MATHEMATIQUES 3EME

ANNEE SCOLAIRE 1988

IREM DE REIMS

3

MATHEMATIQUES EN ACTIVITES

N°8

REALISE PAR :

DOMINIQUE ANTOINE

PIERRE BISSEY

JEAN CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT

GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX

GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

MATHEMATIQUES EN ACTIVITES EN 3ème

AU COLLEGE ALBERT CAMUS

Ce fascicule 8 vous propose les sept derniers dossiers que nous avons pratiqués avec nos élèves dans le cadre de l'expérimentation des nouveaux programmes de troisième.

Nous avons eu du mal à rattraper le retard cumulé sur les quatre années de notre expérimentation des nouveaux programmes. Cette difficulté à concilier la pratique pédagogique proposée par ces nouveaux programmes (activité de l'élève) et le temps d'apprentissage dont nous disposons chaque année pose un sujet de réflexion pour les années à venir.

NOUS ENVISAGEONS DE REPRENDRE TOUS CES DOSSIERS DE FAÇON A EN EXTRAIRE, POUR CHAQUE NIVEAU, UNE DIZAINE D'ACTIVITES PERMETTANT DE COUVRIR LE PROGRAMME. NOUS COMMENÇONS EN 89-90 PAR LA SIXIEME. TOUTES LES REMARQUES, CRITIQUES ET PROPOSITIONS SERONT LES BIENVENUES.

Nous continuons à remercier ceux qui nous aident dans notre travail :

* L'équipe administrative du Collège, pour les moyens et matériels,
* Le Maire de la Chapelle Saint Luc, qui prend en charge la reproduction des documents pour les élèves,
* Monsieur ORTHEAU, notre IPR, pour l'intérêt qu'il porte à notre travail,
* L'IREM de Reims qui a été au départ de notre réflexion et nous a permis de la confronter avec d'autres équipes et son directeur Monsieur TURCO.
* Madame Colette THIERUS qui a pris en charge les problèmes matériels de la publication et de la diffusion de ces documents (y compris à l'extérieur de l'hexagone).

FASCICULES IREM REIMS

Expérimentation des nouveaux programmes

MATHEMATIQUES EN ACTIVITES

DOSSIERS	NIVEAU	DATE PARUTION
Tests avant formation + grille de capacité 1 - Nombres et écritures, opérations, problèmes 2 - Pavages et aires. Introduction à la géométrie plane et à la symétrie axiale 3 - Repérage sur une demi-droite, dans un quart de plan 4 - Représentation et organisation de données. Introduction des fractions 5 - Proportionnalité 6 - Parallélépipède rectangle et cube. Géométrie dans l'espace 6 bis - Calculatrice	6ème	Disponible
7 - Construire en géométrie plane 8 - Symétrie orthogonale (ou axiale ?) 9 - Problèmes et équations 10 - Angles et triangles 11 - Repérage sur une droite. Introduction des relatifs 12 - Repérage dans le plan	6ème 5ème	Disponible
13 - Addition dans les relatifs 14 - Fraction (simplification, addition, multiplication, division) Applications 14 bis - L'espace et l'art moderne 15 - Géométrie dans l'espace (prisme droit et cylindre de révolution) 16 - Soustraction dans les relatifs. Simplification d'écriture 17 - Constructions et transformations en géométrie plane Symétrie centrale	5ème	Disponible
18 - Distributivité. Calcul numérique et littéral 19 - Proportionnalité 20 - Pourcentages 21 - Equations 22 - Echelles 23 - Aires et volumes C1 - Contrôle de certains acquis de 5ème	5ème 4ème	Disponible

N°	DOSSIERS	NIVEAU	DATE PARUTION
5	24 - Projection. Initiation à la démonstration 25 - Multiplication et division dans les relatifs en écriture décimale et fractionnaire. Distributivité. Factorisations simples 26 - Projection orthogonale. Cosinus 27 - Addition et soustraction dans les relatifs en écriture décimale et fractionnaire. Double distributivité. Identités remarquables 28 - Application linéaire (1) 29 - Translations, vecteurs et parallélogrammes 30 - Indices	4ème	Disponible
6	31 - Puissances entières d'un nombre relatif 32 - Le triangle rectangle 33 - Puissance de 10 34 - Application linéaire 2 35 - La sphère 36 - Statistiques en 4ème 37 - Les rotations 38 - Problèmes de plus courte distance	4ème	Disponible
7	39 - Equations du 1er degré à 1 inconnue 40 - Inéquations du 1er degré à 1 inconnue 41 - Théorème de Thalès. Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur une figure plane 42 - Calcul algébrique : distributivité, double distributivité. Mise en facteurs. Produits remarquables 43 - Racines carrées 44 - Vecteur et translation. Composition et addition des vecteurs. Travail en repère 45 - Application affine 46 - Angle inscrit ; trigonométrie	3ème	Disponible
8	47 - Situations affines 48 - Equation de droite 49 - Application affine 50 - Distance dans le plan. Applications 51 - Pyramide et cône 52 - Système de deux équations du premier degré à deux inconnues 53 - Equations et inéquations du premier degré	3ème	Disponible

Commande à adresser à : **IREM de Reims**
Moulin de la Housse
BP 347
51062 REIMS CEDEX

Préciser : n° des fascicules commandés, le nombre de fascicules.

Prix du fascicule au 01.01.89 : 30 F

Donner en plus de votre adresse personnelle, votre adresse "professionnelle"

MATHEMATIQUES 3 EME

ANNEE SCOLAIRE 1988

DOSSIER N° 47

TITRE: SITUATIONS AFFINES

3

PREREQUIS

- UTILISATION D'UN TABLEAU
- REPERAGE SUR UN GRAPHIQUE

OBJECTIFS

- APPROCHE DE SITUATIONS AFFINES PAR L'EXEMPLE
- PROPORTIONNALITE DES ACCROISSEMENTS

REALISE PAR : DOMINIQUE ANTOINE

PIERRE BISSEY JEAN CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

SITUATIONS AFFINES

DOSSIER 47

A. SITUATION DECRITE PAR UN TABLEAU

Un vidéo-club propose une formule de location de cassettes à l'année. En fin d'année, certains clients comparent leurs dépenses annuelles au vidéo-club en fonction du nombre de cassettes louées:

n (nombre de cassettes)	20	35	50	75	90	120
P (dépense en F)	240	330	420	570	660	840

1 _ Ces deux suites sont-elles proportionnelles ? Est-ce une situation linéaire ?
Calcule les rapports suivants:

$$\frac{330 - 240}{35 - 20} \qquad \frac{570 - 330}{75 - 35} \qquad \frac{840 - 420}{120 - 50} \qquad \frac{660 - 240}{90 - 20}$$

Que constates-tu ?

Soit a le nombre trouvé. En te servant de ce qui précède et du tableau, complète les rapports suivants:

$$\frac{420 - \boxed{}}{\boxed{} - 20} = a \qquad \frac{840 - 330}{\boxed{} - \boxed{}} = a \qquad \frac{\boxed{} - \boxed{}}{90 - 35} = a$$

2 _ Représente graphiquement ce tableau (graphique A)

n (nombre de cassettes) en abscisse: 1 cm pour 10 cassettes.
P (dépense en F) en ordonnée: 1 cm pour 100 F.

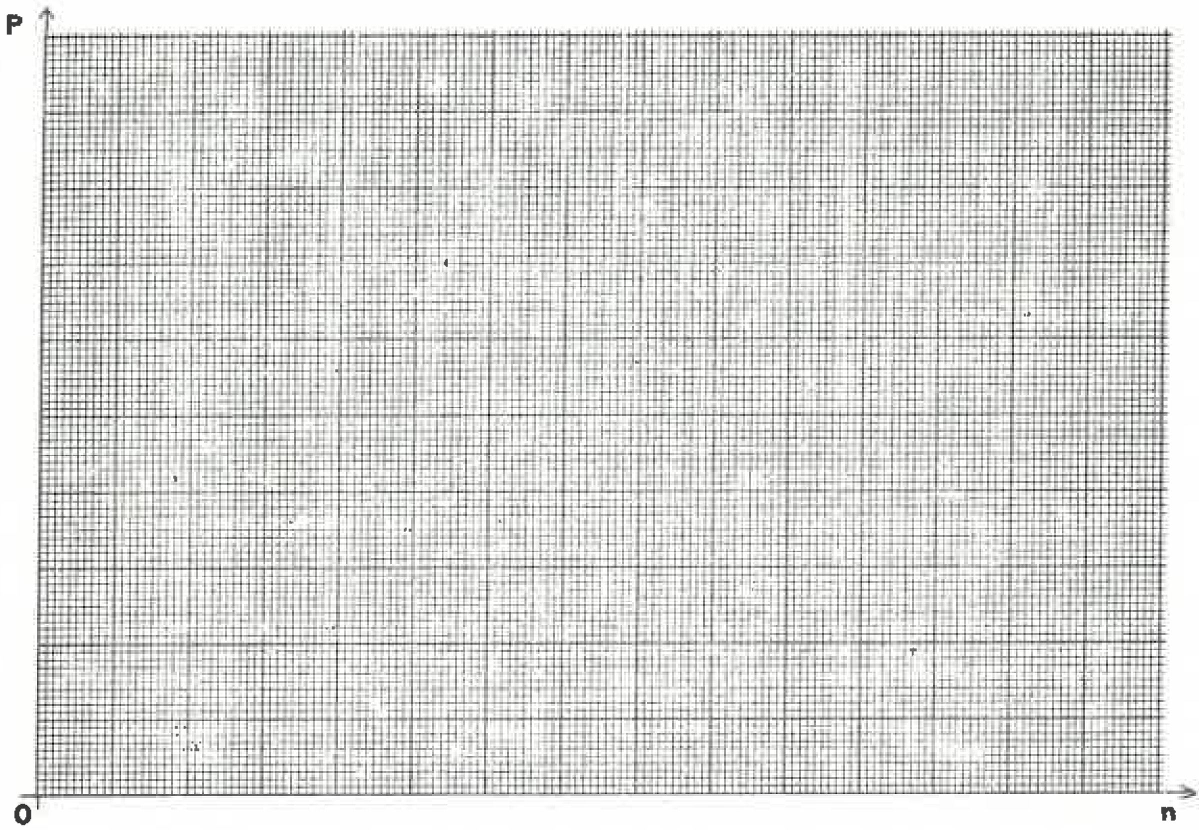
Que constates-tu pour les points ?

