume est $70875m^3$. Calculez sa hauteur.

3/Le volume d'un prisme droit de base carrée est $507m^3$. Calculez le côté du carré sachant que la hauteur est 120dm.

4/La base d'un prisme droit est un trapèze. La grande Base du trapèze mesure 7dm, sa hauteur 500mm. Calculez la petite base du trapèze sachant que la hauteur du prisme est 40cm, et son volume $0,1m^3$.

5/ Complétez le tableau suivant relatif au <u>cylindre</u>

rayon du disque de base	hauteur	périmètre de la base	aire de la base	aire latérale	aire totale	volume du cylindre
10 m	6,8 m					
2 cm	40 mm					
	8 m	442,112 m				
	0,64 dam	1,57 m				
	6 cm		28,26cm^2			
	75 dm			423,9 m^2		
	92 cm		153,86dm^2			
			78,5cm^2		5,652dm^2	

<u>Remarques</u>

1/La surface latérale développée d'un cylindre est un rectangle de dimensions, le périmètre du disque de base d' une part et la hauteur du cylindre d' autre part

2/Vous prendrez dans cet exercice 3,14 pour valeur de PI. (Les calculs devraient "tomber justes")

" Vieux " problèmes

1/Un bassin a la forme d'un pavé droit. Il mesure 1,75m de long, 1,20m de large et 1m de profondeur est rempli aux 4/5 d'eau. Un jardinier y puise 72 arrosoirs d'une contenance de 10,5 litres.(1 litre occupe un volume d' 1 dm^3.)

- De quelle hauteur baisse le niveau de l'eau dans le bassin?
- Quelle fraction de l'eau a-t-il utilisée pour l'arrosage?
- Quelle fraction du volume total du bassin représente l'eau restante?

2/Dans une école, le réservoir à mazout est un cylindre de 1,10m de diamètre et 2,40m de longueur. Il est rempli aux 3/4. La chaudière consomme 44l de mazout par heure. Combien d' heures peut-on assurer le chauffage?.(prendre PI=22/7).

<u>Remarque</u>: Ces deux problèmes étaient proposés à des élèves de cm2!!!

ET POUR TERMINER

Dessinez un rectangle ABCD de longueur 10cm et de largeur 5cm. Placez sur le côté d'extrémités A et D un point M. Vous obtenez une figure composée de 2 triangles rectangles et d'un triangle quelconque.

1/Nommez ces triangles à l'aide de leurs sommets.

2/Placez le point M à 0,5cm du point A.

-Calculez l' aire du triangle ABM.
-<u>Mesurez</u> la longueur BM.
-Calculez l' aire du triangle CDM.
-<u>Mesurez</u> la longueur MC.
-Calculez l' aire du triangle BMC.
-Calculez BM+MC.

3/Reprendre le 2/ si le point M est placé à 1cm; 1,5cm; 2cm; ... .9,5cm du point A. Faites figurer vos résultats dans le tableau suivant:

Les longueurs sont en cm, les aires en cm^2.

AM	Aire ABM	BM	Aire CDM	MC	Aire BMC	BM+MC
0,5						
1						
1,5						
2						
2,5						
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.

et ainsi de suite ......

-Pour quelle valeur de AM, la somme BM+MC est-elle minimum? Quelle est alors la position du point M?

-Placez dans un repère les points ayant pour abscisse la valeur de AM et pour ordonnée la valeur de BM+MC. Tracez une <u>courbe régulière</u> qui passe par ces points. Retrouvez graphiquement la réponse à la question précédente.

<u>Remarque</u>: Vous déterminerez les unités des axes du repère, afin que votre représentation graphique soit "jolie".

QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLE

Ce Q.C.M. a pour objet de tester rapidement tes connaissances.

Pour chaque question posée ou chaque affirmation émise, tu as le choix entre trois réponses possibles. Elles sont notées R_1, R_2, R_3. Au moins une d'entre elles est exacte.

Sur ta feuille de copie, noircis la case qui correspond à <u>une</u> réponse exacte.

1. $\boxed{R_1}$: 8,3 dm = 8,3 cm $\boxed{R_2}$: 8,3 dm = 83 cm $\boxed{R_3}$: 8,3 dm = 0,83 cm

2. $\boxed{R_1}$: $8,3 dm^2 = 83 cm^2$ $\boxed{R_2}$: $8,3 dm^2 = 830 cm^2$ $\boxed{R_3}$: $8,3 dm^2 = 8300 cm^2$

3. $\boxed{R_1}$: $8,3 m^2 = 830 dm^2$ $\boxed{R_2}$: $8,3 m = 8300 cm^2$ $\boxed{R_3}$: $8,3 cm^2 = 0,0083 dm^2$

4. Lorsque le côté d'un carré triple, son aire change par le :
   $\boxed{R_1}$: facteur 3 $\boxed{R_2}$: facteur 6 $\boxed{R_3}$: facteur 9

5. La dilatation d'une figure plane dont le facteur r est inférieur à 10 :
   $\boxed{R_1}$: est une réduction.
   $\boxed{R_2}$: est un agrandissement.
   $\boxed{R_3}$: ne peut être précisée.

