(I R E M → R E I M S)

L'Injectif

Bulletin de Liaison

de

l'IREM

de

REIMS

ÉLÉMENS

D'ARITHMÉTIQUE,

D'ALGÈBRE

ET

DE GÉOMÉTRIE.

DES MATHÉMATIQUES

en Général.

LES Mathématiques sont une Science qui a pour objet la Grandeur en tant que mesurable.

2. On appelle *Grandeur* ou *Quantité*, tout ce qui est susceptible de plus ou de moins ; tout ce qui peut être augmenté ou diminué, *par exemple*, l'*Etendue*, le *Mouvement*, &c.

3. La Grandeur est ou *discrete*, ou *continue.* On appelle Grandeur ou Quantité discrete, un assemblage de parties désunies entr'elles, & qui forment plusieurs tous, plutôt que des parties d'un même tout ; *par ex :* un monceau de *bled*, de *sable*, &c.

A

UNIVERSITÉ de REIMS - IREM
(UER Sciences)
B.T. 347 51062 REIMS CEDEX

Avril 1977

N° 002

AVANT-PROPOS

-:-:-:-:-:-

Ce deuxième bulletin de liaison de l'I.R.E.M. de REIMS paraît au moment où les diverses activités de notre Institut pour 1977-1978 se préparent. C'est la raison pour laquelle une importante place a été laissée à celles-ci et aux comptes rendus de nos groupes "Informatique" et "Math-Physique".

Deux articles de fond sur l'orientation et sur le rôle des Mathématiques actuelles devraient permettre de recueillir l'avis des Collègues sur ces importantes questions ("écrivez-nous", si vous désirez que nous puissions ouvrir une rubrique où chacun de vous aura la parole).

Les projets de programme en 4ème et 3ème viennent compléter les programmes de 6ème et 5ème, qui sont, à peu de chose près, ceux que nous avions indiqués dans l'Injectif précédent.

Le coin de l'A.P.M.E.P. vient erminer ce bulletin.

Afin d'orienter, dans l'intérêt de ses lecteurs, le contenu du bulletin, je demande à tous les Collègues qui s'y intéressent de nous faire connaître leurs désirs, leurs critiques et leurs suggestions. Je les en remercie à l'avance.

M. DAVID
Directeur de l'I.R.E.M. de REIMS

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Moulin de la Housse

B.P. 347 - 51062 REIMS-Cédex

-:-:-:-:-:-

Tél. : (26) 47.82.61. Poste 208
et ligne directe (26) 40.42.01

I.R.E.M.

Réf.: MD/EP D.025/77

Reims, le 1er mars 1977

ACTIVITES I.R.E.M. PROJETEES

POUR L'ANNEE 1977-1978

L'I.R.E.M. de l'Académie de REIMS poursuivra ses activités de perfectionnement et actualisation des connaissances (A.P.A.C.) destinées principalement aux nouveaux stagiaires (P.E.G.C. ou autres) et ses activités de réflexion et approfondissement pédagogique (A.R.A.P.) destinées aux anciens stagiaires désireux de poursuivre un travail de réflexion au sein de l'I.R.E.M. (tout stagiaire devrait, dans la mesure du possible, pouvoir bénéficier sur 2, 3 ou 4 ans, de 6 heures annuelles, au total, à l'I.R.E.M.).

Dans les mêmes conditions doivent se poursuivre et s'étendre les travaux des groupes mathématiques et physique (G.R.M.P.) et du groupe informatique (G.R. Inf. en liaison avec le C.R.D.P.).

Une recherche pédagogique plus précise doit enfin continuer à se développer :

- au niveau du primaire (G.R.P.E.)
- au niveau du 1er cycle (G.R.P.$_1$)
- au niveau du 2d cycle (G.R.P.$_2$)
- au niveau de la psychologie des Mathématiques (G.R.P.S.)

CHARLEVILLE-MEZIERES (E.N.M. Secteur 2)

- A.P.A.C. - 08
- A.R.A.P. - 08
- G.R.P. 1 - 08
- G.R.P. 2 - 08
- G.R.P.E. - 08 (en liaison avec G.R.P.E. 51)

TROYES (E.N.I.)

- A.P.A.C. - 10
- A.R.A.P. - 10
- G.R.P. 2 - 10

CHAUMONT (E.N.)

- A.P.A.C. - 52
- A.R.A.P. - 52
- G.R.P. 2 - 52 (avec St-Dizier)
- G.R.P.E.

CHALONS/MARNE (E.N.)

- A.P.A.C. - 51
- A.R.A.P. - 51
- G.R.P.E. - 51

ST-DIZIER (L. S.Exu)

- A.P.A.C. - SD
- A.R.A.P. - SD
- G.R.P. 2 - SD

REIMS (L. Clémenceau)

- A.P.A.C. - R.
- A.R.A.P. - R.
- G.R.P. 1 - R.
- G.R.P. 2 - R.

EPERNAY (Lycée)

- A.R.A.P. - EP
- G.R.P.S. - EP

INFORMATIQUE (C.R.D.P. et U.E.R. Sciences REIMS)

G.R. Inf. (Interdisciplinaire et Interdépartementale)

MATH-PHYSIQUE

- G.R.M.P. - R. Lycée Clémenceau REIMS (Marne)
- G.R.M.P. - A. Lycée Monge CHARLEVILLE-MEZIERES (Ardennes)
- G.R.M.P. - C. Lycée d'Etat Mixte CHAUMONT (Haute-Marne)

INFORMATIQUE ET ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

Le groupe informatique de l'I.R.E.M., à vocation pédagogique, réunit des professeurs intéressés par l'introduction de la méthode informatique dans l'enseignement.

Ce groupe, dont voici un bref résumé des activités, est divisé en trois sous-groupes.

Le premier sous-groupe perfectionne un travail commencé l'année précédente (catalogue des minicalculateurs diffusé en octobre 1976). Est effectuée actuellement la mise sur ordinateur de ce fichier. Les avantages de cette automatisation sont évidents : mise à jour plus rapide, diffusion à la demande (listing), plus grande concision de l'information. Cette recherche est réalisée sur l'ordinateur IBM 1130 de la Faculté des Sciences.

Le deuxième sous-groupe s'intéresse à l'utilisation de la table traçante BENSON couplée à l'ordinateur :

- Etudes de courbes, vérifications de recherches mathématiques sont des thèmes de travaux en cours. Cette "manipulation" apporte peut-être aux mathématiques l'aspect expérimental qui leur manque. Ceci reste à démontrer, et nous attendons toute suggestion, toute critique relative à cette épineuse question.
- Dépuillements de questionnaires, tris croisés, analyse factorielle constituent d'autres schémas ardus d'études.

La troisième équipe réfléchit plus précisément sur l'introduction des mini-calculateurs programmables ou non, dans l'enseignement. Des programmes ont été réalisés, et en ce moment s'élaborent les documents de travail, les accompagnant. Nous travaillons au niveau du premier cycle autour des notions de nombres décimaux, encadrements, calcul du PGCD, du PPCM, tables de vérité, reste de la division de N par n, quatrième proportionnelle, boîte de vitesses etc...

Notre ambition ? motiver les Collègues peu informés. En effet, la mathode informatique en confortant les notions de classement, de codage, de tri, d'algorithme de programme... permet un effort de recherche personnel de la part de l'élève tout en donnant une structure de travail favorable aux sujets peu intuitifs. Ceci présente un caractère éducatif certain.

Dans les classes nombreuses, avec des enfants aux aptitudes diverses, l'utilisation des minicalculateurs s'imposera comme une aide à l'éducation, dans le cadre d'un renouvellement de nos moyens d'enseignement.

Il paraît en conséquence souhaitable de disposer de plusieurs types de machines dans une même classe, pour travailler convenablement. Ces machines doivent être d'un emploi facile pour que le maître puisse rapidement soutenir les élèves en difficulté.

Il reste alors à découvrir les minicalculateurs idéals... à des prix raisonnables.

Groupe Informatique

- I.R.E.M. - REIMS

TRAVAIL EFFECTUE PAR LE GROUPE MATH-PHYSIQUE
DE CHAUMONT

Les élèves reçoivent actuellement dans le premier et le second cycle un enseignement de mathématiques renouvelé selon les programmes élaborés par la Commission Liechnerowitz. Les élèves rentrant en seconde et poursuivant leur scolarité de second cycle n'ont plus les mêmes connaissances que leurs prédecesseurs, tant en géométrie (géométrie vectorielle, cas de similitude des triangles, notions d'angles...) qu'en algèbre (structures, notations fonctionnelles, règles de trois...)

Le groupe Maths-Physique de Chaumont, travaille dans le cadre de l'I.R.E.M. pour la seconde année. Il s'est fixé pour buts essentiels :

- favoriser pour chacun des enseignants concernés (mathématiciens, physiciens des premiers et seconds cycles) une meilleure connaissance des contenus et des méthodes d'enseignement de "l'autre".
- aider dans les établissements du second degré les équipes d'enseignants qui voudraient harmoniser pour leurs élèves les enseignements de mathématiques et de physique.
- rendre sensible chez les élèves la complémentarité et non l'opposition de ces deux disciplines, tant sur le plan théorique que sur le plan pratique.

Il nous a paru nécessaire en particulier :

- de montrer qu'il est possible d'utiliser en physique dans le second cycle le langage et les outils adoptés en mathématiques, sans pour cela renoncer au côté expérimental des sciences physiques.
- de montrer l'intérêt pour les mathématiciens, d'utiliser des exemples variés puis dans le domaine de la physique, permettant de dégager ou d'approfondir des notions telles que : relations, calcul vectoriel, techniques du calcul numérique, approximations...
- de mettre en évidence, pour les élèves, l'intérêt pédagogique d'une telle concertation, au travers de l'harmonisation du langage et d'exercices et de travaux pratiques réalisés en commun.

.../...

+ Un exemple du travail réalisé cette année :

ERREURS ET INCERTITUDE dans les mesures physiques

1 - <u>METHODE</u>

- approfondissement des connaissances théoriques du groupe
- travail pratique du niveau du groupe
- élaboration d'un document pour la classe (ici réalisation de T.P. échelonnés en seconde, première, terminale).

2 - <u>Approfondissement des connaissances théoriques du groupe</u> :

(pour faire suite au travil de l'année précédente concernant statistique - probabilités - mesures)

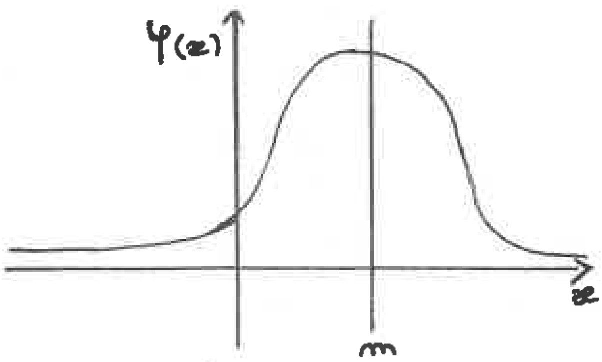
- techniques d'échantillonnage
- distributions de statistiques d'échantillonnage
- cas de grands échantillons (loi normale, utilisation des tables)
- cas de petits échantillons (loi de Student. Fiches, utilisation de tables).

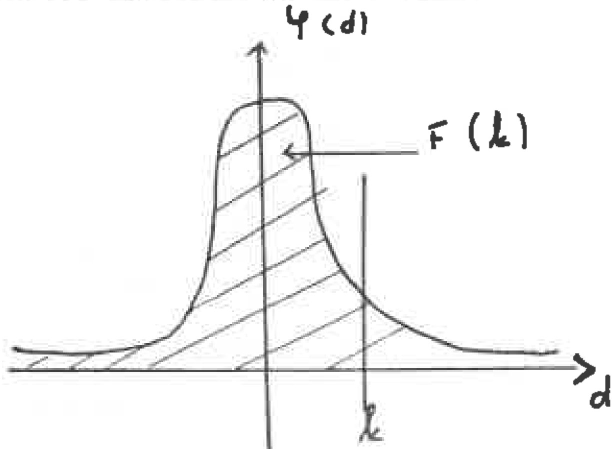
3 - <u>Travail pratique au niveau du groupe</u>

RAPPELS PRELIMINAIRES

3-1 <u>La variable à mesurer suit une loi normale d'écart type comme</u>

(appareillage déjà testé)





<u>Première opération</u> centrer, réduire la variable

on prend pour nouvelle variable $d = \frac{x - m}{\;}$

où m est la moyenne théorique de la population et σ son écart type on utilise alors la formule $\text{Prob}\left[\,|d| \leq k\,\right] = 2F(k) - 1$

c'est-à-dire $\text{Prob}\left(-k\sigma \leq x - m \leq k\sigma\right) = 2F(k) - 1$

si $\overline{x_o}$ est la moyenne sur n mesures alors

Prob $\left(\overline{x_o} - k\sigma \leq m \leq \overline{x_o} + k\sigma\right) = 2F(k) - 1$ on note $m = \overline{x_o} \pm k\sigma$

Exploitation

1) on effectue 1 mesure on trouve x_o

on a Prob $\left[x_o - k\sigma \leq m \leq x_o + k\sigma\right] = 2F(k) - 1$

La lecture de F(K) se fait dans la table (1)

on pose $k\sigma = \varepsilon$ on peut

- soit se donner ε et chercher la probabilité
- soit se donner la probabilité et déduire ε

2) on effectue n mesures par exemple n = 7

on calcule $\overline{x_o}$ moyenne des 7 mesures et l'on considère l'échantillon de 7 mesures. Les moyennes suivent une loi normale de moyenne m et d'écart type $\sigma' = \dfrac{\sigma}{\sqrt{7}}$ on utilisera les mêmes formules que précédemment avec σ' au lieu de σ . (ceci réduit pour une même probabilité la largeur de l'intervalle de confiance).