Trace la droite correspondante. Cette droite passe-t-elle par l'origine ?

En t'aidant du graphique, complète le tableau:

n	10	25	60	105				
P					360	450	600	870

Quelle est la dépense lorsqu'il n'y a eu aucune cassette louée dans l'année (n=0) ?
Nous appellerons b cette valeur. b = $\boxed{}$



GRAPHIQUE A

3_Dans la pratique:

b correspond à l'abonnement annuel: b = $\boxed{}$

a correspond au prix de location d'une cassette: a = $\boxed{}$

Le montant de la dépense annuelle est donnée par:

P = a × nombre de cassettes + abonnement

Ecris cette formule: P = $\boxed{}$ xn + $\boxed{}$

En utilisant cette formule, complète le tableau:

n	48	72	145	196	210					
P						390	522	654	852	1044

4_Un autre vidéo-club propose la location des cassettes au même tarif a, mais ne demande pas d'abonnement annuel.

Exprime la dépense P' en fonction du nombre de cassettes louées: P' = $\boxed{}$ xn

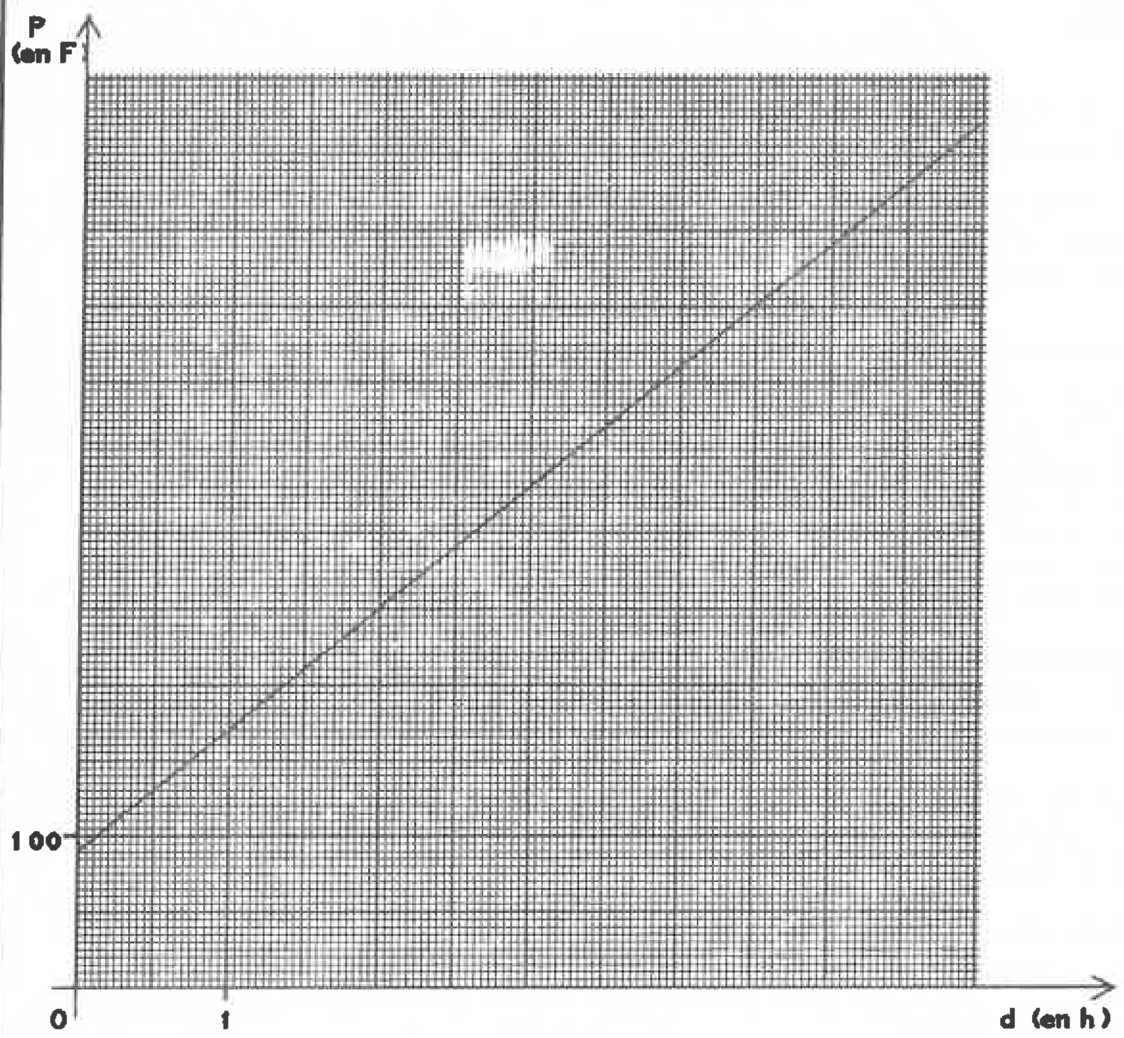
Que peut-on dire d'une telle situation ?

Représente cette situation sur le graphique A.

Compare les deux droites obtenues. Conclusion ?

B. SITUATION DECRITE PAR UN GRAPHIQUE

Un dépanneur en électroménager propose les tarifs décrits dans le graphique B:
- En abscisse: durée (d) de l'intervention en heures.
- En ordonnée: montant (P) de la facture en francs.



GRAPHIQUE B

1 _Que peux-tu dire de ce graphique ?
Traduit-il une situation linéaire ?
Soit b le prix correspondant à 0 heure. On a: b = $\boxed{}$
A quoi correspond b dans la réalité ?

2 _Complète le tableau suivant en utilisant le graphique B.

d durée intervention en h	0	0,5	1	2	3	3,5	5
P montant facture en F							

Ces deux suites sont-elles proportionnelles ?

Calcule comme dans la partie A :

$$\frac{170-90}{1-0} = \qquad \frac{\boxed{} - \boxed{}}{3,5-2} = \qquad \frac{\boxed{} - \boxed{}}{5-0,5} =$$

Soit a le nombre trouvé. Vérifie sur d'autres exemples que l'on trouve toujours a en faisant un calcul analogue.
A quoi correspond a dans la réalité ?

3_De manière pratique, le tarif est calculé de la manière suivante :

P = a x d + b
b représentant le déplacement
a le tarif horaire

Ecris cette formule :

$P = \boxed{}\, d + \boxed{}$

En utilisant cette formule, et après avoir transformé les durées du système sexagésimal au système décimal, complète :

d	1 h30min	4h24min	5h48	7h45				
P en F					282	550	342	586

4_Ce dépanneur vend lui-même des appareils électroménagers.
Aux clients qui lui ont acheté un appareil, il propose après la période de garantie, le même tarif horaire de dépannage, mais ne demande pas les frais de déplacement.
Exprime pour un tel client, la facture P' en fonction de la durée du dépannage.
Que peut-on dire d'une telle situation ?
Représente graphiquement cette situation sur le graphique B.
Compare les deux droites obtenues.

C. SITUATION DECRITE PAR UNE FORMULE

Ayant besoin d'une voiture pour le week-end, je vais voir une agence de location qui me propose la formule suivante :

- 150F de location et 2F par kilomètre parcouru.