6. L'aire du cercle de rayon 1 est :
   $\boxed{R_1}$: égale à 1 $\boxed{R_2}$: égale à π $\boxed{R_3}$: égale à 2π

7. L'aire du cercle de rayon R est :
   $\boxed{R_1}$: πR^2 $\boxed{R_2}$: $2\pi R^2$ $\boxed{R_3}$: $3,14.R^2$

8. Lorsque la hauteur d'un triangle double, son aire :
   $\boxed{R_1}$: double $\boxed{R_2}$: triple $\boxed{R_3}$: quadruple

9. L'aire d'un triangle :
   $\boxed{R_1}$: est proportionnelle à la hauteur.
   $\boxed{R_2}$: n'est pas proportionnelle à la hauteur.
   $\boxed{R_3}$: est égale à : B x h   (B étant la base et h la hauteur)

10. L'aire d'un cercle :
   $\boxed{R_1}$: double lorsque son rayon double.
   $\boxed{R_2}$: est proportionnelle au carré du rayon.
   $\boxed{R_3}$: n'est proportionnelle ni au rayon, ni au carré du rayon.

QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLE

Ce Q.C.M. a pour objet de tester rapidement tes connaissances.

Pour chaque question posée ou chaque affirmation émise, tu as le choix entre trois réponses possibles. Elles sont notées R_1, R_2, R_3.

Au moins une de ces réponses est exacte. Sur ta feuille des résultats noircis <u>la case</u> qui correspond à cette bonne réponse.

1. $\boxed{R_1}$: $8{,}3\ dm^3 = 830\ cm^3$ $\boxed{R_2}$: $8{,}3\ dm^3 = 8300\ cm^3$ $\boxed{R_3}$: $8{,}3\ dm^3 = 83000\ cm^3$

2. $\boxed{R_1}$: $7\ dm^3 = 7000 m^3$ $\boxed{R_2}$: $7\ dm^3 = 0{,}007\ m^3$ $\boxed{R_3}$: $7\ dm^3 = 0{,}0007\ m^3$

3. Lorsque le côté d'un cube double, son volume change par le :
$\boxed{R_1}$: facteur 2 $\boxed{R_2}$: facteur 4 $\boxed{R_3}$: facteur 8

4. Lorsque le rayon d'un cercle double, son aire :
$\boxed{R_1}$: double. $\boxed{R_2}$: triple $\boxed{R_3}$: quadruple.

5. Lorsque le rayon du cercle de base d'un cylindre double, son volume change par le :
$\boxed{R_1}$: facteur 2 $\boxed{R_2}$: facteur 4 $\boxed{R_3}$: facteur 8

6. Lorsque la hauteur d'un cylindre triple, son volume change par le :
$\boxed{R_1}$: facteur 3 $\boxed{R_2}$: facteur 6 $\boxed{R_3}$: facteur 9

7. Lors de la dilatation des côtés d'un prisme droit par le facteur 2, son volume change par le :
$\boxed{R_1}$: facteur 2 $\boxed{R_2}$: facteur 6 $\boxed{R_3}$: facteur 8

8. Cette formule permet de calculer le volume d'un cylindre connaissant sa hauteur h et son rayon R :
$\boxed{R_1}$: $V = \frac{\pi R^2 h}{2}$ $\boxed{R_2}$: $V = B \times h$ avec $B = \pi R^2$ $\boxed{R_3}$: $V = 2\pi R h$

9. Le volume d'un prisme droit est proportionnel :
$\boxed{R_1}$: à l'aire latérale $\boxed{R_2}$: au périmètre de la base. $\boxed{R_3}$: à l'aire de la base.

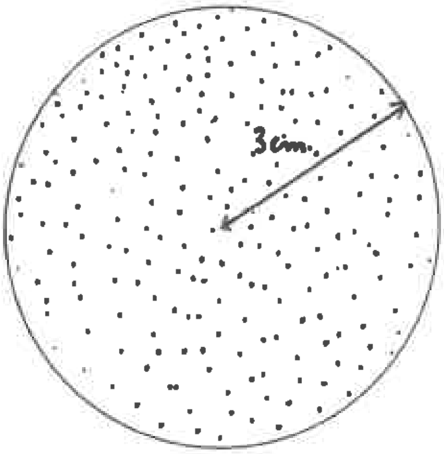
10. On dispose de feuilles de 2cm sur 5cm.
Selon qu'on roule la feuille d'une façon ou d'une autre, on peut obtenir un cylindre de hauteur 2cm dont le volume est V_1?
ou un cylindre de hauteur 5cm dont le volume est V_2.
$\boxed{R_1}$: $V_1 = V_2$ $\boxed{R_2}$: $V_1 < V_2$ $\boxed{R_3}$: $V_1 > V_2$