3-2 La variable suit une loi normale d'écart type σ inconnu

- 1 mesure ne permet aucune conclusion !

- si l'on peut faire plus de 30 mesures, σ_e écart type de cette série de mesures donne une approximation de σ inconnu. On est ramené au cas 1 précédent.

- si l'on fait n mesures $n \leq 30$

on utilise la loi de Student Fischer

⟶ degrés de liberté ν = n-1 (nombre de mesures - le nombre de paramètres à calculer)

⟶ on choisit comme variable nouvelle

$$z = \frac{\overline{x_o} - m}{S_n/\sqrt{n}}$$

avec $\overline{x_o}$ = moyenne des n mesures

m = moyenne inconnue à estimer

S_m = estimateur de l'écart type

$S_n = \sigma_e \sqrt{\dfrac{n}{n-1}}$ σ_e = écart type des mesures

(S_n est la déviation standard $S_n = \sqrt{\dfrac{\Sigma(x_i - \overline{x_o})^2}{n-1}}$

.../...

Prob ($|Z| \leq k$) = 2 F(K) - 1

Prob $\left(-k \frac{S_n}{\sqrt{n}} \leq \bar{x}_0 - m \leq k \frac{S_n}{\sqrt{n}}\right)$ = 2 F (k) - 1

Prob $\left(\bar{x}_0 - k \frac{S_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x}_0 + k \frac{S_n}{\sqrt{n}}\right)$ = 2 F (k) - 1 = Prob $\left(m - k \frac{S_n}{\sqrt{n}} \leq \bar{x}_0 \leq m + k \frac{S_n}{\sqrt{n}}\right)$

On appelle P la quantité   P = 2 F (k) - 1

La table (2) donne k dans le tableau pour F (K) et ν donnés

- P connu   ($F(k) = \frac{P+1}{2}$; (ν connus → valeur de k → intervalle $\boxed{\text{TABLE}}$
- intervalle connu   (k connu ; (ν connu → F (k) → P

<u>N.B.</u> :Sur la <u>table 2</u>   on lit F (k) = p et $k = t_p$

donc P = 2p - 1

T.P. REALISE

Nous avons dosé une solution aqueuse de soude avec une solution d'acide chlorhydrique de normalité connue.

Les collègues ont été répartis en six groupes de deux et ont effectué deux séries de six mesures par groupe : six mesures avec la phenolphtaleïne comme indicateur coloré et six mesures avec l'helianthine.

EXPLOITATION DU T.P.

a) <u>par groupe</u>

- calcul de x_o
- calcul de σ_e
- calcul de S_n

- remplir la fiche de contrôle de qualité

- utilisation de tudent Fischer
  - trouver un intervalle de confiance au taux de 90 %, 95 %
  - trouver le taux de confiance de zone 25, zone 35

b) <u>Mise en commun des résultats</u>

- deux séries de 36 mesures
  - estimation de σ
  - calcul de la moyenne

- nouvel intervalle de confiance à 95 %

.../...

c) <u>Retour par groupe</u> utilisation du σ précédent

- trouver un intervalle de confiance au seuil de 95 %
- la valeur moyenne est-elle dans l'intervalle ?

d) <u>Comparaison des différents groupes</u>

- Tous les groupes ont-ils "normalement" travaillé ? (tester l'hypothèse "la vraie valeur est la moyenne calculée sur les 36 mesures")
- L'un des indicateurs colorés est-il plus efficace que l'autre ?

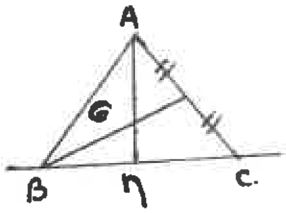
<u>N.B.</u> : Les résultats numériques obtenus et leur interprétation figurerons dans le fascicule n° 3.

4 - <u>Elaboration d'un document pour la classe</u>

Nous ne donnons ici que les bases permettant de réaliser des T.P. successifs dans les classes de seconde, première, terminale, les connaissances des élèves se réduisant à :

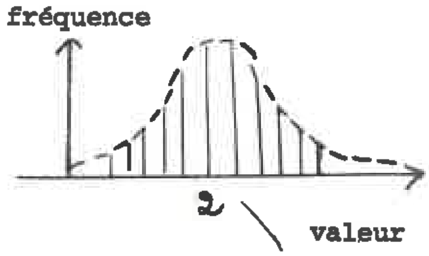
- quelques connaissances statistiques (moyenne, écart-type)
- utilisation des tables pour les déterminations d'intervalles de confiance.

a) <u>classe de seconde</u> Exemple de T.P.



- Faire mesurer sur une série de triangles le rapport $\frac{GA}{GM}$

- <u>Exploitation statistique</u> :



- classer les résultats, courbe (histogramme)
- dispersion, allure de la courbe
- valeur la plus souvent rencontré) si décalage par rapport à 2
- valeur la plus probable ($\overline{x_o}$ moyenne)) présence d'une erreur systématique
- qualité (largeur à mi-hauteur)
- causes d'erreurs : tracé, mesure, lecture...

.../...

b) <u>classe de première</u>

(T.P. : le précédent, ou électricité ou...)

- définir et calculer σ
- courbe de Gauss (série normale) simple constatation
- donner la formule Prob $(\bar{x}_0 - k\sigma \leqslant m \leqslant \bar{x}_0 + k\sigma) = 2\,\psi(k) - 1$

  faire utiliser la table

- intervalles et seuils de confiance

c) <u>classe de terminale</u>

(T.P. : dosages....)

- utilisation d'un échantillonnage
- utilisation de la loi de Student Fischer et utilisation pratique des tables.

Groupe I.R.E.M. CHAUMONT

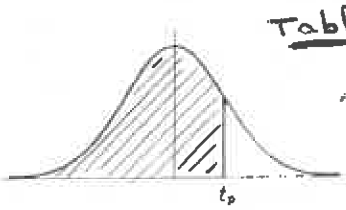
Claude FAURE - Jean-Claude DANIEL

k	1,645	1,96	2	2,05	2,58	3
$F(k)$	0,95	0,975	0,9772	0,9798	0,9951	0,9986
$2F(k)-1$	90%	95%	95,45%	96%	99%	99,73%
ε	$1,645\sigma$	$1,96\sigma$	2σ	$2,05\sigma$	$2,58\sigma$	3σ

Table (1)

Table (2)

VALEURS des CENTILES
pour la
DISTRIBUTION t de STUDENT
en fonction du nombre ν de degrés de liberté
(aire en grisé = p)



ν	$t_{0,995}$	$t_{0,99}$	$t_{0,975}$	$t_{0,95}$	$t_{0,90}$	$t_{0,80}$	$t_{0,75}$	$t_{0,70}$	$t_{0,60}$	$t_{0,55}$
1	63,66	31,82	12,71	6,31	3,08	1,376	1,000	0,727	0,325	0,158
2	9,92	6,96	4,30	2,92	1,89	1,061	0,816	0,617	0,289	0,142
3	5,84	4,54	3,18	2,35	1,64	0,978	0,765	0,584	0,277	0,137
4	4,60	3,75	2,78	2,13	1,53	0,941	0,741	0,569	0,271	0,134
5	4,03	3,36	2,57	2,02	1,48	0,920	0,727	0,559	0,267	0,132
6	3,71	3,14	2,45	1,94	1,44	0,906	0,718	0,553	0,265	0,131
7	3,50	3,00	2,36	1,90	1,42	0,896	0,711	0,549	0,263	0,130
8	3,36	2,90	2,31	1,86	1,40	0,889	0,706	0,546	0,262	0,130
9	3,25	2,82	2,26	1,83	1,38	0,883	0,703	0,543	0,261	0,129
10	3,17	2,76	2,23	1,81	1,37	0,879	0,700	0,542	0,260	0,129
11	3,11	2,72	2,20	1,80	1,36	0,876	0,697	0,540	0,260	0,129
12	3,06	2,68	2,18	1,78	1,36	0,873	0,695	0,539	0,259	0,128
13	3,01	2,65	2,16	1,77	1,35	0,870	0,694	0,538	0,259	0,128
14	2,98	2,62	2,14	1,76	1,34	0,868	0,692	0,537	0,258	0,128
15	2,95	2,60	2,13	1,75	1,34	0,866	0,691	0,536	0,258	0,128
16	2,92	2,58	2,12	1,75	1,34	0,865	0,690	0,535	0,258	0,128
17	2,90	2,57	2,11	1,74	1,33	0,863	0,689	0,534	0,257	0,128
18	2,88	2,55	2,10	1,73	1,33	0,862	0,688	0,534	0,257	0,127
19	2,86	2,54	2,09	1,73	1,33	0,861	0,688	0,533	0,257	0,127
20	2,84	2,53	2,09	1,72	1,32	0,860	0,687	0,533	0,257	0,127
21	2,83	2,52	2,08	1,72	1,32	0,859	0,686	0,532	0,257	0,127
22	2,82	2,51	2,07	1,72	1,32	0,858	0,686	0,532	0,256	0,127
23	2,81	2,50	2,07	1,71	1,32	0,858	0,685	0,532	0,256	0,127
24	2,80	2,49	2,06	1,71	1,32	0,857	0,685	0,531	0,256	0,127
25	2,79	2,48	2,06	1,71	1,32	0,856	0,684	0,531	0,256	0,127
26	2,78	2,48	2,06	1,71	1,32	0,856	0,684	0,531	0,256	0,127
27	2,77	2,47	2,05	1,70	1,31	0,855	0,684	0,531	0,256	0,127
28	2,76	2,47	2,05	1,70	1,31	0,855	0,683	0,530	0,256	0,127
29	2,76	2,46	2,04	1,70	1,31	0,854	0,683	0,530	0,256	0,127
30	2,75	2,46	2,04	1,70	1,31	0,854	0,683	0,530	0,256	0,127
40	2,70	2,42	2,02	1,68	1,30	0,851	0,681	0,529	0,255	0,126
60	2,66	2,39	2,00	1,67	1,30	0,848	0,679	0,527	0,254	0,126
120	2,62	2,36	1,98	1,66	1,29	0,845	0,677	0,526	0,254	0,126
∞	2,58	2,33	1,96	1,645	1,28	0,842	0,674	0,524	0,253	0,126

ACTIVITES DU GROUPE MATHEMATIQUE - PHYSIQUE DE L'I.R.E.M. DE REIMS

Fonctionnant depuis deux ans à Reims, ce groupe rassemble cette année trente participants (4 mathématiciens et 26 physiciens).

En 75-76, il s'agissait surtout pour les physiciens de prendre connaissance des programmes de mathématique de 1er et 2nd cycles. Cette année, ce sont les nouveaux programmes de physique qui servent de base aux activités.

Les obstacles psychologiques que l'on aurait pu croire initialement importants, ont vite été balayés : formés dans une même filière, essentiellement "scientifique", les enseignants des deux disciplines ont rapidement découvert des objectifs communs ; leurs démarches, initialement parallèles ont pu devenir convergentes...

Les mathématiciens pensaient (souvent) que la physique, comme on le la leur avait peut-être enseigné, n'était qu'une science vaguement expérimentale où "l'on n'avait compris que si l'on avait su calculer", l'expérience se limitant à réaliser les branchements indiqués sur le polycopié, à appuyer sur le bouton... et à appeler l'assistant si ça ne marchait pas...