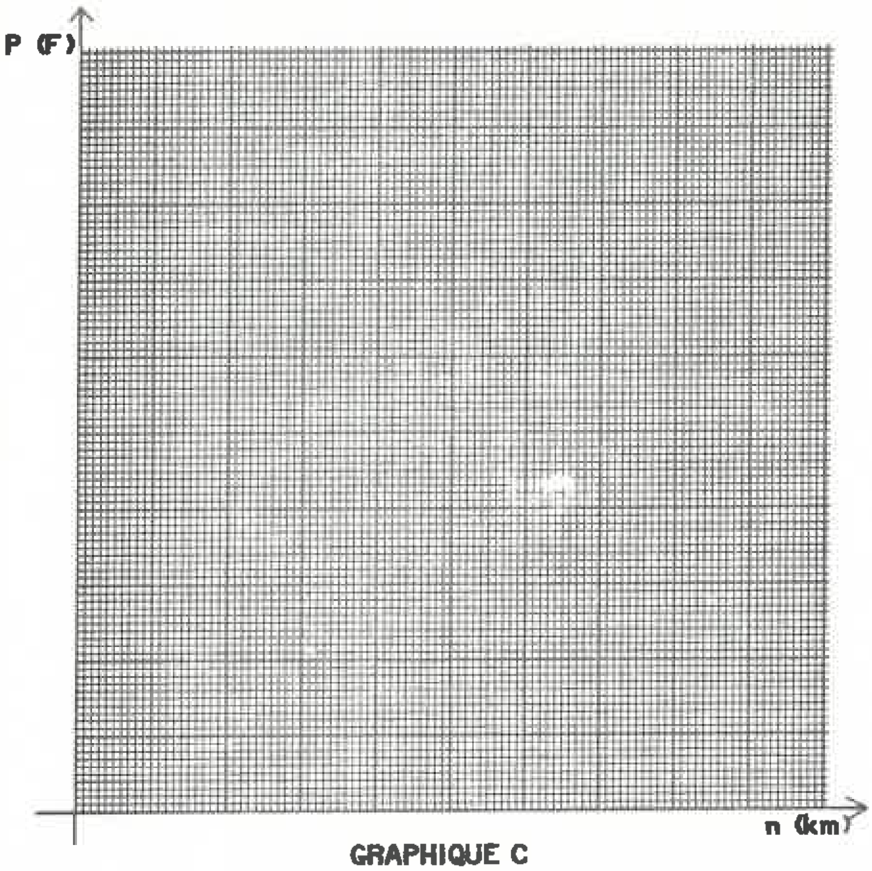
1_Soit n le nombre de kilomètres parcourus pendant le week-end.
Exprime le prix P en francs en fonction du nombre n de kilomètres parcourus :
P =
Cette situation est-elle linéaire ?

2_Complète le tableau :

n (km)	0	50	100	150	200	250	300	400
P (F)								

Ces deux suites sont-elles proportionnelles ?

3_Représente graphiquement
n (km) en abscisse: 1 cm pour 50 km
P (F) en ordonnée: 1 cm pour 100F



GRAPHIQUE C

Que constates-tu ?

D. Cà s'évapore !

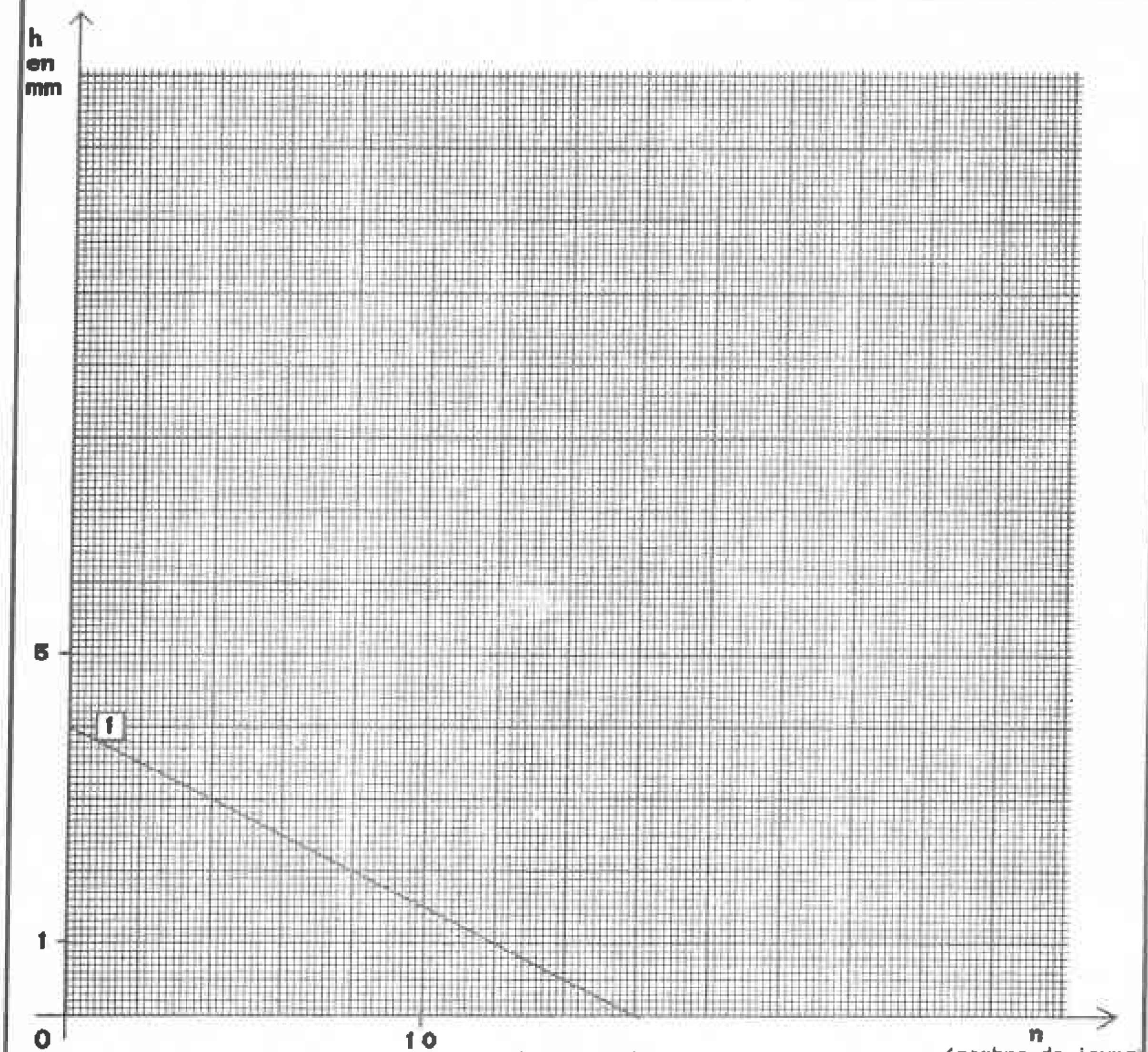
Trois flacons contiennent des liquides différents qui s'évaporent peu à peu.
Pour chacun de ces trois flacons, on a étudié la hauteur h en mm du liquide restant en fonction du nombre n de jours.
Important: L'évaporation est proportionnelle au nombre de jours.

FLACON 1

On a représenté dans le graphique D de la page 6, la hauteur h en fonction du nombre de jours:
n (nombre de jours) en abscisse: 1 cm pour 2jours
h (hauteur en mm) en ordonnée: 1 cm pour 1 mm

Complète le tableau suivant:

n (nombre de jours)	0	2	4	6	8	10	12	14	16
h (hauteur en mm)									



GRAPHIQUE D

Calcule comme dans les situations précédentes:

$$\frac{\boxed{} - \boxed{}}{8 - 2} = \qquad \frac{\boxed{} - \boxed{}}{16 - 0} = \qquad \frac{\boxed{} - \boxed{}}{12 - 4} =$$

Soit ai le nombre trouvé; vérifie sur d'autres exemples qu'on trouve toujours ai .
Soit bi la hauteur du liquide au début de l'expérience. On a: bi = $\boxed{}$

En utilisant le fait que l'évaporation est proportionnelle au nombre de jours, on peut donc écrire si on appelle hi la hauteur correspondant à n jours:

$$\frac{hi - bi}{n - 0} = ai$$

En déduire que: $hi = ai \times n + bi$
Ecris cette formule: hi = $\boxed{}$n + $\boxed{}$
Quel changement important y a-t-il par rapport aux situations précédentes ?
En utilisant cette formule, retrouve par le calcul le nombre de jours nécessaires pour que tout le liquide soit évaporé.

FLACON 2

Pour le deuxième flacon, les résultats ont été notés dans un tableau:

n	0	2	4	6	8	10	12	14	16
h_2	10	9	8	7	6	5	4	3	2

Calcule les rapports suivants:

$$\frac{6-9}{8-2} = \qquad \frac{2-10}{16-0} = \qquad \frac{5-7}{10-6} = \qquad \frac{3-8}{14-4} =$$

Vérifie ce résultat sur d'autres exemples.
Soit a_2 le nombre trouvé.
Soit b_2 la hauteur du liquide en début d'expérience, on a: $b_2 = \boxed{}$
Montre comme pour le flacon 1 que: $h_2 = a_2 \times n + b_2$
Ecris cette formule: $h_2 = \boxed{}\, n + \boxed{}$

Représente ce tableau sur le graphique D. Que constates-tu ?
En utilisant ce graphique, trouve le nombre de jours nécessaires pour que tout le liquide soit évaporé.
Retrouve ce résultat par le calcul en utilisant la formule.

FLACON 3

Pour le troisième flacon, on a établi la formule donnant la hauteur en fonction du nombre de jours:

$$h_3 = -n + 12$$

Complète le tableau suivant:

n	0	1	3	4	6	7	9	10	11
h_3									

Représente cette situation sur le graphique D.
Trouve le nombre de jours nécessaires pour que tout le liquide soit évaporé.

E. Des cas particuliers

Un représentant a le choix entre deux formules de salaire.
Formule 1 : Pas de fixe. 15 % de son chiffre d'affaires.
Formule 2 : Un fixe de 6000F, quel que soit son chiffre d'affaires.