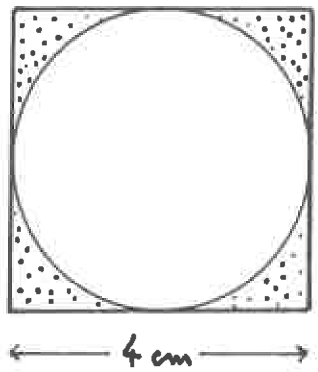
Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

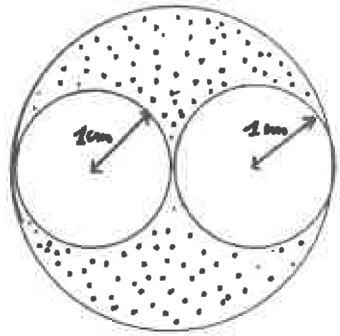
	R_1	O		R_1	O		R_1	O		R_1	O
1	R_2	O	1	R_2	O	1	R_2	O	1	R_2	O
	R_3	O		R_3	O		R_3	O		R_3	O
	R_1	O		R_1	O		R_1	O		R_1	O
2	R_2	O	2	R_2	O	2	R_2	O	2	R_2	O
	R_3	O		R_3	O		R_3	O		R_3	O
	R_1	O		R_1	O		R_1	O		R_1	O
3	R_2	O	3	R_2	O	3	R_2	O	3	R_2	O
	R_3	O		R_3	O		R_3	O		R_3	O
	R_1	O		R_1	O		R_1	O		R_1	O
4	R_2	O	4	R_2	O	4	R_2	O	4	R_2	O
	R_3	O		R_3	O		R_3	O		R_3	O
	R_1	O		R_1	O		R_1	O		R_1	O
5	R_2	O	5	R_2	O	5	R_2	O	5	R_2	O
	R_3	O		R_3	O		R_3	O		R_3	O
	R_1	O		R_1	O		R_1	O		R_1	O
6	R_2	O	6	R_2	O	6	R_2	O	6	R_2	O
	R_3	O		R_3	O		R_3	O		R_3	O
	R_1	O		R_1	O		R_1	O		R_1	O
7	R_2	O	7	R_2	O	7	R_2	O	7	R_2	O
	R_3	O		R_3	O		R_3	O		R_3	O
	R_1	O		R_1	O		R_1	O		R_1	O
8	R_2	O	8	R_2	O	8	R_2	O	8	R_2	O
	R_3	O		R_3	O		R_3	O		R_3	O
	R_1	O		R_1	O		R_1	O		R_1	O
9	R_2	O	9	R_2	O	9	R_2	O	9	R_2	O
	R_3	O		R_3	O		R_3	O		R_3	O
	R_1	O		R_1	O		R_1	O		R_1	O
10	R_2	O	10	R_2	O	10	R_2	O	10	R_2	O
	R_3	O		R_3	O		R_3	O		R_3	O

CONTROLE — Dossier 23

EXERCICE 1 Donne une valeur approximative des aires des surfaces pointées en arrondissant à 3 la valeur de π .

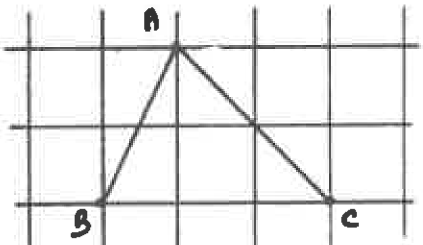


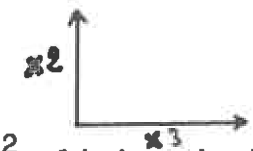




EXERCICE 2 Reproduis ce triangle et son quadrillage de 1 cm de côté.

Fais subir à ce dessin une dilatation de facteurs 2 et 3 :



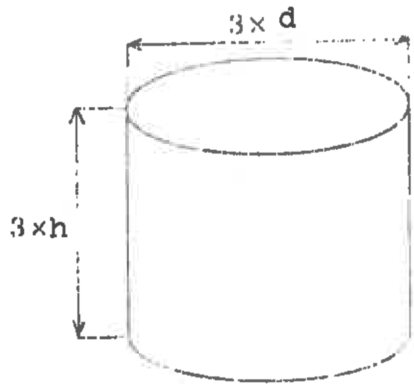


Donne, en cm^2, l'aire du triangle ABC puis celle du triangle dilaté.

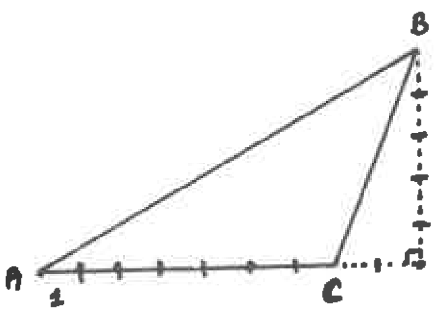
Exercice 3 Voici deux récipients cylindriques en tôle très mince.