Les physiciens, vaguement jaloux de la soudaine publicité faite à la "mathématique moderne", ayant tendance à se replier sur leurs "mathématiques classiques" qui fournissaient de si bons problèmes, ne se rendant que rarement compte des déviations de leur pédagogie, se lamentaient du niveau de ces élèves "ne connaissent plus les triangles" ou "ne savent plus compter"...

La possibilité de travailler dans une structure officielle de rencontre a très vite débloqué la situation : sur le concret, devant un théorème, face à un phénomène physique, le dialogue s'engage, les outils fournis aux élèves peuvent apparaitre complémentaires, chacun affine sa propre démarche et parfois la jonction s'opère... on comprend enfin le "epsilon" de l'un et le "suffisamment petit" de l'autre !

Pour illustrer ce propos, nous vous proposons quelques aspects des activités des trois sous-groupes rémois : démarches communes et domaines de convergence, qui, nous le souhaitons, amèneront davantage de collègues mathématiciens à se joindre à nos activités pour le plus grand profit des principaux intéressés... les élèves.

G. BAZIN

GROUPE MATHEMATIQUE-PHYSIQUE TRAVAILLANT SUR LES NOUVEAUX PROGRAMMES DE 1er CYCLE

Nous avons essayé, en analysant le programme, d'établir des fiches précises et suffisamment détaillées pour qu'elles puissent servir de base à l'élaboration d'un cours de physique en classe de 6°.

Il nous a semblé intéressant de réfléchir dès maintenant aux questions et exercices divers pouvant être posés à des élèves de 11 ans. Dans ces exercices, nous avons essayé d'utiliser la formulation mathématique telle qu'elle se fait en classe de 6° (diagrammes cartésiens, de Wenn, arbres oui-non...)

EXEMPLE : RECHERCHE SYSTEMATIQUE DES PANNES DANS UN CIRCUIT SIMPLE

Nous distribuons aux élèves des montages sur plaque d'isorel. Le montage comporte seulement une pile, une lampe, deux fils. Nous excluons l'interrupteur qui rendrait plus délicate la recherche systématique de pannes.

Dans ces montages, certaines piles sont usées, certaines lampes grillées, certains fils coupés (pour rendre cette coupure invisible, il suffit de tordre plusieurs fois le conducteur maintenu dans sa gaine).

Nous faisons d'abord constater aux élèves que lorsque la pile est en place, la lampe ne brille pas : il y a donc 1, 2, 3 ou 4 éléments de ce circuit détériorés. Pour les rechercher, on se propose de les remplacer systématiquement par quatre éléments identiques que l'on sait être en bon état. Les élèves ont donc 15 essais successifs à réaliser pour déterminer quels composants du circuit sont mauvais.

Pour la présentation des résultats de ces tests, nous leur proposons le tableau suivant à quatre entrées :

PILE	0	0	1	1	FIL ROUGE
0					0
1					0
0					1
1					1
FIL BLEU	0	1	0	1	LAMPE

le zéro indique que l'élève n'a pas à remplacer la pièce en regard
le 1 indique que l'élève a à remplacer la pièce en regard

exemple : la case cochée indique que l'élève a dû remplacer

- la pile

et - le fil rouge

la case 0000 correspond au montage initial en bon état.

GROUPE DE MATHEMATIQUE - PHYSIQUE TRAVAILLANT
SUR LES NOUVEAUX PROGRAMMES DE 2nd CYCLE
PARTIE ELECTRICITE - ELECTRONIQUE

De multiples notions utiles aux physiciens ont été introduites en mathématique (1er cycle), d'autres sont à structurer en 2° cycle (orientation de l'espace, flux, circulation... Ces notions ont été recensées et étudiées par le groupe et mériteraient approfondissement et diffusion pour une plus ample concertation.
Nous nous limiterons ici à proposer quelques exemples de coordinations possibles sur des REPRESENTATIONS GRAPHIQUES.

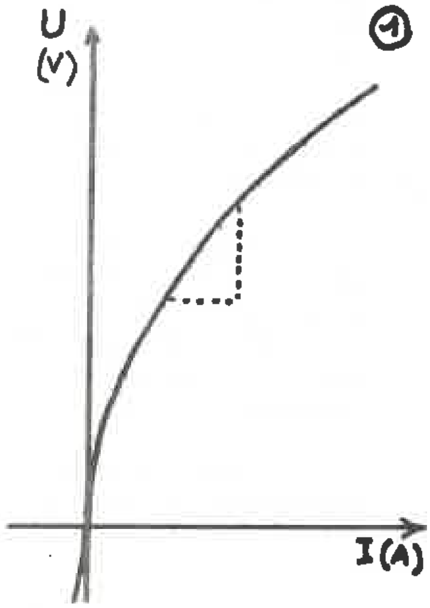
Le physicien travaille de plus en plus sur DOCUMENTS obtenus
- sur l'écran de l'oscillographe cathodique
- en utilisant des tables traçantes...

Ces documents sont parfois le point de départ d'une recherche de MODELE MATHEMATIQUE du phénomène physique étudié.
Une fois trouvé le modèle traduisant le mieux la réalité physique, il faudra souvent faire comprendre à l'élève la SIGNIFICATION PHYSIQUE de notions mathématiques connues et découvertes sur l'enregistrement graphique
ex. : taux d'accroissement d'une fonction, coefficient directeur... et résistance, conductance...

(1)

cas d'un RESISTOR NON LINEAIRE

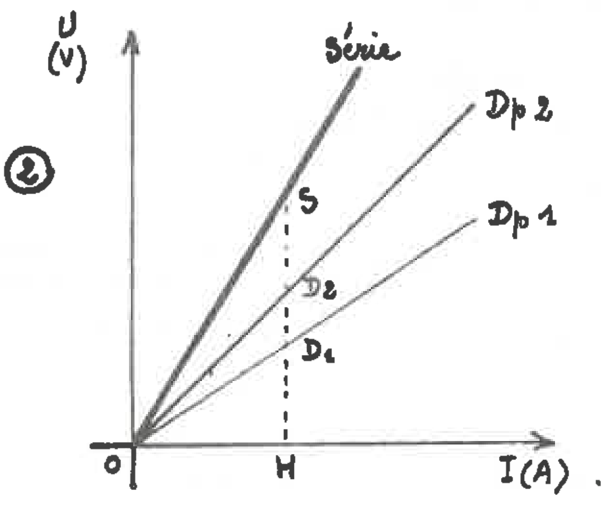
résistance : $\frac{\Delta U}{\Delta I}$; conductance : $\frac{\Delta I}{\Delta U}$



Cet ALLER-RETOUR MATHEMATIQUE-PHYSIQUE assimilé, on peut proposer l'une ou l'autre des démarches pour établir ou vérifier une LOI PHYSIQUE.

ex. : associations de dipoles Dp_1 Dp_2
série

(2)

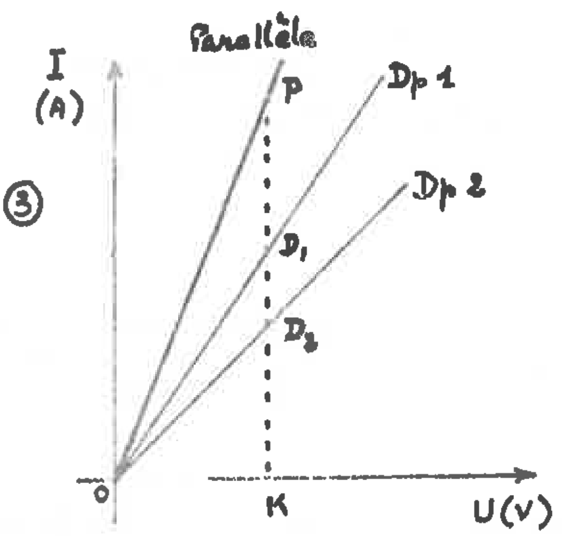


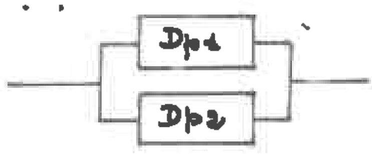
montage série
résistances : R

$$R_{série} = R_1 + R_2$$

$$SH = D_1H + D_2H$$

3 parallèle



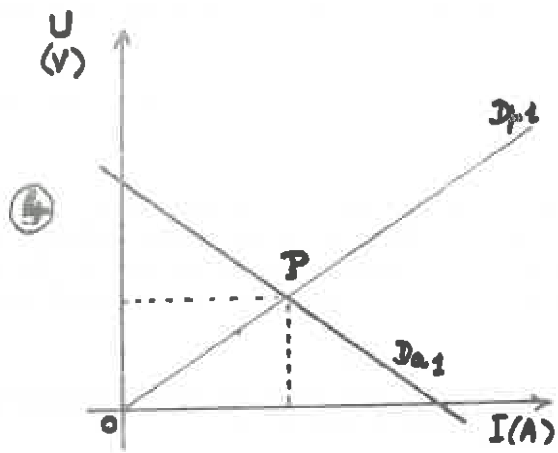


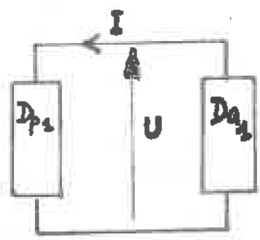
montage parallèle
conductances G

$$G_{//} = G_1 + G_2$$

$$PK = D_1K + D_2K$$

On peut résoudre un problème concret : RECHERCHE D'UN POINT DE FONCTIONNEMENT P 4





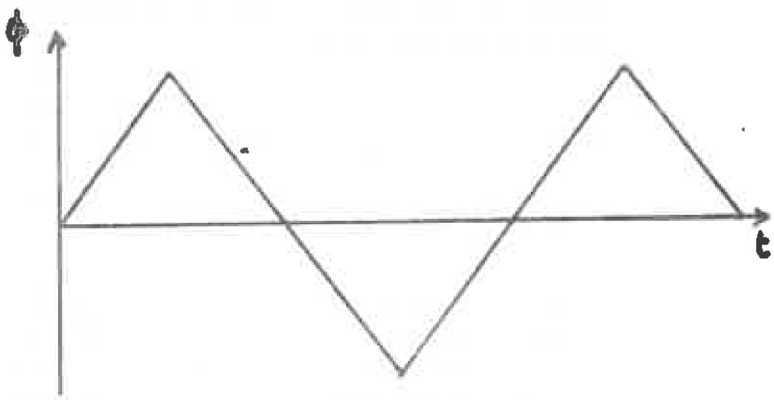
recherche du point
de fonctionnement : P

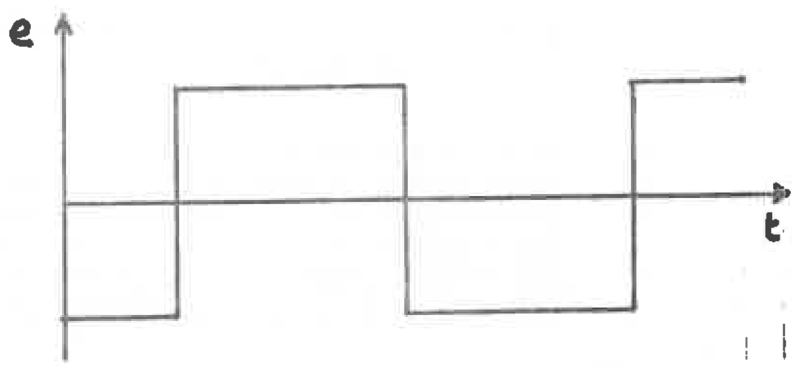
Ces exemples montrent la diversité des démarches (condition d'un minimum de liberté pédagogique) et l'interpénétration possible des deux disciplines.

On peut pousser plus loin la démarche si l'on "visualise" par exemple la fonction et sa dérivée.
Grâce aux amplificateurs opérationnels, l'électronique fournit un atout que le pédagogue ne doit pas négliger : la loi physique:

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$$

peut s'illustrer si l'on s'arrange pour faire varier le flux Φ selon une fonction simple du temps en recueillant la force-électro-motrice : e





Avec ce riche outil, la seule compétition qui devrait subsister entre MATHEMATIQUE et PHYSIQUE se résume dans la question : Qui en tirera le plus de profit pédagogique ?

GROUPE MATHEMATIQUE-PHYSIQUE TRAVAILLANT SUR LES NOUVEAUX PROGRAMMES DE 2d CYCLE PARTIE MECANIQUE ONDES CORPUSCULES

1er trimestre

Nous avons étudié le programme de cinématique de terminale : cinématique du point, problèmes de changements d'unités, introduction du vecteur rotation instantanée, repères galiléens, forces d'inestre.