FORMULE 1

Complète le tableau: C chiffre d'affaires en F. S_1 salaire pour la formule 1 .

C	0	1000	2000	5000	10 000	20 000	50 000	70 000	90 000
S_1									

Que peut-on dire des suites obtenues ?

Précise le coefficient a_1 et calcule comme précédemment:

$$\frac{\boxed{\quad} - \boxed{\quad}}{20000 - 5000} = \qquad \frac{\boxed{\quad} - \boxed{\quad}}{70000 - \ \ 0} = \qquad \frac{\boxed{\quad} - \boxed{\quad}}{50000 - 10000} =$$

Quel nombre retrouves-tu ?

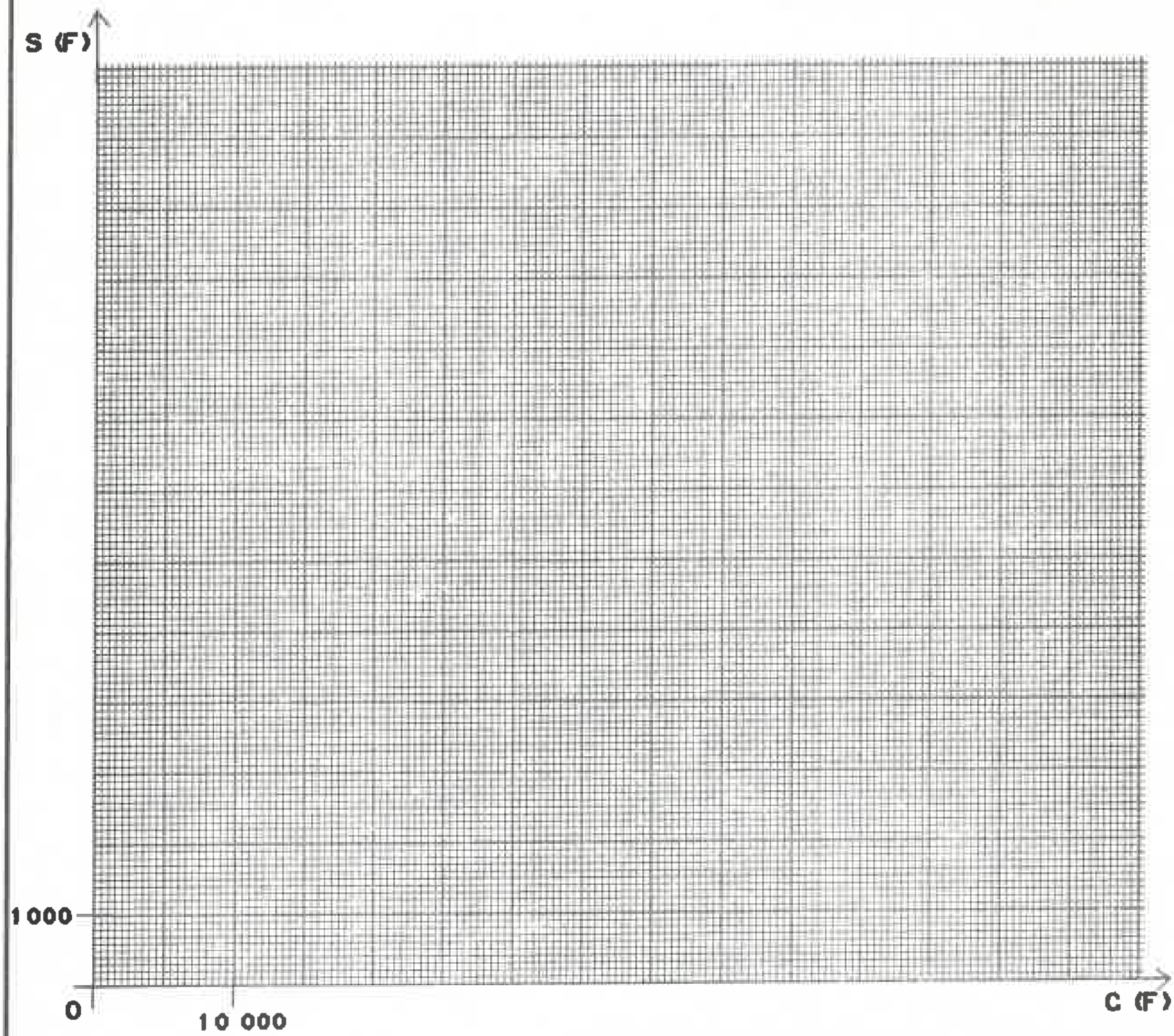
Quel est son salaire si son chiffre d'affaires est nul ?

Soit b_1 ce nombre: $b_1 = \boxed{\quad}$

Donne la formule exprimant S_1 en fonction de C:

$$S_1 = \boxed{\quad} C + \boxed{\quad}$$

Représente cette situation sur le graphique E.



GRAPHIQUE E

Comment s'appelle une telle situation ?

Comment est-elle caractérisée ?

FORMULE 2

Complète le tableau :

C (F)	0	5 000	10 000	20 000	50 000	70 000
S_2 (F)						

Ces deux suites sont-elles proportionnelles ?
Calcule comme précédemment :

$$\frac{\boxed{} - \boxed{}}{20\,000 - 5\,000} = \qquad \frac{\boxed{} - \boxed{}}{70\,000 - 0} = \qquad \frac{\boxed{} - \boxed{}}{50\,000 - 10\,000} =$$

Que constates-tu ? Soit a_2 le nombre trouvé.
Quel est son salaire si son chiffre d'affaires est nul ? Soit b_2 ce nombre. $b_2 = \boxed{}$
Donne la formule exprimant S_2 en fonction de C. $S_2 = \boxed{}\,C + \boxed{}$

Représente cette situation sur le graphique E.
Que constates-tu ?
Retrouve graphiquement et par les formules la valeur de C telle que $S_1 = S_2$.

RESUME

Les situations que nous venons d'étudier sont des **situations affines.**

Elles se caractérisent par la formule: $y = ax + b$

a est appelé **taux d'accroissement**

b est appelé **ordonnée à l'origine**

(car b correspond au point de la droite représentative situé sur l'axe des ordonnées)

De façon expérimentale, nous avons constaté un certain nombre de résultats résumés ci-dessous.

Le dossier suivant va nous permettre de mathématiser de telles situations et d'établir ces résultats.

TABLEAU

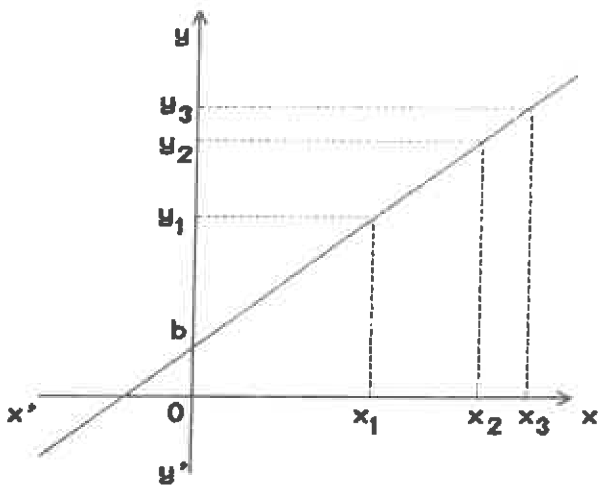
x	x_1	x_2	x_3	...
y	y_1	y_2	y_3	...

On constate que:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \dots$$

a est le taux d'accroissement.

REPRESENTATION GRAPHIQUE



Droite passant par le point (0, b)

b: ordonnée à l'origine

FORME ALGEBRIQUE

$y = ax + b$

MATHEMATIQUES 3 EME

ANNEE SCOLAIRE 1988

DOSSIER N° 48

TITRE:EQUATIONS DE DROITE

3

PREREQUIS

- THALES
- SYMETRIQUE D'UN POINT
- TANGENTE D'UN ANGLE
- COORDONNEES D'UN VECTEUR

OBJECTIFS

- EQUATION D'UNE DROITE PASSANT PAR L'ORIGINE
- COEFFICIENT DIRECTEUR
- DROITES PERPENDICULAIRES
- EQUATION D'UNE DROITE QUELCONQUE
- ORDONNEE A L'ORIGINE

REALISE PAR : DOMINIQUE ANTOINE

PIERRE BISSEY — JEAN CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT — GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX — GERARD PAPA

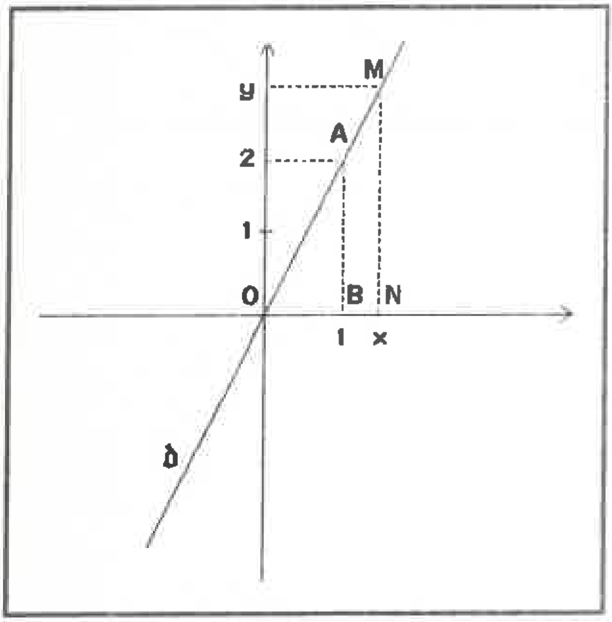
COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