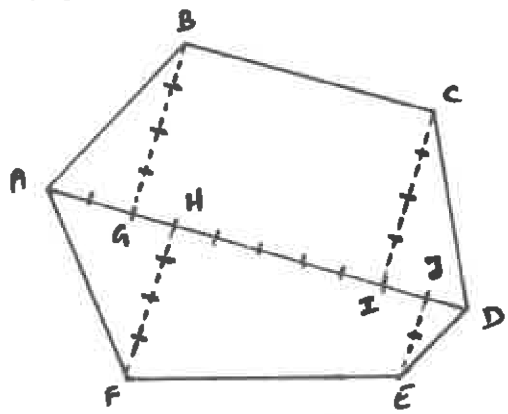
Les dimensions du grand (hauteur et diamètre) sont le triple de celles du petit.

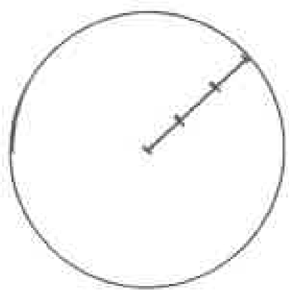
Combien faut-il de petits récipients pleins d'eau, pour remplir le grand ?



EXERCICE 4







Quels sont les volumes des deux prismes droits et du cylindre de révolution de hauteur 6 cm dont on a représenté leurs bases vues de dessus.

EXERCICE 5 Quel est le volume d'un prisme droit de 5 cm de hauteur, et dont la base est un hexagone de 3 cm de côté.

MATHEMATIQUES 5 EME 4 EME

ANNEE SCOLAIRE 1987

DOSSIER N° C1

TITRE : CONTROLE DE CERTAINS ACQUIS NUMERIQUES DE 5 EME

5

PREREQUIS

- AUCUN

OBJECTIFS

- EVALUATION AVANT FORMATION EN 4 EME.

REALISE PAR :

PIERRE BISSEY — JEAN-CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT — GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX — GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

REVISIONS

ADDITION DANS D

EXERCICE 1 : Effectue

$A = (+7) + (-4)$

$B = (-8) + (+6)$

$C = (-11) + (+5)$

$D = (+4{,}3) + (+9{,}7)$

EXERCICE 2 : Effectue

$E = (-4) + (+4) + (-9)$

$F = (+14) + (-9) + 0 + (-1) + (+7)$

EXERCICE 3 : Compare les relatifs suivants :

a) $+4{,}3$ et $+3{,}4$

b) $-7{,}9$ et $-7{,}8$

c) $+6{,}5$ et $-5{,}6$

EXERCICE 4 : Comment notes-tu l'opposé de x ?

EXERCICE 5 : Soit la fonction f définie par :

$$f : D \longrightarrow D$$
$$x \longmapsto f(x) = (-4) + x$$

Détermine $f(0)$, $f(+4)$, $f(+1)$, $f(-11)$.

Place les points de coordonnées $(x, f(x))$ sur un graphique pour $x \in \{0 \ ; +4 \ ; +1 \ ; -11\}$. Tu prendras 1 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée.

EXERCICE 6 : Ecris en supprimant les parenthèses :

$G = (+9{,}7) + (-4) + (+6{,}9) + (-7{,}1) + (-11)$

$H = 0 + (-1) + (+1) + (-11{,}4) + (12{,}5) + (14{,}1)$

EXERCICE 7 : Un commerçant fait ses comptes :

	Recettes	Dépenses
lundi	2742	
mardi		1121
mercredi		3184
jeudi	9819	
vendredi		781
samedi	11743	

A l'aide d'une <u>seule opération</u>, une somme de relatifs, traduis le bilan en fin de semaine.

SOUSTRACTION DANS $\mathbb{D}$

EXERCICE 1 : Complète l'égalité

$$a - b = a + \ldots$$

EXERCICE 2 : Calcule après avoir écrit la somme correspondante :

$A = (-11) - (-7)$ $\quad$ $B = (-4{,}3) - (-7{,}6)$

$C = (+12) - (+9)$ $\quad$ $D = (+14{,}5) - (+17{,}5)$

$E = (+14) - (-7{,}6)$ $\quad$ $F = (-11{,}7) - (+11{,}4)$

EXERCICE 3 : Calcule en remplçant par une somme de relatifs

$G = (-4) - (+7) + (-11) - (+71) + (-9)$

$H = (-5{,}1) + (-6) - (+6{,}5) - (-7{,}4)$

EXERCICE 4 : Calcule en remplçant par une somme algébrique de relatifs positifs

$I = (-3{,}7) - (4{,}1) + (-9{,}4) - (+9{,}1) + (-7)$

$J = (+11) - (-9) - (+12) + (+4) - (+7)$

EXERCICE 5 : Soit f la fonction définie par :

$$f : A \longrightarrow D$$
$$x \longmapsto f(x) = (-3) - x \qquad \text{avec } A = \{+2 \,;\, 0 \,;\, -1 \,;\, +4\}$$

Détermine f(x) pour $x \in A$.

Place les points de coordonnées $(x, f(x))$ sur un graphique pour $x \in A$.

Tu prendras 1 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée.