2ème trimestre

1) Nous avons étudié la cinématique et la dynamique relativistes, de la manière suivante :

- les deux premières séances ont été consacrées à des exposés, d'abord de la cinématique (formules de Lorentz), puis de la dynamique relativistes (conservation de l'énergie).

- lors de la troisième, nous avons étudié des exercices illustrant ces exposés :

effet Döppler, poursuite de vaisseaux spatiaux (contraction des temps, dilatation des longueurs) émissions de tops-radios, calculs d'énergie cinétique dans différents repères (transformation de Lorentz, quadrivecteur impulsion énergie), étoiles doubles (détermination de leur vitesse orbitale, rayon).

2) Nous avons ensuite étudié les phénomènes vibratoires (programme de 1ère), d'un point de vue expérimental.

- au cours d'une première séance, nous avons d'abord vu des films illustrant la propagation des signaux longitudinaux et transversaux, puis nous avons examiné les expériences qualitatives mettant en évidence les phénomènes de propagation : ondoscope, corde, ressort échelle de perroquet, utilisation d'un écho...

- lors de la seconde séance, nous avons procédé à des mesures de vitesse et de longueur d'ondes, à l'aide :

- d'abord, d'un ressort, de cellules photo-électriques et d'un compteur digital
- de la cuve à eau, et d'un vibreur, observé à l'aide d'un stroboscope. avec cette même cuve à eau,nous avons étudié les phénomènes de diffraction, de modification de la vitesse de propagation et de la fabrication d'ondes circulaires en introduisant une lame à faces parallèles ou une lentille.

La définition de la notion de signal ne semble pas très commode, ni la présentation exclusivement qualitative des phénomènes vibratoires.

Lors des prochaines séances, nous allons revenir à la mécanique relativiste, en étudiant les clichés en chambre à bulles de chocs protons-protons, élastiques ou inélastiques, les rayons de courbure des différentes trajectoires étant déterminées à l'aide d'abaques. Ces clichés permettent de mettre en évidence la validité (et la nécessité) de la mécanique relativiste.

LE SOI-DISANT TERRORISME DES MATHEMATIQUES MODERNES

Qu'est-ce que les Mathématiques Modernes ?
Du temps de PTOLEMEE, c'était les mathématiques où l'on apprenait que la surface d'un cercle s'obtenait en multipliant le carré de la mesure du rayon par $\frac{22}{7}$, approximation du nombre π introduite par METIUS.

En effet, les Egyptiens ne connaissaient pas les fractions de dénominateur 7, qui, pour eux n'existaient pas. Les introduire en mathématiques a du certainement traumatiser les Parents d'Elèves de l'époque.

Du temps de PYTHAGORE, faire des mathématiques modernes, c'était appliquer à la diagonale d'un carré, de côté l'unité de longueur, le théorème de PYTHAGORE ; la mesure de cette diagonale aurait du avoir pour carré le nombre 2. Mais pour l'Ecole pythagoricienne, qui ne connaissait que les nombres rationnels, une telle mesure ne pouvait exister. Ceci explique pourquoi PYTHAGORE préféra tenir son théorème secret durant plusieurs années. Un de ses disciples le dévoila et introduisit le nombre $\sqrt{2}$, jusqu'alors inconnu. Ceci a du certainement traumatiser les Parents d'Elèves de l'époque.

On pourrait multiplier les exemples.

Du temps de LOBATCHESKI, faire des mathématiques modernes, c'était exposer une géométrie plane dans laquelle, par un point extérieur à une droite, pouvaient passer plusieurs parallèles à cette droite, et non pas une seule. Heureusement, cette géométrie n'est pas intervenue dans les programmes des lycées ; elle a justifié toutefois la transformation du postulat d'EUCLIDE en un axiome dans la classe de 4ème.

Plus près de nous encore, les mathématiques modernes, c'était celles que l'on enseignait à la Sorbonne en 1954, année à partir de laquelle la théorie des Ensembles, la Topologie et l'Algèbre linéaire ont été pour la première fois enseignées aux Etudiants de la licence de Mathématiques (cours du Professeur CHOQUET). Les Etudiants de l'époque n'en ont pas été spécialement traumatisés, et c'est d'ailleurs à ce moment là que s'est affirmée la place prépondérante de l'Ecole Mathématiques française dans le monde, en particulier avec le célèbre groupe BOURBAKI.

Pourquoi a-t-il fallu que la Réforme mise en place dans l'Enseignement du Second degré à partir de 1969, réforme qui aurait pu n'être qu'une péripétie analogue aux précédentes, apparaisse comme une révolution particulièrement controversée ?

.../...

Pourquoi a-t-elle fait naître chez certains enfants l'impression que les mathématiques n'étaient pas pour eux, mais étaient réservés à une élite d'entre eux ? Pourquoi surtout cette Réforme a-t-elle créé chez les Parents un sentiment de crainte, se transformant en un violent ressentiment lorsque, trop souvent hélas, leur enfant voyait son orientation compromise par les résultats en Mathématiques ?

Pourquoi enfin, chez les Enseignants eux-mêmes, l'unanimité est loin d'être acquise, face à ce que sont devenus les Mathématiques dans les Collèges et les Lycées ?

Je pense que les raisons de tout cela sont multiples ; je vais en souligner 5 ou 6, qui me semblent essentielles, et après les avoir développées, j'indiquerai comment on pourrait, à mon avis, améliorer la situation. Ensuite de quoi la discussion sera ouverte, étant entendu qu'avec cet exposé-débat, je n'entends apporter aucune instruction officielle à qui que ce soit. Je veux simplement témoigner, avec ma triple expérience :

1°) de pédagogue : je suis au service de l'Education Nationale depuis 1936, et avant d'être dans l'Enseignement Supérieur, j'ai passé plus de 15 ans comme Professeur de Lycée, de la 6ème aux classes préparatoires aux Grandes Ecoles. Et l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (I.R.E.M.) que je dirige à REIMS depuis octobre 1974, m'a donné l'occasion de réfléchir tout particulièrement sur l'Enseignement des Mathématiques dans les Collèges et les Lycées - et même à l'Ecole primaire -

2°) de mathématicien : car, comme tout Professeur de l'Enseignement Supérieur j'ai participé - bien modestement d'ailleurs - au développement des Mathématiques avancées ; et, au plus haut niveau, sans évidemment aussi bien connaître chaque secteur, je sais de quoi sont faites les mathématiques actuelles.

3°) de père d'élève : car j'ai un fils en classe de 1ère, après avoir eu quatre enfants qui ont terminé leurs études secondaires avant le début de la réforme de 1969.

Quelles sont donc les causes de ce soi-disant terrorisme des Mathématiques modernes ?

J'en distingue essentiellement six ; peut-être en verrons-nous apparaître d'autres au cours de la discussion qui suivra mon exposé.

<u>1ère cause</u> : les filières scientifiques ont, au cours de ce siècle, remplacé les filières littéraires comme filières "nobles" de l'Enseignement du Second degré.

<u>2ème cause</u> : les élèves ne sont plus, d'une manière générale, les bons sujets d'autrefois, pour qui la parole du Maître était presque sacrée. L'influence des média a, en particulier, profondément modifié leur comportement.

<u>3ème cause</u> : la réforme de 1969 a sans doute été trop ambitieuse ; elle a surtout eu le tort de laisser le champ libre à un aspect trop purement axiomatique de la présentation des mathématiques.

<u>4ème cause</u> : les manuels ont considérablement amplifié le caractère abstrait des nouveaux programmes. Les livres ont été surtout faits pour les Professeurs, plus que pour les Elèves.

.../...

5ème cause : les Enseignants étaient, dans l'ensemble, mal préparés à cette réforme. Ils l'ont appliquée, soit de manière trop sectaire, soit sans trop y croire, soit sans la bien comprendre.

6ème cause : l'Enseignement secondaire, qui était réservé à une certaine "élite" sociale, est devenu un enseignement de masse ; et dans cet enseignement, les Mathématiques ont été considérées comme le meilleur outil de ce que certains appellent une "sélection bourgeoise".

1) la primauté des filières scientifiques est évidemment liée au développement des techniques et au dépérissement certain de l'humanisme du début de ce siècle. "L'honnête homme" de 1980 n'est plus celui qui lit PLATON, VIRGILE ou RACINE ; c'est celui qui sait utiliser un ordinateur, ou interpréter les photographies d'une chambre à bulles, ou comprendre les mécanisme de la biochimie moléculaire. Les carrières scientifiques, médicales ou techniques sont particulièrement recherchées. L'orientation des élèves, en fin de 3ème - et ce sera en fin de 2de avec la réforme HABY - prend, de ce fait, une importance essentielle ; et cette orientation laisse aux Mathématiques une place de choix dans le mécanisme de la sélection. Et c'est dans la mesure ou, consciemment ou inconsciemment, les élèves d'une part, leurs parents d'autre part, reportent sur ces maudites Mathématiques modernes la responsabilité de cette sélection, que ces Mathématiques acquièrent leur caractère traumatisant et terrorisant.

Ce rôle sélectif des Mathématiques sera développé dans notre sixième point.

2) les élèves ne sont plus, d'une manière générale, les bons sujets d'autrefois. Chacun est conscient de ce fait, et reconnaît l'influence de plus en plus grande des média : la télévision, le cinéma, la presse, participent à une formation extra-scolaire des jeunes, qui les rend moins que jamais prêts, dans leur immense majorité, à accepter la présentation axiomatique d'une Mathématique étrangère au réel.

D'ailleurs, quelle que soit la forme qu'on leur donne, les Mathématiques nécessitent un travail constant et suivi, et un effort qu'il faudrait savoir susciter des élèves par une pédagogie appropriée. Nous en sommes loin, et bien peu d'élèves sont prêts à sacrifier une soirée de télévision à l'axiome de THALES.

3) la réforme de 1969 a voulu reconstruire les Mathématiques de manière rigoureuse, dans le double but de les dégager des considérations expérimentales qui les avaient vu naître, et d'en tirer des structures et des techniques applicables à la plupart des domaines théoriques ou expérimentaux de la science moderne.

Mais malgré les précautions prises - qu'on relise les instructions de l'Inspection Générale de 1970, pour la classe de seconde C : "les programmes peuvent susciter une tentation à laquelle on ne devra pas céder : celle de se livrer d'une façon quasi exclusive à des considérations résolument abstraites, propres sans doute à cultiver au mieux les facultés d'une heureuse minorité d'élus, mais au risque de décevoir et de lasser peu à peu tant d'autres élèves qui ont pourtant leur place légitime en 2de C" - malgré ces précautions, et pour des raisons qui sont liées aux commentaires des programmes, aux manuels et aux Enseignants aux-mêmes, il n'en a rien été.

On a voulu qu'un élève de 4ème oublie, en géométrie, les notions intuitives de distances et d'angles, afin de pouvoir lui présenter une théorie rigoureuse de ce qu'on appelle le plan affine. Et on a été jusqu'à s'interdire de parler de l'égalité des côtés opposés d'un parallélogramme alors que cette notion rentrait dans la théorie.

On a voulu construire en rigueur les nombres réels, en 4ème et en 3ème, en y passant beaucoup de temps, au détriment du calcul de fractions et des techniques du calcul numérique ou algébrique élémentaire.

On a voulu, en classe de 2de et de 1ère, oublier à nouveau tout ce qui avait été fait en géométrie, dans les classes antérieures, pour reconstruire des notions essentielles, certes - espaces vectoriels, applications linéaires, produit scalaire et distances, isométries, angles - mais présentées trop souvent sans le support physique d'une représentation effective. Et il faut bien reconnaître qu'il y a là une espèce d'abus de confiance, face à la majorité des élèves pour qui ces Mathématiques deviennent alors vraiment ésotériques : dire à des élèves de 1ère que les rotations vectorielles d'un plan vectoriel euclidien correspondent aux matrices $\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$ avec $a^2 + b^2 = 1$, sans faire aussitôt - et peut-être même avant - un dessin de deux bases physiquement orthonormées, de même origine, et de même sens, voilà, parmi tant d'autres, l'exemple de ce qu'il faudrait éviter si l'on veut, quitte à perdre un peu de "pureté mathématique", présenter valablement les Mathématiques modernes, sans les réserver à une élite.