EQUATION DE DROITE

DOSSIER 48

A. DROITE PASSANT PAR L'ORIGINE

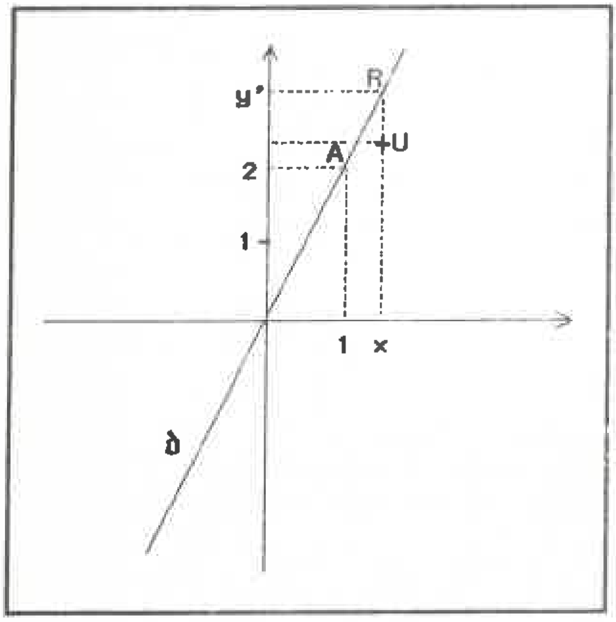
Dans tout ce paragraphe, on se place dans un repère orthogonal.



SITUATION 1

a_Considérons la droite passant par l'origine et le point A(1 ,2).
Soit M un point de coordonnées (x,y) appartenant à cette droite .
On appelle B et N les points de coordonnées (1 ,0) et (x,0).
Ecris les relations de Thalès dans le triangle (OMN).
Déduis-en une relation entre x et y.
Montre alors que: y=2x.

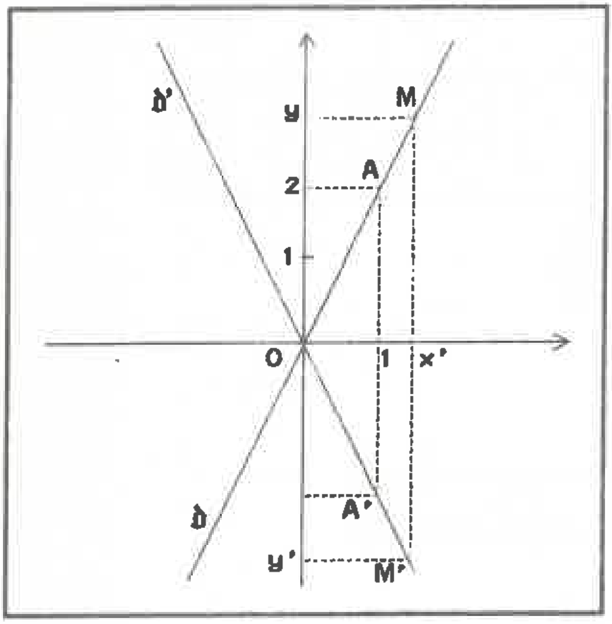
Donc, si M(x,y) appartient à la droite ∂
alors on a: y=2x



b_Réciproquement, considérons un point U(x,y) tel que y=2x.
Soit R(x,y') le point de la droite d'abscisse x.
D'après la conclusion précédente, que peut-on dire pour y' ?
Que peut-on en déduire entre y et y' ?
Que peut-on en conclure entre U et R ?

Donc, si U(x,y) vérifie: y=2x
alors U appartient à la droite ∂

L'équation y=2x caractérise tous les points de la droite ∂
Pour cette raison, on dit que y=2x est l'équation de la droite ∂



SITUATION 2

$\mathfrak{d}$ est la droite d'équation $y=2x$

$\mathfrak{d}'$ est la droite symétrique de $\mathfrak{d}$ par rapport à l'axe des abscisses.
Soit A' le symétrique de A par rapport à $(x'x)$
Quelles sont ses coordonnées ?
Explique pourquoi A' appartient à $\mathfrak{d}$
$M(x,y)$ est un point de $\mathfrak{d}$,donc $y=2x$
M' est le symétrique de M par rapport à $(x'x)$
Explique pourquoi M' appartient à $\mathfrak{d}'$
M' a pour coordonnées (x',y')
Compare x et x', y et y'.
Trouve alors une relation entre y' et x'.
Quelle est l'équation de $\mathfrak{d}'$?

SITUATION 3

Généralisation:

a_Reprends l'étude faite dans la situation 1, en prenant pour A le point de coordonnées $(1,a)$ où a est un nombre positif.
Quelle est l'équation de la droite (OA) ?
Représente cette droite dans le cas où $a=\frac{2}{3}$

b_Que se passe-t-il si a est négatif ?
Représente la droite obtenue pour $a=-\frac{2}{3}$

c_Que se passe-t-il si $a=0$?
Quelle droite obtient-on ?
Quelle est l'équation de l'axe des abscisses ?

Cas particuliers:

Place des points $M(x,y)$ tels que $x=0$.
Quelle droite obtiens-tu ?
Peux-tu en déduire l'équation de l'axe des ordonnées ?

Exercice 1

Dans un repère orthogonal, représente les droites:
$\mathfrak{d}_1$ d'équation $y=2x$
$\mathfrak{d}_2$ d'équation $y=-3x$
$\mathfrak{d}_3$ d'équation $y=\frac{3}{2}x$
$\mathfrak{d}_4$ d'équation $y=-\frac{4}{5}x$

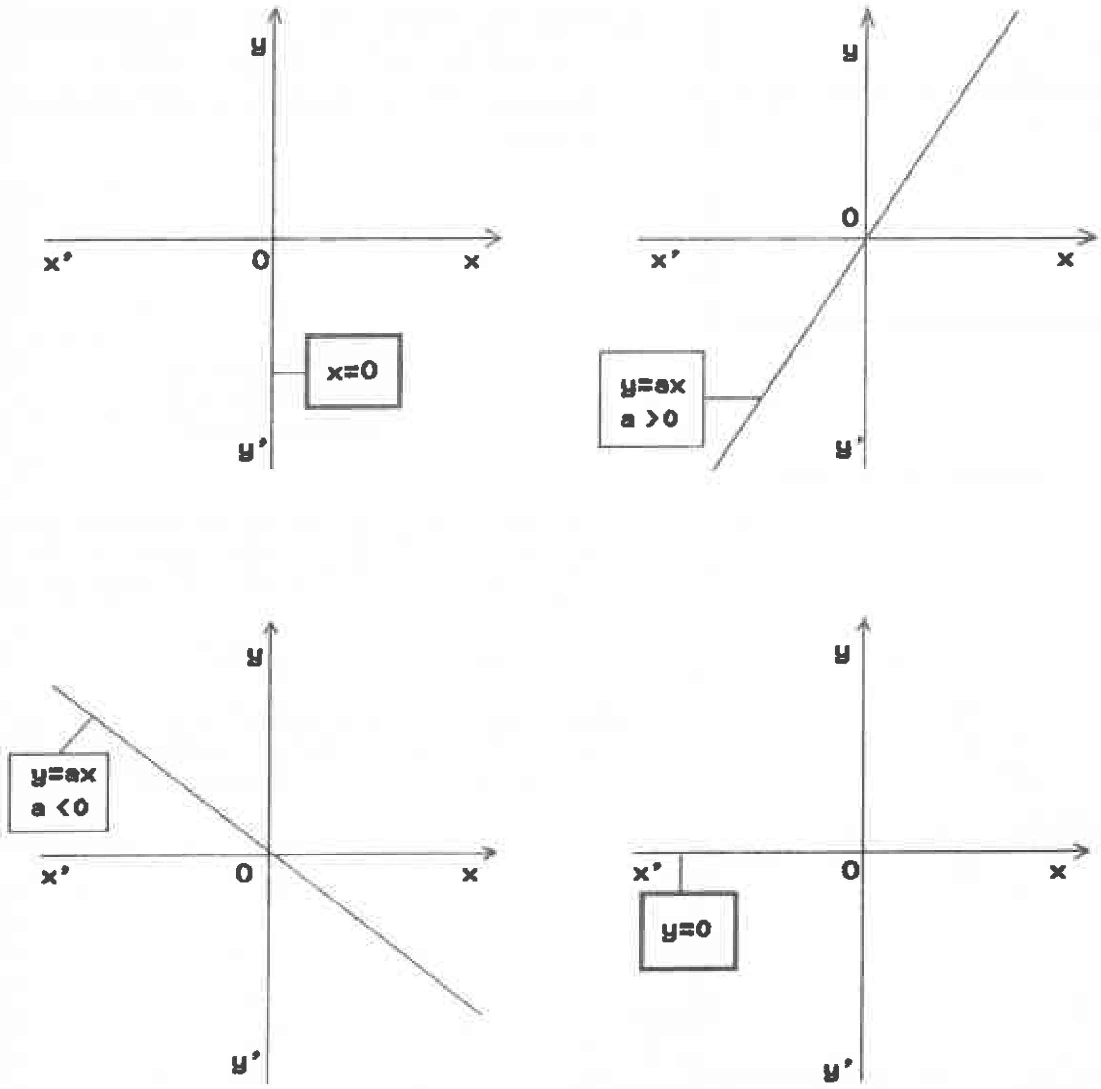
Exercice 2

Dans un repère orthonormal, on donne les points:
$B(3,2)$ $C(2,-4)$ $D(-3,-5)$ $E(-4,2)$
Trace les droites (OB), (OC), (OD), (OE).
Détermine les équations de chacune de ces droites de la manière suivante:
Méthode: La droite (OB) passe par l'origine, donc son équation est de la forme: $y=ax$.
Comme B appartient à cette droite, les coordonnées $(3,2)$ de B vérifient cette équation.
Donc $2 = a \times 3$
D'où $a=\frac{2}{3}$
L'équation de la droite (OB) est donc: $y=\frac{2}{3}x$

RESUME

On appelle équation d'une droite $\mathcal{D}$ dans un repère, la relation liant les coordonnées (x,y) de tout point M de la droite.