EXERCICE 6 : Simplifie les expressions suivantes :

$K = a + (b - c)$

$L = a + (b + c)$

$M = a - (b + c)$

$N = a - (b - c)$

EXERCICE 7 : Trouve $x \in D$ tel que $(+7) + x = -11$. Justifie ta réponse.

Trouve $y \in D$ tel que $y - (-14) = +3$. Justifie ta réponse.

ADDITION - SOUSTRACTION DES FRACTIONS

EXERCICE 1 : Calcule (simplifie éventuellement la réponse) :

a) $\frac{1}{11} + \frac{3}{11}$; $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$; $\frac{3}{4} + \frac{5}{4} + \frac{2}{4}$; $\frac{3}{20} + \frac{5}{20} + \frac{9}{20}$

b) $\frac{13}{8} - \frac{7}{8}$; $\frac{12}{5} - \frac{12}{5}$; $\frac{23}{8} - \frac{7}{8}$; $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$; $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$

c) $1 + \frac{3}{5}$; $2 + \frac{1}{3}$; $3 + \frac{4}{7}$; $7 + \frac{4}{10}$; $1 - \frac{5}{6}$; $4 - \frac{3}{7}$

d) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} - \frac{2}{10}$; $\frac{3}{4} + \frac{3}{8}$; $\frac{3}{10} + \frac{7}{100}$; $\frac{5}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$; $\frac{7}{6} - \frac{2}{3}$; $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

EXERCICE 2 : Complète le tableau suivant :

a	$\frac{7}{25}$		$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{14}$	$\frac{5}{4}$	
b	$\frac{4}{25}$	$\frac{4}{31}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$
a + b		$\frac{11}{31}$				$\frac{11}{5}$

EXERCICE 3 : On a un pot à eau d'une contenance de 2 litres.

a) 2 litres = $\frac{?}{4}$ litres

b) On a versé $\frac{1}{4}$ de litre de jus de citron, puis $\frac{3}{4}$ de litre de jus d'orange, puis $\frac{1}{4}$ de litre de jus de pamplemousse.

Quelle fraction du pot à eau est alors remplie ?

c) Peut-on encore verser dans ce pot $\frac{1}{2}$ litre de limonade ?

Si oui, quelle quantité d'eau peut-on encore y rajouter ?

EXERCICE 4 : Recopie et complète :

a) $\frac{12}{17} + \frac{?}{?} = 1$ $\qquad$ $\frac{7}{4} - \frac{?}{?} = 1$

b) $\frac{5}{3} + \frac{?}{?} = 2$ $\qquad$ $\frac{10}{3} - \frac{?}{?} = 2$

EXERCICE 5 : Ecrire de plusieurs manières le nombre $\frac{8}{5}$ sous la forme d'une somme

$\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = \frac{8}{5}$ où x N et y N. Quelle est l'écriture qui permet d'obtenir la partie entière de $\frac{8}{5}$?

CONTROLE N° 1

EXERCICE 1 : Recopie et calcule :

a) $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} + \frac{7}{8}$; $\frac{12}{5} - \frac{7}{5}$; $\frac{7}{4} + \frac{9}{4} - \frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{16} - \frac{2}{16} + \frac{7}{16}$; $4 + \frac{3}{5}$; $3 - \frac{5}{4}$

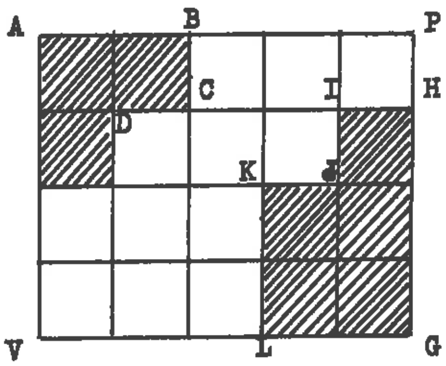
c) $\frac{7}{5} - \frac{3}{10}$; $\frac{5}{12} - \frac{1}{6}$; $\frac{8}{15} - \frac{2}{5}$

d) Essaie d'être astucieux pour calculer rapidement :

$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

e) $2 - \frac{?}{5} = \frac{7}{5}$; $\frac{?}{4} + 3 = \frac{17}{4}$

EXERCICE 2 :



a) Quelle fraction du rectangle représente chacune des deux figures hachurées ?