4) les manuels - c'est là notre 4ème point - ont considérablement amplifié les défauts que je viens de signaler. On a voulu faire de beaux livres, de belles théories, d'une construction sans faille, trop poussées, et trop souvent, hélas, sans support concret. En fait, ces livres sont excellents pour les Professeurs mais rarement bons pour les Elèves - sauf pour une minorité.

C'est donc à l'Enseignant, qui utilise ces manuels, de mettre toute sa pédagogie dans une présentation accessible au plus grand nombre de ses élèves. Mais a-t-il été formé pour cela ? C'est ici qu'intervient notre cinquième point.

5) les Enseignants, mal préparés à cette réforme, l'on appliquée dans la plupart des cas avec pour seule préoccupation le contenu des nouveaux programmes. Rares ont été ceux qui ont pensé que la psychologie des enfants devait être le guide le plus sûr de leur pédagogie.

Les Enseignants ont, dans l'ensemble, fourni un effort considérable, auquel il faut rendre hommage. Je pense qu'on peut en gros distinguer parmi eux trois catégories : il y a eu ceux chez qui le niveau élevé des connaissances et le goût pour l'abstraction, ont permis une présentation rigoureuse de ces Mathématiques. Ceux là ont en général été trop loin sur le chemin de l'axiomatique - poussés en cela par les manuels - faisant un très beau cours, mais profitable à une minorité seulement, et propre à décourager la majorité des élèves. Il y a eu ceux dont les connaissances étaient suffisantes, mais qui ont surtout vu les défauts de la présentation abstraite des nouveaux programmes. Gardant la nostalgie de leurs "anciennes" Mathématiques - les cas d'égalité des triangles, les triangles semblables ! - ils ont fait leurs cours consciencieusement, suivant les manuels, mais sans trop y croire. Ils ont ainsi donné l'impression, aux élèves, qu'il y avait là une "mode" à suivre, et qu' un jour ou l'autre, on reviendrait en arrière.

Il y a eu enfin, principalement au niveau du premier cycle, en 4ème et 3ème, toute une catégorie de collègues dont, hélas, la formation mathématique était insuffisante. Ceux là, malgré les qualités pédagogiques dont ils disposent, n'ont guère pu faire autre chose, au début, que de suivre de leur mieux un manuel, avec tous les inconvénients qu'il y a à réciter une "bible" dont on n'a pas assimilé le fond. C'est en pensant à ces collègues que ceux là même qui, derrière le Professeur LICHNEROVICZ, avaient été les promoteurs de la réforme, ont poussé le Ministère à créer les Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (I.R.E.M.) dont un des derniers en date est celui de l'Académie de Reims, que je dirige.

Ces Instituts se sont d'abord donné comme tâche prioritaire le "recyclage" des P.E.G.C. de Mathématiques puis, au fur et à mesure que cette formation continue s'effectuait, ils ont formé des groupes de recherche et de réflexion sur les programmes, sur la pédagogie de Mathématiques, sur la psychologie des élèves.

Ceci devrait permettre aux Elèves de 1980 de ne plus partager, avec leurs Parents, la terreur des Mathématiques modernes.

Mais il reste beaucoup à faire dans le domaine de la formation et de l'information psycho-pédagogique des Maîtres ; ainsi d'ailleurs que dans le domaine de l'édition des manuels.

Ceci suppose aussi que les Mathématiques cessent d'être le ressort essentiel d'une sélection, dont les modalités vont faire l'objet de notre 6ème et dernier point.

6) l'Enseignement secondaire est devenu un enseignement de masse, ouvert en principe à tous. Mais, très vite, il devient sélectif.

Cette sélection est,dans le système capitaliste actuel, une nécessité économique : il ne faut pas qu'un trop grand nombre d'enfants suivent l'enseignement long, que celui-ci soit d'ailleurs classique ou technique ; ceci rendrait difficile le recrutement des salariés de bas niveau.

Le 6ème et le 7ème plan fixent d'ailleurs des pourcentages précis dans ce domaine, et il n'y a pas si longtemps que les pourcentages d'élèves à admettre en 6ème dans les voies I, II et III étaient - sans qu'on ose trop le dire - fixés par les autorités rectorales d'après les instructions ministérielles.

Quoi de plus désespérant, pour des Enseignants croyant à la pédagogie, que la brutalité de ces chiffres ? Tout se passe comme si l'on n'avait pas le droit d'espérer qu'en améliorant l'Enseignement (programmes mieux adaptés, classes moins chargées en particulier), on puisse un jour amener au moins 80 % des enfants à pousser leurs études au-delà du niveau de la seconde. Je sais bien qu'il s'agit d'un problème qui n'est pas propre à notre Pays. Même en Suède, par exemple, où il n'y a ni redoublements, ni sauts, ni classes de niveau, ni d'évaluation individuelle avant l'âge de 15 ans, 20 % des enfants sont dirigés après 16 ans vers la vie active.

En France, la sélection s'opère principalement par les Mathématiques qui, sous leur forme actuelle, sont ainsi présentées comme les auxiliaires de ce que certains appellent la "sélection bourgeoise". Et c'est vrai qu'objectivement, les Mathématiques modernes jouent ce rôle, dans nos C.E.S. et dans nos Lycées.

Combien d'enfants de milieu modeste sont tout naturellement amenés à se dire que les Mathématiques ne sont pas faites pour eux, et trouvent naturel de ne pas poursuivre leurs études ? Combien de Parents, n'ayant pas de solides études derrière eux, trouvent normal de voir leurs enfants qualifiés de "faibles" ou d'"inaptes" en Mathématiques, et par la même, condamnés en général à quitter rapidement l'enseignement long ?

.../...

Les Parents ayant une formation intellectuelle plus poussée - et il s'en trouve surtout dans les classes aisées - arrivent à lutter contre cette malédiction qu'est l'échec en Mathématiques par un environnement et un soutien approprié. Mais lorsque, malgré cela, ils n'y arrivent pas, ils se retournent contre ces Mathématiques, si différentes de celles d'autrefois, et qu'ils chargent de tous les péchés - quand encore ce ne sont pas les Maîtres qui sont directement rendus responsables de l'échec des enfants -

Voici donc exposés les six points que j'ai retenus comme responsable du soi-disant terrorisme des Mathématiques modernes. Un besoin de simplification m'a sans doute fait présenter certains de ces points sous un aspect schématique et parfois caricatural. Mais le caractère négatif de tout ce que j'ai souligné, en décrivant ce qui n'allait pas, selon moi, ne doit pas vous faire croire que je suis contre ce qu'on appelle les Mathématiques modernes.

La reconstruction de la géométrie est une nécessité, de même que celle des nombres et des structures algébriques.

Mais on ne peut reconstruire, au niveau du second degré, que ce qu'on a déjà vu, appris et analysé.

C'est donc au prix d'un gros effort sur la présentation, sur la référence au concret, qu'on arrivera à donner tout son sens à la Réforme de 1969 et qu'on pourra, sans sacrifier grand chose de son contenu essentiel, réconcilier l'homme et les Mathématiques. Encore faudra-t-il tenir compte par dessus tout, de la psychologie des enfants. Je citerai, pour terminer quelques passages d'un article que j'ai lu hier :

" Un enfant apprend, et apprend vite et bien, de la même façon qu'un embryon se développe, au rythme de sa nécessité intérieure. Le programme du développement de l'embryon n'est pas hors de lui, il est en lui. Si l'embryon allait à l'école, on lui dirait : "ce trimestre, ce sera les bras, du coude au poignet, et le trimestre suivant, nous passerons à la main. Quant aux pieds, au ventre et à la tête, nous verrons quand tu seras plus grand". Le jeune enfant continue à obéir aux pulsions intérieures de son programme génétique. Cette nécessité personnelle correspond à ce que, vu de l'extérieur nous appelons sa "motivation".

Pourquoi, tout à coup, lorsqu'il rentre à l'école, perd-il cet instinct de vivre ? Parce que, désormais, le programme de son développement n'est plus en lui mais hors de lui.

Une formation réaliste devrait prendre appui sur les centres d'intérêts de l'enfant, qui absorbera alors les connaissances non comme une leçon plaquée, mais comme un élément de sa propre construction intérieure. Ainsi la vie doit-elle être la grande pédagogue, car, dans toute éducation, c'est la chose et non le maître, qui détient la vérité.

-:-:-:-:-:-:-:-

(Conférence faite le 15 février 1977 à la M.J.C. de Vitry-le-François par M. DAVID - Directeur de l'I.R.E.M.

MATHEMATIQUES MODERNES ET SPECTACLE DE LA SCIENCE

AXIOMATIQUE et ENSEIGNEMENT
(Réflexion sur l'enseignement de la géométrie)

Par Rudolf BKOUCHE - I.R.E.M. de LILLE

1. SUR LA METHODE AXIOMATIQUE

Il est bien connu que la commission "Lichnérowicz" a choisi la "méthode axiomatique" comme présentation de la géométrie dans l'enseignement secondaire : faut-il en déduire que les membres de la dite commission n'ont rien compris ni à l'enseignement ni à l'axiomatique, ou plutôt qu'ils ont vu l'axiomatique à travers un voile idéologique, l'axiomatique comme organisati du spectacle de la science, et non comme organisation de la connaissance scientifique.

On peut présenter la méthode axiomatique comme une méthode universelle qui permet d'introduire la rigueur d'un raisonnement sans faille, d'élimine toute intuition et ramener ainsi les mathématiques à un simple langage : langage à la fois gratuit (puisque construit à priori à partir de ses propres règles, indépendant de toute réalité extérieure) et nécessaire (puisque langage privilégié de la science et par conséquent de la compréhension de la réalité). On réussit à obscurcir à la fois les mathématiques qui n'apparaissent plus que comme un langage artificiel et l'utilisation des mathématiques dans les autres sciences (comment un langage artificiel peut-il être un instrument de connaissance de la réalité) ?

La méthode axiomatique n'est pas née de l'esprit "abstrait" de quelques mathématiciens, elle s'est au contraire développée à partir des problèmes rencontrés par les mathématiciens au cours de leurs travaux (le postulat d'Euclide et les géométries non euclidiennes, la mise en forme de l'analyse avec les difficultés liées aux notions de limite et de continuité, les paradoxes de la théorie des ensembles), c'est à travers les difficultés posées par ces problèmes qu'on a ressenti le besoin d'une mise en ordre, la necessité de séparer explicitement dans le discours mathématiques, concepts non définis et objets définis, axiomes et théorèmes, et c'est pour y répondre qu'on a inventé et développé les langages formalisés.

.../...

L'apport essentiel des premiers constructeurs d'axiomatique, et particulièrement de Hilbert, est d'avoir explicité le rôle du langage formalisé, explicité la distinction entre la construction formelle et la signification de cette construction (ou, comme on dit, la distinction entre la syntaxe et la sémantique). En construisant l'axiomatique de la géométrie euclidienne, Hilbert précise qu'il n'est point nécessaire de définir les concepts points, droites, plans, (cette définition n'a aucun sens du point de vue forme) mais qu'il est nécessaire d'expliciter toutes les relations admises "a priori" entre ces concepts, avant de commencer à démontrer des théorèmes et définir de nouveaux objets ; on peut changer dans l'axiomatique hilbertienne les mots points, droites, plans en chaises, tables, armoires, sans rien changer au développement de la théorie, cependant cette formalisation n'a de sens que par rapport à la situation mathématique qu'elle entend organiser, il ne peut être question d'en faire un système isolé, ce ne serait qu'une suite de phrases, correctement structurées peut-être, mais complètement vides de sens.

Il ne peut donc être question de commencer un enseignement de mathématiques par l'axiomatique,quand bien même cette axiomatique serait "simplifiée" pour être "comprise" par des élèves de 12 ans ; l'axiomatique n'est pas un jeu gratuit, c'est une méthode et un instrument de connaissance, et comme tout instrument, son existence se justifie par ses objectifs. Instrument puissant d'organisation des connaissances, la méthode axiomatique peut, et même doit, jouer un rôle dans l'enseignement, mais ce rôle est essentiellement un rôle de synthèse et de clarification, il ne peut donc intervenir qu'à la fin ; venu trop tôt, avant la pratique effective de la discipline enseignée, ce ne peut être qu'un obstacle supplémentaire. "Avant de pouvoir mettre de l'ordre dans un ensemble de connaissances, il faut déjà s'en être fait une idée informelle ou heuristique " (1), ceci n'exclut pas la pratique effective de méthodes déductives qu'il ne faut pas confondre avec la méthode axiomatique (cf. paragraphe 6).

2. SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE

Dans un article antérieur sur le programme d'Erlangen (2), j'avais rappelé comment la distinction géométrie affine - géométrie métrique est reliée à la théorie des groupes et ne peut être comprise qu'à l'intérieur du rapport géométrie - théorie des groupes. La distinction à priori telle qu'elle est pratiquée dans l'enseignement actuel de la géométrie est donc tout à fait arbitraire et ne peut donc être comprise par l'élève (voire l'enseignant), quand bien même elle est "justifiée" par des manipulations "concrètes" qui ne sont qu'une illustration du discours mais n'expliquent rien.

En fait, le choix des premiers éléments de géométrie à enseigner n'est pas seulement un problème de mathématiques ou de pédagogie, il est lié à la signification et à la place de la Science (ou des sciences !) dans la Société. Mathématiquement, rien ne permet de privilégier la géométrie affine ou la géométrie métrique, on peut évidemment présenter une axiomatique a priori mais celle-ci n'a aucune justification autre que l'idée aussi fausse que répandue que le mathématicien est libre de ses constructions théoriques (fausse parce que à l'opposée de la pratique des mathématiciens). Si l'on ne peut trancher dans un débat sur le choix affine - métrique par des arguments mathématiques, on ne peut mieux trancher par des arguments pédagogiques, au sens où l'on entend trop souvent la pédagogie comme "l'art d'enseigner", indépendamment de ce que l'on enseigne (et qui en termes plus crus, s'appelle du bourrage de crâne) et, qui amène à privilégier "ce qui passe le mieux auprès des élèves", les objectifs de l'enseignement étant oubliés (ou plutôt transformés) ; il faudrait d'abord savoir ce qui est "facile" pour l'élève, mais ceci est d'abord un problème de pratique sociale, il n'y a pas un "Elève" mais des élèves avec des histoires différentes, et donc des habitudes et des formations différentes,

.../...

réagissant différemment devant le même enseignement ; d'autre part, l'enseignement ne se réduit pas au "facile", à ce qui "passe" ; s'il s'agit effectivement de donner des instruments de connaissances théoriques et pratiques, l'obstacle ce n'est pas la difficulté, mais c'est le formel, l'a priori, tout ce qui apparait à l'élève sans signification.

Il est donc nécessaire avant tout choix de préciser les objectifs, objectifs généraux (pourquoi enseigne-t-on les mathématiques) et objectifs à court terme (ce qu'un élève doit savoir à la fin d'un cycle d'études) ; il est tout aussi nécessaire de tenir compte des connaissances antérieures des élèves (scolaires ou extra-scolaires), même et surtout si celles-ci doivent être soumises à la critique, voire remise en cause.

Nous vous proposons de préciser tout ce qui vient d'être dit à travers l'enseignement de l'algèbre linéaire et son utilisation.

3. L'ENSEIGNEMENT DE L'ALGEBRE LINEAIRE

Ce qui frappe dans l'enseignement de l'algèbre linéaire, c'est d'une part, la facilité avec laquelle l'étudiant manie les définitions et propriétés générales, et d'autre part, la difficulté du même étudiant devant les problèmes ou apparaît la linéarité (je pense essentiellement à la géometrie et à l'analyse, on pourrait en dire autant pour la physique ou tout autre domaine).

Il est facile de vérifier qu'une partie E d'un espace vectoriel F est un sous-espace vectoriel, qu'une application d'un espace vectoriel E dans un espace vectoriel F est une application linéaire, mais les deux exercices ci-dessus ne sont pas des exercices de mathématiques, ils montrent seulement qu'un langage a été compris et qu'on sait l'utiliser dans des cas simples. La difficulté commence lorsqu'on utilise l'algèbre linéaire comme outil de travail (en géométrie, en analyse, en physique...), c'est-à-dire lorsque le concept "linéaire" n'apparaît plus comme une donnée en soi, mais comme exprimant un aspect de la géométrie, de l'analyse ou de la physique. Il y a là un problème profond et qui est encore loin d'être résolu.

Evidemment, il est facile de faire un cours d'algèbre linéaire, les exposés foisonnent, donnant la définition des espaces vectoriels, des applications linéaires et de leurs premières propriétés , l'axiomatique s'écrit aisément, et on se donne bonne conscience à peu de frais avec quelques exemples : géométrie élémentaire, polynome, fonctions numériques, et si on veut paraître plus savant, on peut parler de physique, de chimie, voire de sciences économiques ; mais tous ces exemples n'apparaissent que comme illustration du concept (abstrait !) "linéaire". Après un cours d'algèbre linéaire, le concept "linéaire" apparaît à l'étudiant comme un concept de l'algèbre linéaire (ce qui est une tautologie et ne sert à rien), détaché de toute signification extérieure à ce chapitre ; le coup des exemples n'est qu'une illustration : on se sert de situations extérieures (géométrie, analyse, etc...) pour exhiber un espace vectoriel ou une application linéaire, mais le rapport réel entre le "linéaire" et les situations extérieures est masqué ; dans ces conditions, rien d'étonnant à ce que l'étudiant ne sache pas reconnaître le linéaire là où il apparaît, même s'il sait faire marcher la machine.

.../...

Pendant plusieurs années on a ainsi, dès la première année de l'Université, plaqué de l'algèbre linéaire a des étudiants ayant une formation secondaire dite "classique", où l'aspect linéaire était entièrement escamoté, ce qui interdisait toute compréhension du rapport algèbre linéaire - géométrie élémentaire (je ne parle même pas du caractère linéaire de l'analyse où la seule idée d'un espace vectoriel de fonctions semblait relever de la bizarrerie bien connue des mathématiciens). L'introduction de l'algèbre linéaire dans l'Enseignement Secondaire pouvait être un moyen de transformer cette situation en explicitant aussitôt que possible le caractère linéaire apparaissant en géométrie élémentaire, en algèbre (polynomes) ou en analyse (espace de fonctions), ce n'est pas cependant ce qui s'est passé. Sous prétexte que le linéaire est l'aspect unifiant diverses théories et que l'axiomatique (facile à écrire) de l'algèbre linéaire permet le déroulement quasi-automatique d'un certain nombre de théories mathématiques, c'est l'axiomatique de l'algèbre linéaire qu'on a mis en avant. Alors que le caractère linéaire est présenté sous une forme artificielle dans la classe de quatrième (géométrie affine) et complètement oublié en troisième (géométrie métrique), une présentation axiomatique "simple" est donnée en seconde, indépendamment des situations explicites (celles-ci données à titre d'exemples ne sont que des illustrations au sens donné ci-dessus), c'est après-coup seulement qu'on prend la peine de faire de la géométrie ; quant au programme de première, c'est essentiellement l'étude des formes quadratiques avec, toujours comme illustration, la géométrie métrique. Il s'agit ici d'un renversement complet, l'accent a été mis essentiellement sur une méthode, isolée de tout objectif, même si certains exemples apparaissent à l'occasion comme illustrations et applications. Dans ces conditions, l'axiomatique de l'algèbre linéaire peut être connue des élèves, elle est inutile parce que isolée, coupée de ses racines (géométriques ou physiques) et, heureusement, oubliée dès que possible.

Ce renversment a cependant marqué les enseignants, de formation traditionnelle, qui, oubliant leur propre pratique mathématique, voient dans la méthode axiomatique une méthode universelle exclusive de tout autre. C'est ainsi que lorsque j'ai proposé à des enseignants de seconde, de commencer par la géométrie (géométrie plane, vecteurs, produits scalaires) avant de faire un exposé systématique de l'algèbre linéaire, on m'a répondu "C'est impossible, comment peut-on parler de vecteurs du plan avant d'avoir défini ce qu'est un espace vectoriel". Ainsi la place privilégiée accordée aux structures abstraites a pour conséquences l'impossibilité de les mettre en évidence là où elles apparaissent ; ceci aboutit à un appauvrissement des mathématiques, ce qu'on appelle "la mathématique" devenant un simple langage qu'on illustre par des exemples plus ou moins nombreux, mais ce langage a perdu toute signification. Ainsi la géométrie de Première n'est qu'une illustration de la théorie des formes quadratiques, les rapports réels distance - forme quadratique, angle-forme bilinéaire ayant été complètement ignoré, puisque la distance est simplement définie en terme de forme quadratique, l'angle en terme de forme bilinéaire. Le programme le dit explicitement (3).

"Les matrices du type $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ avec $a^2+b^2=1$ forment un groupe commutatif : groupe des rotations vectorielles", autrement dit, pour l'élève de Première (et pour l'enseignant !) une rotation, c'est tout simplement une matrice. Bel exemple de confusion créée par un désir de trop grande rigueur ! Et comme me l'a dit un enseignant "En première c'est facile, une fois qu'on a défini la forme bilinéaire, ça va tout seul". Mais qu'est-ce qui va, et où ?

.../...

Un enseignement axiomatique de l'algèbre linéaire, coupé de toute pratique extérieure, devient alors un obstacle à la compréhension du concept de linéarité, et à son utilisation en géométrie et en physique. Loin de jouer le rôle de clarification qu'on doit attendre d'elle, l'axiomatique est ainsi un élément de confusion. Il faut donc remettre totalement en cause la conception actuelle de l'enseignement des mathématiques du moins si l'on considère que l'un des objectifs de l'enseignement des mathématiques consiste à donner à l'élève ou à l'étudiant les moyens d'acquérir des connaissances, et non, comme on le fait actuellement, de lui montrer le spectacle des mathématiques (cf. paragraphe 7).

Pour en revenir à la géométrie, il ne faut pas oublier que la géométrie est d'abord une science physique, et que c'est le premier exemple (et pendant longtemps ce fut le seul !) d'une théorie physique complètement mathématisé.

4. GEOMETRIE ET PHYSIQUE

A juste titre, les physiciens se plaignent de l'enseignement actuel des mathématiques, mais la difficulté de liaison entre mathématique et physique, qui existe tout autant dans l'enseignement supérieur, n'est pas purement instrumentaliste comme de nombreux physiciens aiment à le dire (à la limite le physicien peut définir l'instrument mathématique dont il a besoin (produit scalaire, champ de vecteurs, potentiel) et admettre des théorèmes (formule de Stockes), ce qui n'est pas du tout manquer à la rigueur mathématique, voire même donner des pseudo-démonstrations qui permettent de comprendre la signification d'un théorème, comme les traditionnelles démonstrations fausses du théorème de Gauss en électrostatique). L'obstacle essentiel, c'est que les objets mathématiques, définis d'une façon purement formelle, sont impropres à représenter autre chose qu'eux-mêmes. Pour en revenir à la géométrie où c'est le plus flagrant, la réduction de la géométrie à un chapitre d'algèbre linéaire la coupe totalement de la réalité physique dont elle est issue, et devient un obstacle à la reconnaissance du caractère linéaire de la géométrie physique. Contrairement à la doctrine officielle de l'enseignement, une distance n'est pas une forme quadratique, une rotation n'est pas une matrice orthogonale et la présentation actuelle est un obstacle à la compréhension par l'élève ou l'étudiant des rapports réels entre objets physiques, objets mathématiques et représentation de ces objets.

On a dit, et Bourbaki en porte une part de responsabilité (4) que la géométrie élémentaire était une science dépassée ; il est peut-être nécessaire d'expliciter la signification de cette phrase et de la replacer dans son contexte. En tant que théorie mathématique, la géométrie élémentaire est devenue un chapitre de l'algèbre linéaire, c'est-à-dire que tous les théorèmes usuels de la géométrie élémentaire s'obtiennent par des méthodes d'algèbre linéaire une fois mises en place les données (espace ponctuel euclidien de dimension 2 ou 3 sur le corps des réels) ; aucun nouveau résultat profond ne peut apparaître et dans ces conditons, le mathématicien, dont l'objectif est moins l'étude des structures que la structuration des objets qu'il étudie, n'a plus grand chose à faire ; ce ce sens, la géométrie élémentaire est une science achevée. Cependant, ce point de vue est partiel, et lorsqu'il s'agit d'enseignement, peut-être la source d'erreurs fondamentales, et ceci pour deux raisons essentielles.

La première raison, extramathématique, c'est que la géométrie élémentaire est aussi la théorie physique de l'espace dans lequel nous vivons et qu'elle est donc nécessaire comme instrument de connaissance de cet espace, on ne peut envisager sans elle un enseignement de la physique et de la chimie (même si ultérieurement cette structure est remise en cause : théories quantiques, relativité) ; négliger l'enseignement de la géométrie élémentaire, science physique, revient donc à bloquer toute possibilité de connaissance scientifique (connaissance étant pris dans son sens dynamique : l'acte de connaître).