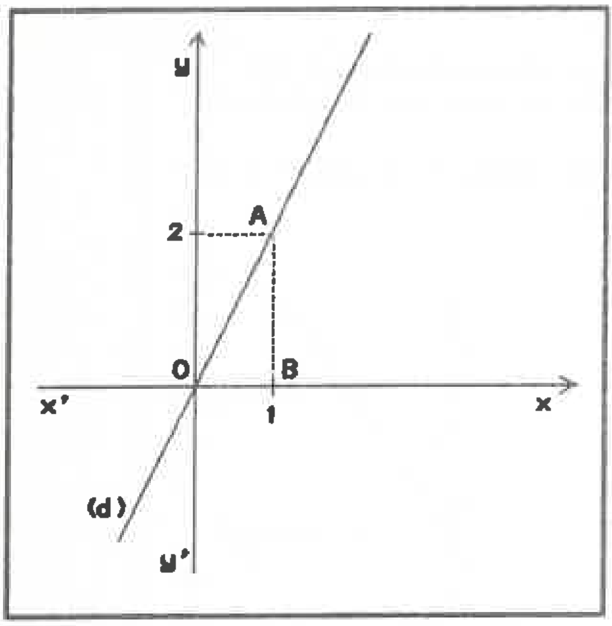
Si la droite passe par l'origine:
–ou bien cette droite est l'axe des ordonnées et alors son équation est : x=0
–ou bien cette droite n'est pas l'axe des ordonnées et alors son équation est de la forme : y=ax
Dans le deuxième cas, on dit que a est le coefficient directeur de la droite et le point de coordonnées (1 , a) appartient à la droite.



B. COEFFICIENT DIRECTEUR EN REPERE ORTHONORMAL

Dans tout ce paragraphe, on se place dans un repère orthonormal :
-Les axes sont perpendiculaires et ont même unité de longueur.

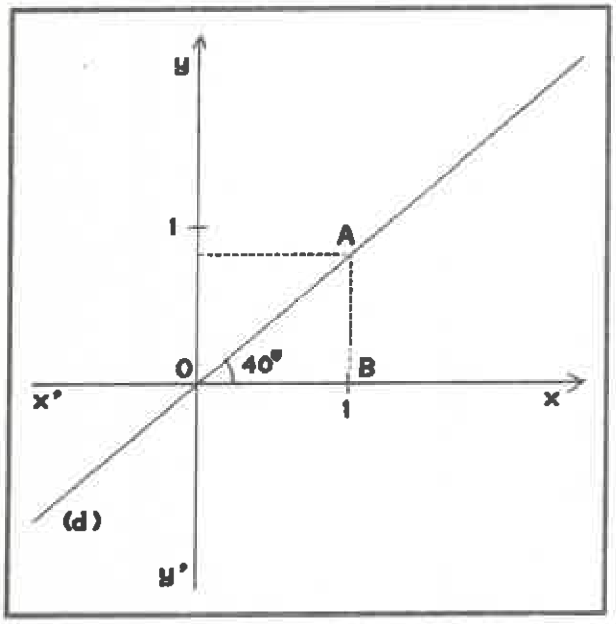
SITUATION 1



a- (d) est la droite d'équation : $y=2x$
Soient A et B les points de coordonnées : $(1, 2)$ et $(1, 0)$
En considérant le triangle rectangle (OAB) rectangle en B, calcule $\tan \widehat{AOB}$.
Que constates-tu ?
Déduis-en la mesure de l'angle AOB en degré.
Vérifie avec ton rapporteur.

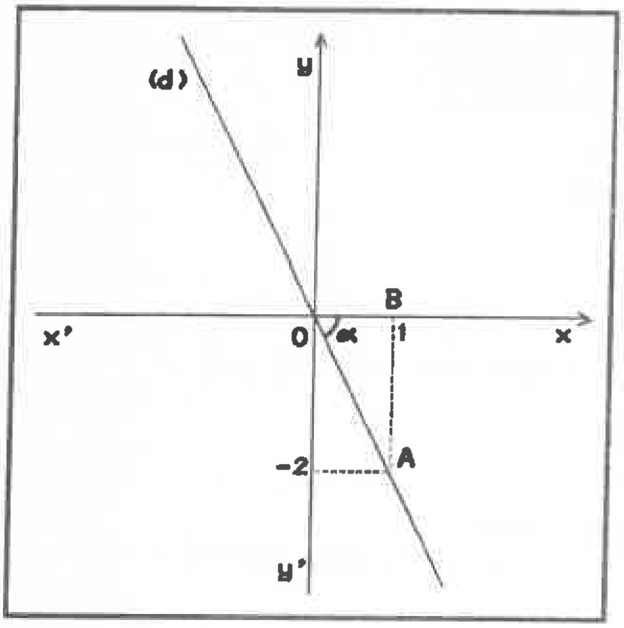
b- Trace les droites (d_1), (d_2), (d_3) d'équations respectives : $y=x$; $y=\frac{1}{2}x$; $y=\sqrt{3}x$
Reprends l'étude faite en a) pour chacune des droites.

SITUATION 2



a- (d) fait un angle de 40 degrés avec (x'x).
Détermine l'ordonnée du point A de (d) d'abscisse 1 (on arrondira le résultat à 0,1 près).
En déduire l'équation de (d).

b- Même travail avec des droites :
(d_1), (d_2), (d_3) faisant respectivement des angles de 20, 50, 80 degrés avec l'axe (x'x)



SITUATION 3

a– (d) est la droite d'équation : $y=-2x$
A et B sont les points de coordonnées respectives: $(1,-2)$ et $(1,0)$
En utilisant la situation 1, calcule tan $\widehat{AOB}$ et la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ en degrés.

b– Reprends le travail précédent avec les droites (d_1), (d_2), (d_3) d'équations respectives
$y=-x$; $y=-\frac{1}{2}x$; $y=-3x$

SITUATION 4

a– Que vaut l'angle $\widehat{x0x}$?
Quelle est sa tangente ?
Retrouve l'équation de (x'x) ?

b– Que vaut l'angle $\widehat{x0y}$?
Que peut-on dire de sa tangente ?
Peut-on écrire l'équation de (y'y) sous la forme $y=ax$?

RESUME

Dans un repère orthonormal:

1 – Si la droite (d) a pour équation $y=ax$ alors l'angle α de (d) avec l'axe (x'x) est tel que:

$$\tan\alpha = a \quad \text{si} \quad a>0$$
$$\tan\alpha = -a \quad \text{si} \quad a<0$$

2 – Si une droite (d) qui passe par l'origine fait un angle α avec l'axe (x'x)

si $\alpha=90°$ alors l'équation de (d) est : $x=0$

sinon l'angle α a pour tangente un nombre 'a' et l'équation de (d) est: $y=ax$ ou $y=-ax$ suivant la position de (d).

C. DROITES PERPENDICULAIRES

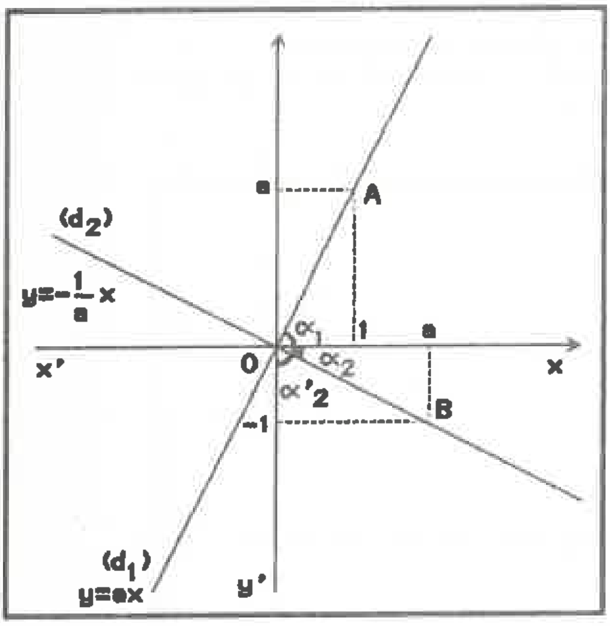
Dans tout ce paragraphe on se place dans un repère orthonormal.