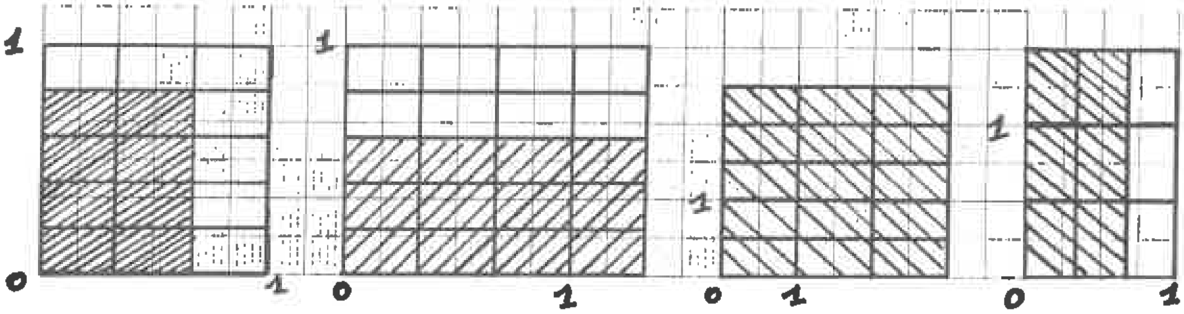
b) Trouver la fraction du rectangle que représente la somme des aires des figures hachurées.

c) Quelle fraction du rectangle représente l'aire non hachurée ?

<u>REMARQUE</u> : QUAND CELA EST POSSIBLE, PENSER A SIMPLIFIER.

MULTIPLICATION DES FRACTIONS

EXERCICE 1 : Les figures ci-dessous illustrent des produits de fractions. Trouve de quels produits il s'agit, et le cas échéant, simplifie le résultat.



EXERCICE 2 : Calcule et simplifie s'il y a lieu.

$17 \times \frac{2}{5}$ $\quad \frac{7}{20} \times 15$ $\quad \frac{5}{2} \times \frac{1}{4}$ $\quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ $\quad \frac{3}{8} \times \frac{4}{5}$

$\frac{2}{7} \times \frac{21}{2}$ $\quad \frac{8}{9} \times \frac{9}{8}$ $\quad \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{8}{15}$ $\quad 2{,}1 \times \frac{5}{7} \times \frac{1}{3}$ $\quad \frac{9}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{3}{2}$

EXERCICE 3 : Recopie et complète ce tableau en simplifiant les résultats s'il y a lieu.

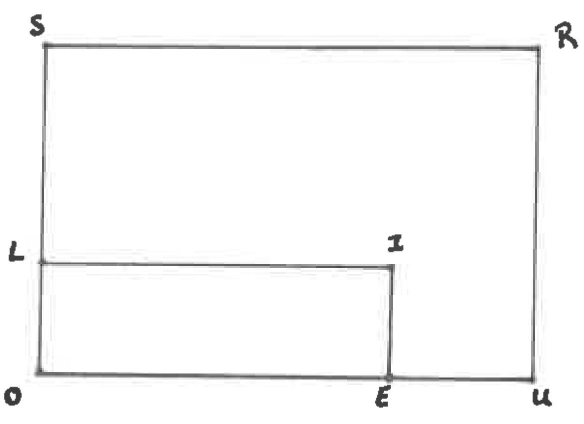
$\frac{3}{2}$				
4				
0				
$\frac{4}{5}$				
0,8				
x	3	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{7}$	0,25

Repère les nombres dont le produit est égal à 1.

EXERCICE 4 : Complète : $\frac{3}{5} \times \frac{7}{6} = \frac{\cdots}{10}$; $\frac{4}{5} \times \frac{\cdots}{\cdots} = \frac{16}{45}$; $\frac{3}{4} \times \frac{\cdots}{5} = \frac{9}{10}$;

puis : $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} =$; $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} =$; $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} =$; ...

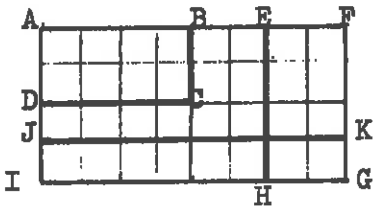
EXERCICE 5 : Dans la figure ci-contre, OURS et OEIL sont deux rectangles.
Les dimensions du rectangle OURS sont OU = 33 cm et OS = 22 cm.
OE est les $\frac{5}{7}$ de OU.
OL est le $\frac{1}{3}$ de OS.
Quelle est l'aire du rectangle OEIL ?