La seconde raison est d'ordre mathématique. Les mathématiques sont une science expérimentale (5) dont le développement, loin d'être gratuit et soumis aux caprices des mathématiciens, se fait à partir des problèmes, problèmes externes (posés par la physique, la chimie, etc...) ou problèmes créés de la dynamique interne (fonction zeta, géométrie algébrique) encore qu'il ne soit pas toujours aisé de distinguer entre causes externes et dynamique interne (équations aux dérivées partielles, représentation des groupes). Il est donc nécessaire que dans l'enseignement des mathématiques cet aspect apparaisse, non sous la forme artificielle de problèmes "intéressants" mais sans signification pour l'élève, mais à partir de la pratique prémathématique de l'élève, ici il s'agit essentiellement de la pratique de l'espace et des formes. La géométrie élémentaire est alors le chemin qui conduit de cette pratique prémathématique aux méthodes axiomatiques rigoureuses, à travers cet instrument essentiel à l'exploration et à la structuration de l'espace physique, qu'est l'algèbre linéaire.

5. L'ALGEBRE LINEAIRE, OUTIL D'EXPLORATION ET DE STRUCTURATION DU REEL

L'algèbre linéaire de la géométrie élémentaire, c'est essentiellement le calcul vectoriel et la théorie des transfor mations.

Le calcul vectoriel n'est pas l'étude d'un espace vectoriel "abstrait", c'est l'étude des opérations que l'on peut faire dans l'ensemble des vecteurs de l'espace, un vecteur étant défini comme une classe d'équipollence de segments de droite orientés : au sens le plus traditionnel, on dit que deux segments de droites orientés (vecteurs liés dans une terminologie ancienne) sont équipollents s'ils ont même direction, même sens et même longueur. L'ensemble des vecteurs est évidemment muni d'une métrique, et c'est pour étudier les propriétés métriques qu'on introduit le produit scalaire. La structure d'espace vectoriel muni d'une forme bilinéaire symétrique définie positive apparaît ainsi de façon naturelle (et non formelle) ; on est passé d'objets définis de façon intuitive à des représentations mathématiques sur lesquelles on peut opérer (par le calcul ou le raisonnement déductif).

Dans la théorie des transformations, il s'agit d'abord d'étudier des transformations issues de la pratique prémathématique, et correspondant à des notions physiques connues, à savoir les déplacements et les symétries, puis les homothéties et les similitudes ; c'est à partir de la représentation vectorielle de ces transformations qu'on peut dégager la notion générale de transformation linéaire. C'est seulement à ce moment qu'on peut, et qu'on doit , mettre en évidence la distinction entre propriétés métriques et propriétés affines de l'espace, prélude à la relation géométrie - théorie des groupes et au programme d'Erlangen. Toute l'algèbre linéaire en dimension 2 et 3 telle qu'elle est développée dans (6) peut être exposée dans ce cadre, bien plus riche que le cadre formel des programmes actuels.

.../...

On objectera qu'il y a un cercle vicieux dans la construction de la géométrie élémentaire proposée ci-dessus, la notion de longueur (qui intervient au début) est définie à partir des déplacements (la longueur d'un segment reste invariante dans un déplacement du segment (7), et d'autre part un déplacement est défini comme une transformation conservant la longueur. En fait, il n'y a aucun cercle vicieux, d'une part la géométrie élémentaire est une théorie physique, c'est-à-dire que les notions de longueur et de déplacement ont leurs significations intuitives et ce qu'il est important d'expliciter c'est la relation entre ces deux notions, d'autre part, cette démarche expérimentale est analogue à celle du programme d'Erlangen, dans lequel la dialectique géométrie-théorie des groupes importe plus que l'antériorité relative de la géométrie par rapport à la théorie des groupes (ou vice-versa). En outre, c'est par une réflexion a postériori sur la difficulté de définition des notions premières de la géométrie, qu'on pourra montrer l'utilité et la nécessité de la méthode axiomatique, en explicitant la construction formelle de la géométrie à partir de l'algèbre linéaire.

Parallèlement à l'enseignement de la géométrie élémentaire, c'est par une pratique affective du linéaire dans les divers domaines où il apparaît (polynomes, dérivées, intégrales, variables aléatoires) qu'on peut arriver à unifier les divers aspects du concept "linéaire" et permettre ainsi la construction axiomatique de l'algèbre linéaire. Réciproquement cette construction axiomatique, utilisant le langage de la géométrie élémentaire et lui donnant une nouvelle signification va permettre une "visualisation" des théories linéaires plus complexes qui apparaissent dans divers domaines des mathématiques (4). Ainsi apparaît un autre rôle de l'algèbre linéaire, rôle non mathématique au sens strict, mais cependant utile dans la compréhension des phénomènes mathématiques, à savoir un moyen de connaissance intuitive des objets mathématiques (ici ceux qui relèvent du linéaire ; pour d'autres objets, non linéaires, ce rôle est joué par la "géométrie" algébrique, analytique, ou différentielle suivant la nature de ces objets). A titre d'exemple, il n'est pas sans intérêt de remarquer, au niveau de la classe terminale, que l'écart quadratique moyen définit un produit scalaire sur l'espace des variables aléatoires et que deux variables aléatoires indépendantes sont orthogonales.

6 . METHODE DEDUCTIVE ET METHODE AXIOMATIQUE

Une autre confusion introduite dans la mythologie des mathématiques modernes, c'est la confusion entre méthode axiomatique et méthode déductive, ce qui est une absurdité. La méthode axiomatique est une reconstruction globale, tandis que la méthode déductive permet, dans un contexte bien localisé, d'obtenir de nouvelles propositions à partir de propositions admises et de règles de démonstration.

La méthode déductive est loin d'être propre aux seules mathématiques, la physique et l'enseignement de la physique font largement usage de cette méthode (c'est uniquement mon incompétence qui me limite à la physique, il serait intéressant d'expliciter l'utilisation de la méthode déductive dans d'autres domaines).

Lorsque l'on a explicité les notions physiques (à partir de l'observation et de l'expérience) et les lois expérimentales, c'est la méthode déductive qui permet d'énoncer des théorèmes et de résoudre des problèmes. Un cours de physique n'est pas une liste de résultats empiriques, ce n'est pas non plus

.../...

une construction axiomatique. Pourtant cette possibilité de reconstruction axiomatique existe, ainsi on sait reconstruire l'électromagnétisme à partir des équations de Maxwell et ce point de vue utilisé en physique théorique et en physique mathématique, mais il ne viendrait à personne (du moins on peut l'espérer) de dire qu'on peut enseigner l'électromagnétisme en énonçant d'abord les équations de Maxwell (même illustrées par quelques expériences) et qu'ensuite toutes les lois de l'électromagnétisme se déduisent aisément ; l'enseignement des équations de Maxwell n'intervient qu'à l'Université devant des étudiants qui ont déjà des connaissances sur l'électromagnétisme, et l'axiomatique vient encore plus tard.

La situation est la même en mathématique, on peut pratiquer la méthode déductive dans un enseignement non axiomatique, le problème étant de bien poser ce que l'on admet et d'expliciter les règles de la démonstration (évidemment cette explication est liée à la pratique de la démonstration, il ne peut être question d'une quelconque théorie de la démonstration). Une des critiques essentielles que l'on pouvait faire à l'enseignement d'avant la réforme était justement cette non explication, le flou des propriétés admises et les pseudo-démonstrations où s'entremêlaient méthode déductive et vérification expérimentale,dont le modèle étaient les fameux cas d'égalité des triangles. Mais le déplacement actuel par une explicitation incompréhensible ne vaut pas mieux ; une explicitation incompréhensible parce que sans signification pour celui qui la reçoit n'a aucune raison d'être, c'est là une critique essentielle de l'enseignement des mathématiques post-réforme.

Un des arguments des défenseurs de la réforme, c'est la nécessité de la rigueur et de la précision du langage, ce qui est juste, mais cette nécessité n'est pas a priori ; c'est la pratique mathématique (et non l'intervention autoritaire d'un maître ou d'un livre), ce sont les difficultés réelles rencontrées dans cette pratique (et non les difficultés surajoutées d'un langage imposé) qui montre cette nécessité ; en ce sens les démonstrations fausses sont quelquefois plus intuitives que celles imposées a priori. Ceci n'est pas un simple problème pédagogique (comment faire passer la rigueur), on se détermine en fonction des objectifs que l'on s'est donné : faut-il faire prendre conscience à l'élève de cette nécessité de rigueur (et du même coup du danger du manque de rigueur) ou bien se contente-t-on de donner le spectacle de la rigueur, de la machinerie mathématique qui tourne bien, en espérant que quelques élèves "doués" auront appris quelque chose, les autres (la majorité) étant dégoûtés ou admirateurs béats (ce qui revient au même).

7 . EN GUISE DE CONCLUSION

Il n'est pas question de présenter un quelconque programme. L'objet de cet article est d'abord de dénoncer à travers quelques points précis la conception anti-scientifique et dogmatique de l'enseignement actuel.

On a beaucoup parlé d'enfants plus doués pour les études abstraites et d'enfants plus tournés vers les activités concrètes (et sous-entendu, moins doués que les premiers), la Réforme Haby ne s'est pas privée d'utiliser cette distinction qui convient tout à fait à ses objectifs. A travers toute cette distinction abstrait-concret, on oublie (consciemment ou non !) que l'abstraction n'est pas une donnée a priori mais que c'est un processus : on n'abstrait pas gratuitement, mais parce que c'est un moyen de connaissance et de compréhension de situations bien précises. C'est le processus dialectique d'abstraction et de "concrétisation" qui est le fondement de l'activité scientifique,

.../...

et en particulier de l'activité mathématique. L'ignorer revient à présenter l'activité scientifique comme une simple accumulation de faits et d'énoncés et à transformer l'enseignement scientifique en le spectacle de ces faits et énoncés. C'est en ce sens qu'au début de cet article je parlais de l'axiomatique (à travers la commission Lichnérowicz) comme l'organisation du spectacle de la Science. A travers l'enseignement actuel, les élèves voient des mathématiques, entendent un discours mathématique rigoureux, mais tout ceci n'a aucune signification et dans ces conditions la majorité d'entre eux n'apprennent rien sinon quelques recettes, ne retiennent rien sinon l'impression d'inaccessibilité de la Science qu'on leur montre. C'est en ce sens que les mathématiques deviennent le nouvel instrument de sélection (8).

C'est pourquoi il ne peut être question de réfléchir sur les possibilités d'amélioration des programmes actuels. Toute réflexion sur l'enseignement des mathématiques doit être d'abord une réflexion sur ses objectifs, objectifs internes (à l'intérieur de l'ecole) et objectifs externes (à l'extérieur de l'école), c'est-à-dire une réflexion politique.

L'alternative est la suivante : l'enseignement scientifique est-il l'instrument qui permet aux élèves d'acquérir les moyens de connaissances, ou bien est-il l'organisation du spectacle de la Science. Dans la société actuelle, c'est le spectacle qui est à l'ordre du jour, spectacle du même ordre que celui de la vulgarisation scientifique-spectacle décrite par Roqueplo (9), mais qui est beaucoup plus subtil ; alors qu'une certaine vulgarisation scientifique se présente ouvertement comme spectacle (cf. les articles habituels de la presse sur l'espace, le cancer, les greffes, etc...), l'Ecole se présente comme l'appareil de transmission des connaissances ; l'élimination par l'Ecole de la grande majorité qui n'a plus accès à ses connaissances (qu'on présente par ailleurs comme indipensables) est la forme moderne de l'obscurantisme. L'obscurantisme par l'Ecole, voilà qui peut paraître paradoxal et qui fera grincer bien des dents. C'est pourtant tout à fait normal. En même temps que l'idéologie scientiste exhalte la Science et la Technologie, l'Ecole, à travers un enseignement qui organise le spectacle de la Science tout en la rendant inaccessible à la grande masse, véhicule l'obscurantisme sous ces deux formes extrêmes : l'admiration et l'acceptation de la "Société Technologique" (ce qu'on appelle aussi d'un terme significatif, la "foi" en la Science entretenue par les "miracles" de la Science, comme disent les média), ou le refus et le retour à l'irrationnel ; ces deux attitudes ont d'ailleurs le même effet : la maîtrise de la Science et de la Technologie est réservée à la classe dominante dont elle reste une composante essentielle du pouvoir.

L'entreprise de démystification de ce qu'on appelle les mathématiques modernes, sans concession aucune, est d'abord un moyen de lutte contre cet obscurantisme.

(1) Mario Bunge - Philosophie de la physique - Le Seuil.