SITUATION 1

a– Trace dans un repère orthonormal, les droites (d_1) et (d_2) d'équations $y=2x$ et $y=-\frac{1}{2}x$
Que constates-tu ?
Calcule : $2\times(-\frac{1}{2})$

b– Trace dans un repère orthonormal, la droite (d_3) d'équation $y=-3x$.
Trace dans le même repère, la droite (d_4) d'équation $y=ax$ où 'a' est tel que: $a\times(-3)=-1$
Que constates-tu ?

Cas général:



Soit (d_1) la droite d'équation $y=ax$ où 'a' est un nombre différent de 0.
(d_1) passe par le point $A(1, a)$ et fait avec $(x'x)$ un angle α_1 donné par : $\tan\alpha_1 = a$

Soit (d_2) la droite d'équation $y=-\frac{1}{a}x$

Montre que la droite (d_2) passe par le point $B(a,-1)$.

La droite (d_2) fait un angle α_2 avec $(x'x)$.
Calcule: $\tan\alpha'_2$ et compare α_1 et α'_2
Que peut-on en déduire pour $\alpha_1 + \alpha_2$?

En conclusion, les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires.

RESUME

Dans un repère orthonormal:

(d_1) a pour équation: $y=ax$

(d_2) a pour équation: $y=a'x$

1–Si (d_1) est perpendiculaire à (d_2), alors $aa'=-1$

2–Si $aa'=-1$ alors (d_1) est perpendiculaire à (d_2)

EXERCICE 1

(d_1) a pour équation $y=-x$.
Quelle est l'équation de la droite (d_2) perpendiculaire à (d_1) et passant par O ?
Construis ces droites dans un repère orthonormal.

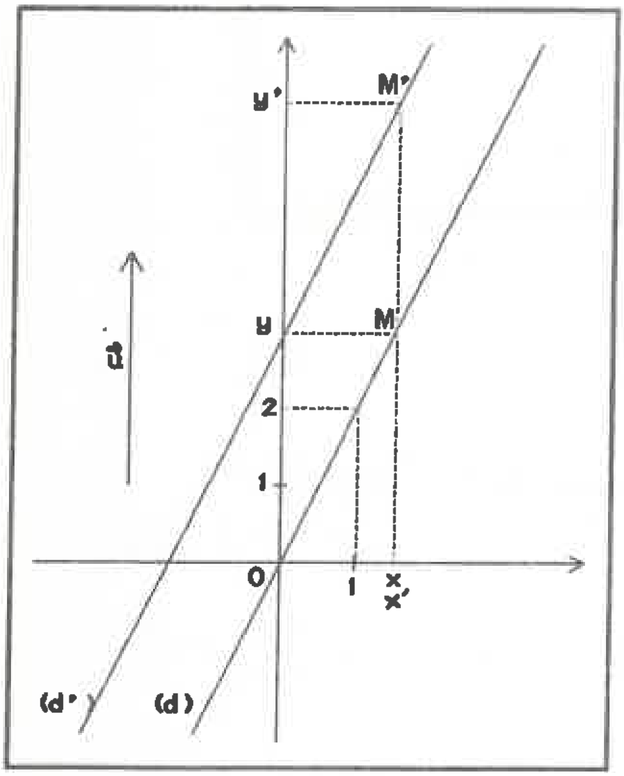
EXERCICE 2

Construis les droites (d_1) et (d_2) d'équation $y=5x$ et $y=-0,2x$.
Montre que ces deux droites sont perpendiculaires et qu'elles passent respectivement par les points $A(-1,-5)$ et $B(10,-2)$.
Que peux-tu en conclure pour le triangle (AOB) ?

EXERCICE 3

La droite (d_1) a pour équation $y=ax$ avec $a>0$ et fait un angle de 30° avec $(x'x)$.
La droite (d_2) a pour équation $y=a'x$ avec $a<0$ et fait un angle de 60° avec $(x'x)$.
Construis ces deux droites.
Détermine leurs équations en calculant les coefficients a et a'.
Vérifie que ces deux droites sont perpendiculaires en calculant le produit aa'.
Pouvais-tu le prévoir directement ?

D. DROITES QUELCONQUES



SITUATION 1

(d) est la droite d'équation $y=2x$.
$\vec{u}$ est le vecteur de coordonnées (0,3)
(d') est l'image de (d) dans la translation de vecteur $\vec{u}$.
On sait que (d') est une droite parallèle à (d).

Soit $M(x,y)$ un point de (d), on a: $y=2x$

Soit $M'(x',y')$ l'image du point M dans la translation de vecteur $\vec{u}$.

Compare x et x', y et y'.
Quelle relation lie y' et x' ?

En conclusion:
Si $M(x,y)$ appartient à (d') alors $y=2x+3$

Réciproquement:
Montre que si $N(x'',y'')$ vérifie $y''=2x''+3$, alors N est l'image d'un point de (d) dans la translation de vecteur $\vec{u}$; donc que N appartient à la droite (d').

SITUATION 2

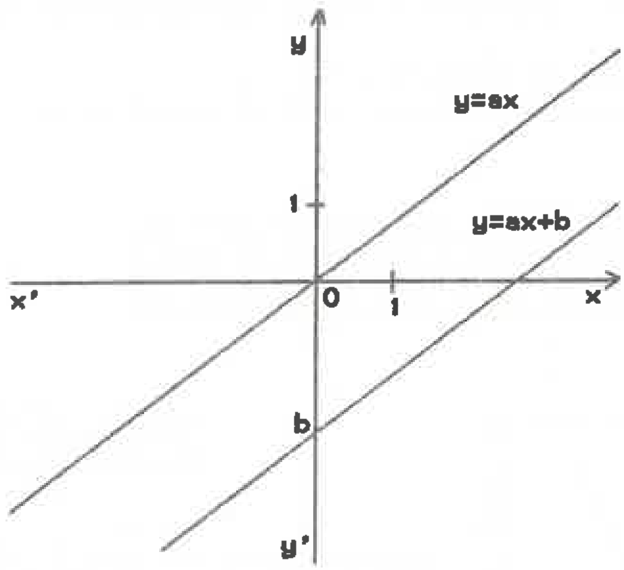
Généralise la situation précédente avec une droite (d) d'équation $y=ax$ et la translation de vecteur $\vec{u}(0,b)$.
Quelle est l'équation de l'image (d') de (d) dans cette translation ?

RESUME

L'équation d'une droite (d) non parallèle à (y'y) est de la forme : y=ax+b où a et b sont des nombres qui déterminent la droite.

1 _ (d) est parallèle à la droite d'équation y=ax.
Pour cela, on dit que : a est le coefficient directeur de (d)

2_ (d) passe par le point (0,b).
Pour cela, on dit que : b est l'ordonnée à l'origine.



EXERCICE 1

Trace les droites d'équations: $y=x+2$ $y=-\frac{1}{2}x+5$ $y=3x-7$

EXERCICE 2

Trace la droite (d) parallèle à la droite d'équation $y=-2x$ et passant par le point B(0;5).
Quelle est l'équation de (d) ?

EXERCICE 3

Soit (d) la droite d'équation: $y=ax+b$.
1 _Que peut-on dire de (d) si b=0 ?
2_Que peut-on dire de (d) si a=0 ? Trace la droite d'équation: y=3.
3-Que peut-on dire de (d) si a=b=0 ?

EXERCICE 4

Soit (d) la droite parallèle à (y'y) et passant par A(2,0).
Que peut-on dire de l'abscisse de tout point de (d) ?
Pour cette raison, on dit que l'équation de (d) est : x=2.

EXERCICE 5

Tracer les droites d'équations: $y=4x+1$ $y=4x-3$ $y=-3x+2$ $y=-3x-2$
Que peut-on dire du quadrilatère obtenu ? Pourquoi ?

MATHEMATIQUES 3 EME

ANNEE SCOLAIRE 1988

DOSSIER N° 49

TITRE: APPLICATIONS AFFINES

3

PREREQUIS

- DOSSIER 47
- DOSSIER 48

OBJECTIFS

- APPLICATIONS AFFINES
- PROPORTIONNALITE DES ACCROISSEEMNTS / TAUX
- PARALLELISME ET PERPENDICULARITE DE DEUX DROITES
- EQUATION D'UNE DROITE CONNAISSANT 2 POINTS OU LE COEFFICIENT DIRECTEUR ET UN POINT
- CONSTRUCTION D'UN TABLEAU DE VALEURS

REALISE PAR : DOMINIQUE ANTOINE

PIERRE BISSEY JEAN CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

APPLICATION AFFINE

DOSSIER 49

I APPLICATION AFFINE

Ce paragraphe a pour objectif de faire la synthèse des notions étudiées dans les dossiers 47 (situations affines) et 48 (équations de droites).

A..Définition

Soit a et b deux nombres donnés.
On appelle application affine une application de la forme:
$$f: x \longmapsto ax+b$$

Exemples: $f: x \longrightarrow 2x+3$ $\quad g: x \longrightarrow \frac{3}{5}t-7$

Cas particuliers:
Si $a=0$, on a une **application constante.**
Si $b=0$, on a une **application linéaire.**

B..Représentation graphique

On se donne un repère orthogonal.
Soit $f: x \longrightarrow ax+b$ une application affine.
Nous noterons: $y=f(x)$ soit $y=ax+b$

Définition
On appelle représentation graphique de l'application affine f dans le repère donné, l'ensemble des points M de coordonnées (x,y) tels que: $y = f(x)$.