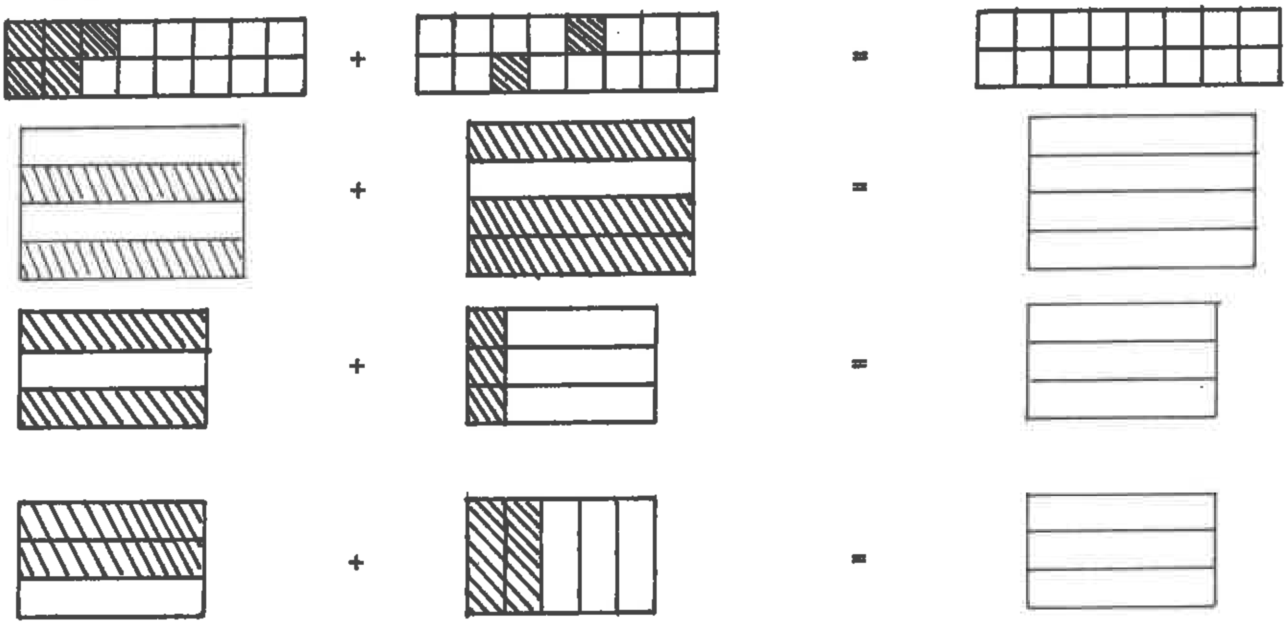
F R A C T I O N S
E T
A I R E S

EXERCICE 1 : Les aires des rectangles ABCD, EFGH et IJKG sont-elles égales ? Donne ces trois aires en fraction de l'aire du grand rectangle. Fais-le en utilisant

- les "barres" "verticales" ou "horizontales".
- les carrés.



EXERCICE 2 : Complète les dessins de droite pour avoir un résultat logique :



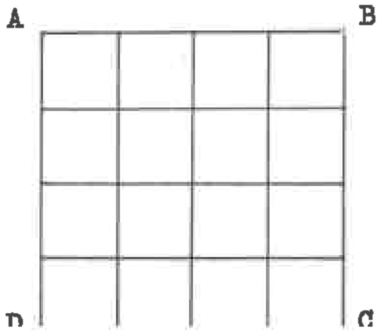
Ecris les égalités qu'illustrent ces dessins.

EXERCICE 3 : a) Colorie en rouge $\frac{3}{4}$ de la surface du carré ABCD.

b) Hachure $\frac{2}{3}$ de la surface rouge.

c) Quelle fraction de l'aire totale représente la surface hachurée ?

d) Réalise une figure illustrant $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$.



MULTIPLICATION DES FRACTIONS

CALCUL

1/2 x 1/2	1/2 x 1/3	4/5 x 9/8	5/6 x 7	2/5 x 4
9/11 x 66	7/20 x 15	3/5 x 20	5/11 x 3	90 x 1/5
4/3 x 3/4	3/8 x 4/5	4/5 x 10/8	3/10 x 5/6	10/21 x 26/20

La moitié de 456.
Le tiers de 459.
Les trois quarts de 20.
Les 3/5 des 2/3 de 55.
Le quadruple du huitième de 2.

Le quart de 204.
La moitié du double de 57.
Les deux tiers de 90.
Le triple du tiers de 27.

"Les deux tiers de vos trois quarts d'heures sont écoulées". Combien cela fait-il ?

CONTROLE n° 2

1) Recopie et complète ce tableau en simplifiant les résultats s'il y a lieu

x	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{3}$	4	0	0,5
2					
0,25					
$\frac{6}{5}$					
$\frac{7}{2}$					

Repère les nombres dont le produit est égal à 1.

Complète : $3 \times \ldots = 1$

$\frac{5}{7} \times \frac{\ldots}{\ldots} = 1$

$\frac{4}{3} \times \frac{5}{\ldots} = \frac{10}{9}$

2) Un viticulteur a livré les $\frac{5}{13}$ de sa récolte en septembre, la moitié de ce qui lui restait en octobre et le quart du reste en novembre.
Quelle fraction de sa récolte lui reste-t-il ?

DISTRIBUTIVITE - CALCUL LITTERAL

EXERCICE 1

-Rappeler la définition de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

-Rappeler la définition de la distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction.