(2) Rudolf Bkouche - Du programme d'Erlangen au programme de géométrie des Lycées et Collèges. Histoire d'une trahison. IREM de LILLE.

(3) Bulletin Officiel de l'Education Nationale.
Arrêté du 19 mars 1970 - Programme de Première.

(4) Nicolas Bourbaki - Histoire des Mathématiques.
(Formes quadratiques - Géométrie élémentaire) HERMANN.

(5) Pierre Raymond - Le passage au matérialisme.
F. Maspero.

(6) J. Dieudonné - Algèbre linéaire et Géométrie élémentaire - HERMANN.

(7) Bernard Victori - La longueur au CAP - IREM de LILLE.

(8) Pierre Samuel - Mathématiques - Latin - Sélection des élites -
in Pourquoi la Mathématique ? Collection 10/18.
Rudolf Bkouche - A propos de l'enseignement des mathématiques modernes in Autocritique de la Science. Le Seuil.

(9) Roqueplo - Le partage du savoir. Le Seuil.

TROISIEME ANNEE DE COLLEGE (CLASSE DE QUATRIEME)

AVANT PROJET DE PROGRAMME DE MATHEMATIQUES

I. - RELATIONS

Applications. Composition des applications.

Bijection: bijection réciproque.

Partition d'un ensemble et relation d'équivalence.

Exemples de relations d'ordre.

II. - CALCUL NUMERIQUE

Introduction de la notion de fraction par l'étude d'exemples concrets.

Acquisition des techniques opératoires sur les rationnels (multiplication, division, addition, relation d'ordre) ; les propriétés de ces opérations et de la relation d'ordre seront présentées progressivement sans démonstration.

Exercices de calcul sur des sommes, produits, quotients ; usage des parenthèses. Produits $(a+b)^2$, $(a+b)(a-b)$; leur utilisation.

Relation de proportionnalité.

Nombres décimaux. Exemples d'encadrement d'un rationnel par des décimaux. Calculs approchés.

III - GEOMETRIE PLANE

L'étude de la géométrie est nécessairement alimentée par l'observation et l'expérimentation ; celles-ci requièrent, en particulier, l'usage des instruments de dessin.

Les notions et propriétés que les élèves doivent connaître et savoir utiliser sont énumérées ci-dessous. Certaines propriétés, au choix du professeur,seront admises. D'autres seront obtenues par voie déductive.

Le regroupement de ces notions et propriétés ne vise qu'à la commodité de la présentation.

Propriétés d'incidence. Droites du plan.

I_1 - Le plan est un ensemble de points. Il contient au moins trois points.

I_2 - Toute droite est une partie propre du plan et contient au moins deux points. Toute paire de points est incluse dans une droite unique.

I_3 - POur toute droite D et tout point A non situé sur D, il existe une droite unique disjointe de D et contenant A.

Relation de parallélisme dans l'ensemble des droites. Directions de droites. Projection de direction donnée.

Milieu d'un bipoint.

M_1 - Tout bipoint (A,B) admet un milieu unique m (A,B) ; le bipoint (B,A) a le même milieu.

M_2 - Toute droite contenant A et B contient m (A,B). En particulier m (A,A) = A

M_3 - Tour tout bipoint (A,I) il existe un unique point B tel que soit vérifiée l'égalité m (A,B) = I

M_4 - Pour toute projection p et tout bipoint (A,B) on a :

$$m\left[p\,(A),\ p(B)\right] = p\left[m(A,B)\right]$$

Parallélogramme, propre ou aplati. Le quadruplet (A,B,C,D) est un parallélogramme si et seulement si m(A,C) = m(B,D).

Vecteurs. Equipollence de bipoints. Addition des vecteurs. Multiplication d'un vecteur par un entier relatif, par un rationnel.

Repérages

Repères d'une droite ; abscisse dans un repère ; notation $\overline{MN}$; relation de Chasles. Changement du repère.

Repères du plan. Coordonnées d'un vecteur dans un repère. Coordonnées d'un point.

Enoncé de Thalès.

QUATRIEME ANNEEDE COLLEGE (CLASSE DE TROISIEME)

AVANT PROJET DE PROGRAMME DE MATHEMATIQUES

I - COMPLEMENTS DE GEOMETRIE ET D'ALGEBRE

1. - Introduction succinte des réels au moyen de suites décimales. Interprétation géométrique.

Cette introduction de l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels pourra être justifiée par l'insuffisance de l'ensemble $\mathbb{Q}$ des rationnels notamment pour la résolution d'équations telles que $x^2 = 2$. On admettra que $\mathbb{R}$ contient $\mathbb{Q}$ et que ses propriétés prolongent celles de $\mathbb{Q}$ (opérations ; relation d'ordre ; repérage des points d'une droite ou d'un plan). Aucune démonstration ne sera donnée.

Pratique du calcul numérique et littéral. Exercices de factorisation.

2. - Racine carrée ; notation $\sqrt{a}$ ou $a^{\frac{1}{2}}$ $(a \geqslant 0)$. On admettra que l'application $x \mapsto x^2$ de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}^+$ est bijective). Usage des tables pour le calcul des carrés et des racines carrées. Racine carrée d'un produit ou d'un quotient de réels.

3. - Fonction linéaire ; fonction affine ; représentation graphique. Equation cartésienne de la droite.

4. - Equations, inéquations du premier degré à une ou deux inconnues, à coefficients numériques ; système de deux équations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques. Interprétation géométrique ; représentation graphique.

Exemples variés de problèmes du premier degré.

II. - PROPRIETES EUCLIDIENNES DU PLAN

Les notions et propriétés que les élèves doivent connaître et savoir utiliser sont énumérées ci-dessous. Certaines propriétés, au choix du professeur, seront admises. D'autres seront obtenues par voie déductive. Le regroupement en alinéas de ces notions et propriétés ne vise qu'à la commodité de la présentation.

.../...

Propriétés fondamentales :

- Distance de deux points (conservés par équipollence) ; norme d'un vecteur.
- Médiatrice de l'ensemble de deux points distincts.
- Relation d'orthogonalité dans l'ensemble des directions de droites.
- Rapport de projection orthogonale et symétrie de celui-ci.
- Propriété de Pythagore : pour tout triangle propre, la condition $d^2(A,B) + d^2(A,C) = d^2(B,C)$ équivaut à l'orthogonalité des directions AB et AC.
- Orthogonalité de deux vecteurs rapportés à un repère orthonormé
- Symétrie orthogonale (conservation de la distance).

Applications :

- Distance d'un point à une droite. Perpendiculaires et obliques.
- Expression analytique de la distance de deux points.
- Cercle et disque. Intersection avec une droite. Tangente en un point. Par trois points non alignés passe un cercle et un seul.
- Exercices sur les triangles isocèle et équilatéral, le losange, le rectangle, le carré...
- Symétries laissant globalement invariant : un cercle, la réunion de deux demi-droites de même origine, la réunion de deux droites.

Notions pratiques de trigonométrie :

On admettra l'existence et l'unicité de la mesure des arcs de cercle, la mesure du demi-cercle étant fixée.

Angle de deux demi-droites de même origine ; sa mesure. Cosinus, sinus d'un angle ; tangente. Usage des tables trigonométriques en degrés (décimaux) et en radians.

Relations trigonométriques dans le triangle rectangle.

REGIONALE DE L'A.P.M.E.P. de l'Académie de REIMS

Cette régionale dont l'activité était "en veilleuse" depuis quelques années, repart avec un nouveau comité.

Elle a organisé une journée régionale le 9 mars 1977.

Au programme :

- conférence de NIMIER : Mathématique et affectivité
- exposé de TURCO : expérience OPC de géométrie en 4ème et 3ème
- débat animé par CREPIN : Mathématique dans l'enseignement élémentaire
- Assemblée Générale de l'association à l'issue de laquelle fut élu le nouveau Comité. Celui-ci procéda immédiatement à l'élection de son bureau.

Président : PILLET Michel, Vice-Président : DAVID Marcel
Trésorier : FONTUGNE Pierre, Secrétaire : GARNIER Claudie
Secrétaire adjointe : VOISARD Marie-Claude.

PROJETS : Le bureau souhaite que le travail de réflexion entrepris au niveau national pour la rédaction d'une nouvelle charte de l'association reflète l'opinion de la majorité des adhérents. C'est pourquoi il invite les adhérents de la régionale à participer activement à ce travail dans leurs établissements, dans leur département, ou au niveau académique.

L'avant projet de charte rédigé à la suite du séminaire APM des 5 et 6 mars sera publié dans le bulletin national à paraître le 15 avril.

Ces réflexions peuvent se faire soit en fonction des grandes sections de la charte, soit dans le cadre des commissions régionales.

COMMISSIONS REGIONALES	RESPONSABLES
Elémentaire	Mme BEGUIN - Mme GARNIER
Premier cycle	M. PILLET - M. TURCO
Second cycle	M. MELET
Technique	M. HAUBRY
Informatique	M. JURION
Formation des maîtres	M. DANIEL

CALENDRIER REGIONAL	CALENDRIER NATIONAL
Dimanche 17 avril : Réunion inter-régionale REIMS-NANCY-STRASBOURG	Dimanche 24 avril : réunion premier cycle
Mercredi 4 mai : Comité régional	Dimanche 26 juin : comité national

Pour tous renseignements, contacter : PILLET Michel 4, Avenue de l'Europe REIMS
Tél. 07 08 80

NOMS, ADRESSES, FONCTIONS DES MEMBRES DU NOUVEAU COMITE

JURION Amand E.N. CHARLEVILLE-MEZIERES	Rue de la 42e D.B.M.M. 08000 - MONTHERME - Tél. (24) 34 32 43
MARECHAL Michel E.N. CHARLEVILLE-MEZIERES	15, Porte de Bourgogne 08000 - CHARLEVILLE-MEZIERES - Tél. 57 27 32
MATHIEU Claude E.N. CHARLEVILLE-MEZIERES	18, rue des Tambours 08000 CHARLEVILLE-MEZIERES - Tél. 57 28 38
HAUBRY Yves L.T.E.M. TROYES	16a, rue Jules Didier 10120 - St-ANDRE-LES-VERGERS - Tél. (25) 43 58 81
BEGUIN Monique G.A.P.P. SEZANNES INSP. DEP.	3, rue de Châlons 51120 SEZANNES - Tél. 42 12 15
DAVID Marcel Prof. U.E.R. Sciences Directeur I.R.E.M.	9, rue Bertrand de Mun 51100 REIMS Tél. 07 08 78
DETREY Marie CFC - L.T. Libergier REIMS	39, rue Fléchambault 51100 REIMS - Tél. 40 12 08
FONTUGNE Pierre L.T.E.M. Roosevelt REIMS	13, rue Raymond Poincaré 51100 REIMS
GARNIER Claudie Maternelle Centre - SEZANNES	51120 SEZANNES - Tél. (26) 42 12 13 Ecole Mixte du Centre - Place du Champ Benoist
LAVILLE Alain U.E.R. Sciences REIMS	34, Bld Victor Hugo 51100 - REIMS - Tél. 47 82 61 (Poste 615)
MELET Jean-Christophe L.T.E.M. Roosevelt REIMS	11, rue La Bourdonnais 51100 - REIMS - Tél. (26) 06 - 12 - 84
PILLET Michel C.E.S. Prieur de la Marne REIMS	4, Avenue de l'Europe 51100 REIMS Tél. 07 08 80
ROGUET Marie-Madeleine Lycée Jean Jaurès REIMS	35, rue Ponsardin 51100 REIMS
SCHACHERER Germain L.N.M. EPERNAY	26, rue du Moulin à Vent 51200 - EPERNAY - Tél. (26) 51 34 59
THIERUS Serge Retraité	57 rue David 51100 - REIMS - Tél. 40 31 18
TURCO Bertrand U.E.R. Sciences REIMS Tél. 47 82 61 Poste 615	19, rue d'Aix la Chapelle 51100 - REIMS - Tél. 07 25 28
VOISARD Marie-Claude C.E.G. 08190 ASFELD	EPOYE 51110 BAZANCOURT Tél. (26) 48 70 63
DANIEL Jean-Claude Lycée de CHAUMONT	242 Village Lafayette 52000 CHAUMONT - Tél. 03 21 70
GODON Marie-Josée L.E.P. CHAUMONT	8, rue de Lorraine 52000 CHAUMONT
VADEL Jean-Michel Lycée St-EXupéry ST-DIZIER	Rue Baffon Résidence Saint-Exupéry Bât. D n° 6 52100 SAINT-DIZIER