EXERCICE 2

Il est peut-être utile de rappeler que le signe de la multiplication sera dans la mesure du possible "oublié"

Calculer de 2 façons:

5 (3 + 12)
(3,5 + 1,2) 2,4
5,6 (2,5 + 9,4)

(3,2 + 1,8) 1,1
4,5 (7,8 + 6,1)
(12 + 7,2) 3,5

(3,1 + 5,6 + 9 + 8,2 + 0,4 + 5,6) 2,5
4,2 (1,1 + 2,2 + 3,3 + 4,4 + 5,5 + 6,6)

7 (14 - 3)
(6,1 - 0,6) 3,2
0,5 (8,3 - 7,7)

(17,2 - 4,5) 8,5
2,4 (9 - 4,7)
(12,3 - 4,5) 6,7

On combine les 2 distributivités

(3,1 + 9,2 - 4,7) 7,2
9,1 (4,3 - 8,2 + 5,5)
(6,1 + 2,9 - 7,5) 6,4
4,5 (5,5 - 3,2 - 1,3)
5,6 (12,2 + 1,5 - 4,3 - 5,6 - 3)
(2,7 - 4,6 - 5,2 - 1,3 + 16,5) 1,5

Remarque:Les calculs précédents portent uniquement sur des nombres connus.Les calculs qui suivent pourront utiliser des nombres inconnus écrits à l'aide de lettres. (C'est le calcul LITTERAL)

EXCERCICE 3

Ecrire d'une autre façon les expressions suivantes:

a (b + c)
(x - y) z
(a + b - c) x
(ab + cd -ef) x

2 (x + 3)
a (7 - t)
x (a + 2 - b)
4y (3a - 2b + 5c)

EXERCICE 4

Reprendre la dernière expression de l'exercice 3 et vérifier les calculs pour:
a=3 b=2 c=1 y=5

EXCERCICE 5

1/ Rappeler les règles de priorité dans un calcul
2/ Calculer

3x4-2x5+7x2	5x3-4x6+2x8
3-2x5-6+2x7	7+4x5-3-2x9
3+2(4-2)-6+5(7-2)	8-2(5-3)+(9-4)5
[(12-3)+8x2]5+7	[(8+7-3)(10-5)](5+3)
[(8+7)-3(10-5)]5+3	

EXERCICE 6

On rappelle que la <u>FACTORISATION</u> est la démarche inverse de la <u>DISTRIBUTION</u>
La factorisation d'une somme algébrique n'est possible qu'après avoir trouvé, dans <u>chaque terme de la somme un FACTEUR COMMUN</u>.(Attention il est parfois bien caché.)

Factoriser:

8a+24	6a-27	9x+15y-6	
5xy+x	-x-3	5a-10b+15c	
2,1a+7	ab-5b	5a-10ab	-3a+3ab
a-ba	5ab-5b	ax+ay	(x+3)x+(x+3)y
a(b-3)+a(b+3)		(x-5)(b+3)+(x-5)(b+3)	
(x+a)x-(x+a)y		a(x-5)-a(x+5)	
(x+a)(x-5)-(x+a)(x+5)		(a+4)(b-3)-(a+4)(b+3)	
4(x+3)+(3x+9)		4x-12-5(x-3)	
x^2+xy	xy^2+x^2y	$a^2bc^3+ab^2c^2+a^2b^2c$	

EXERCICE 7

<u>REDUIRE une expression signifie regrouper les termes semblables</u>

Réduire après avoir factorisé:

3a+4a	-5a+9a	7a-11a	-3a-4a
9,2x+11,8x	3,2x-8,2x	-4,5x-7,5x	-4,9x+1,9x

EXERCICE 8

Que faire des expressions suivantes?

5(a+b-4)-3(a-b)	5(2a+3b)-3(a-2b)
-3(x-2y-1)+2(2x-y+3)	3(2x-3y+2)-4(x+y-3)
-3(2a-2b)+5(2a-4b)-6(3a-2b)	3(6a-b)-4(3a+5b)-7(a-b)

CONTROLE n° 3

EXERCICE 1

Calculer de 2 façons

$5{,}1\ (\ 4{,}2 + 2{,}8\ ) =$

$4\ (\ 9{,}2 - 0{,}6 - 4{,}5 + 3{,}1\ ) =$

$(\ 12{,}2 - 7{,}2\ )\ 1{,}5 =$

$(\ 0{,}7 - 2{,}4 + 3{,}2 + 12\ )\ 3 =$

EXERCICE 2

Utiliser la distributivité pour écrire les expressions suivantes d'une autre façon

$k\ (\ m + n\ ) =$

$(\ m - n\ )\ k =$

$4y\ (\ 3a - 2b + c\ ) =$

$3\ (\ a + 2\ ) =$

$(\ t - 5\ )\ 2 =$

EXERCICE 3

Calculer

$((\ 15 - 2\ ) + 9.3\ )\ 6 + 3 =$

$15 - ((\ 2 + 9\ )\ 3\ )\ 6 + 3 =$

EXERCICE 4

Factoriser

$ax - ay =$

$2xy + 4x =$

$(x+2)a - b(x+2) =$

$3a + 3b =$

$ab - 2b =$

$4a - 12 - b(a-3) =$

$6a + 3 =$

$4x - 12 =$

$x^2y + xy^2 =$

$abc + a^2b^2c^2 + a^3b^3c^3 =$

EXERCICE 5

Effectuer les calculs puis réduire

$3(a + b - 5) + 2(a - b - 1) =$

$2(2x - 3y + 4) + 4(2y - x - 2) =$

$x(x + y - z) + y(-x + y + z) + z(x - y + z) =$