D'aprés le dossier 48, on peut donc donner le résultat suivant:

Propriété
La représentation graphique de l'application affine f est la droite d'équation $y = ax+b$

Tableau de valeurs:
Pour passer de l'application affine à sa représentation graphique, il peut être pratique de construire un tableau de valeurs:

Exemple: Soit à représenter l'application $f: x \longrightarrow 2x-3$
On fait le tableau ci-contre dans lequel y est calculé en fonction de x par la formule: $y=2x-3$

x	0	2	-2	4
y	-3	1	-7	5

On place alors les points de coordonnées:
$(0;-3)$ $(2;1)$ $(-2;-7)$ $(4;5)$
Ceux-ci doivent être alignés. On trace alors la droite.

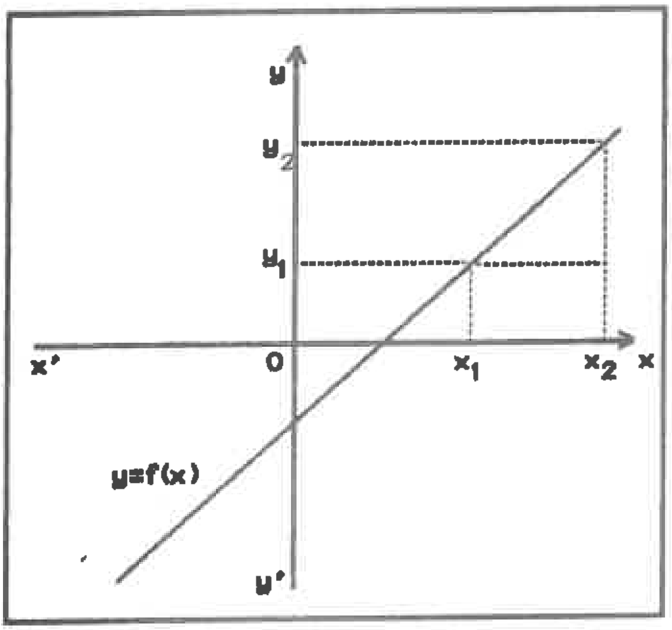
Remarque: Théoriquement, il suffit de calculer les coordonnées de deux points, puisqu'on doit obtenir une droite. Mais il est prudent d'en calculer 3 comme vérification.

Exercice: Représente graphiquement chacune des applications affines suivantes, après avoir fait un tableau de valeurs.

$f: x \longrightarrow 3x-2$ $\quad g: x \longrightarrow -4x+5$ $\quad h: x \longrightarrow \frac{2}{3}x+1$ $\quad i: x \longrightarrow -\frac{3}{2}x-1$

Remarque: Pour l'application h , il peut être intéressant de prendre pour x des valeurs multiples de trois. Pourquoi ?

C..Proportionnalité des accroissements



Soit $f: x \longrightarrow ax+b$ une application affine.
Pour tous nombres x_1 , x_2 distincts, on a:

$y_1 = f(x_1) = ax_1+b$

$y_2 = f(x_2) = ax_2+b$

Montre que : $y_2-y_1 = a(x_2-x_1)$

Conclusion: $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = a$

Définition

$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ s'appelle le taux d'accroissement de l'application f entre x_1 et x_2

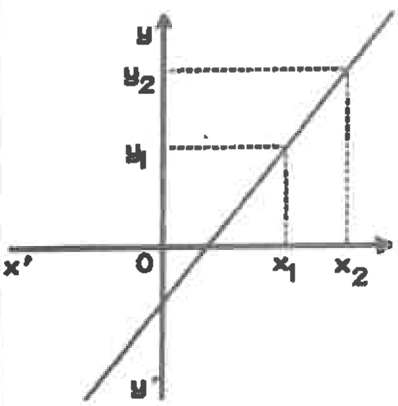
Propriété

Pour une application affine $x \longrightarrow ax+b$, l'accroissement des ordonnées $(y_2 - y_1)$ est proportionnel à l'accroissement des abscisses (x_2-x_1).
Le taux d'accroissement est donc constant et égal à: a.

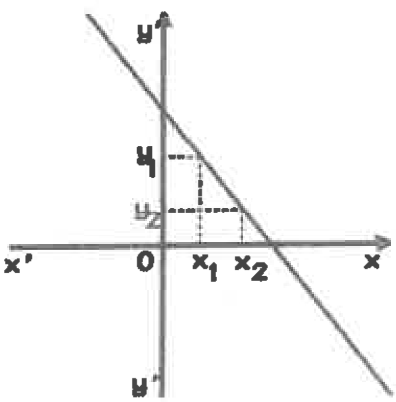
D..Sens de variation

Une application est croissante lorsque son taux d'accroissement est toujours positif :
les ordonnées croissent lorsque les abscisses croissent.
Une application est décroissante lorsque son taux d'accroissement est toujours négatif :
les ordonnées décroissent lorsque les abscisses croissent.
Une application est constante lorsque son taux d'accroissement est toujours nul :
les ordonnées sont toutes égales.

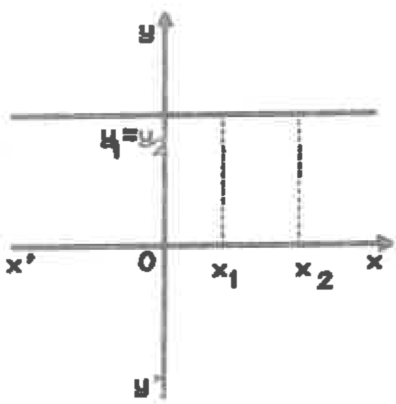
Propriétés



Si $a > 0$ alors :
f est croissante



Si $a < 0$ alors :
f est décroissante



Si $a = 0$ alors :
f est constante

Remarque: Le taux d'accroissement de $f: x \longrightarrow ax+b$ est le coefficient directeur de la droite d'équation: $y=ax+b$.

Exercice Soient $f: x \longmapsto \frac{2}{3}x+7$ $g: x \longmapsto -5x+\frac{2}{3}$ $h: x \longmapsto 7$

a_Précise pour chacune de ces applications, son taux d'accroissement et son sens de variation.

b_Représente graphiquement chacune de ces applications et vérifie la dernière propiété.

E. Parallélisme et orthogonalité

Soit $f: x \longmapsto ax+b$ une application affine, (d) sa représentation graphique.
Soit $g: x \longmapsto a'x+b'$ une application affine, (d') sa représentation graphique.
D'après ce que nous avons vu dans le dossier 48, on a:

Propriété

Dans un repère quelconque:

Si $a=a'$ alors (d) et (d') sont parallèles
Si (d) et (d') sont parallèles alors $a=a'$

Dans un repère orthonormal:

Si $aa'=-1$ alors (d) et (d') sont perpendiculaires
Si (d) et (d') sont perpendiculaires alors $aa'=-1$

Exercice Pour chacune des applications suivantes, donne le sens de variation et représente les graphiquement dans un même repère orthonormal.
Vérifie sur ces exemples, la propriété précédente.

$f: x \longmapsto \frac{1}{2}x+3$ $g: x \longmapsto -2x-1$ $h: x \longmapsto 5$
$i: x \longmapsto 3x$ $j: x \longmapsto 3x-5$ $k: x \longmapsto \frac{5}{4}x-2$

II DETERMINATION D'UNE APPLICATION AFFINE PAR DEUX NOMBRES ET LEURS IMAGES

Situation Déterminer l'application affine f telle que:
$f(1) = -2$ $f(3) = 4$

Méthode Notons: $f(x) = ax + b$
Nous connaîtrons f lorsque nous aurons calculé a et b.

1 _On détermine a :

x	1	3
y	-2	4

a étant le taux d'accroissement, on a:

$a = \frac{4+2}{3-1}$ donc $a = \frac{6}{2}$ $a = 3$

Donc $f(x) = 3x + b$

2 _On détermine b :

Comme $f(1) = -2$ on a: $3 \times 1 + b = -2$
donc: $3 + b = -2$
d'où: $b = -2 -3$
et enfin: $b = -5$

Donc $f(x) = 3x - 5$

3 _On vérifie:

$f(3) = 3\times3 - 5$ d'où $f(3) = 4$

Exercice Détermine les applications affines :

1_ f telle que: $f(1) = 3$ et $f(5) = 11$
2_ g telle que: $g(-2) = 7$ et $g(3) = -8$
3_ h telle que: $h(1) = -\frac{3}{2}$ et $h(4) = 0$
4_ i telle que: $i(3) = 15$ et $i(-2) = -10$
5_ j telle que: $j(-3) = 2$ et $j(4) = 2$

Application : Equation d'une droite passant par deux points donnés A et B

Exemple Dans un repère, on se donne les points A(-3 ; 1) et B(2 ; 11).
Pour trouver l'équation de la droite (AB), on va déterminer l'application affine f qui représente la droite (AB) :
On doit avoir: $f(-3) = 1$ et $f(2) = 7$
Notons: $f(x) = ax + b$
Montre que: $f(x) = 2x + 7$
On en déduit que: L'équation de la droite (AB) est: $y = 2x + 7$

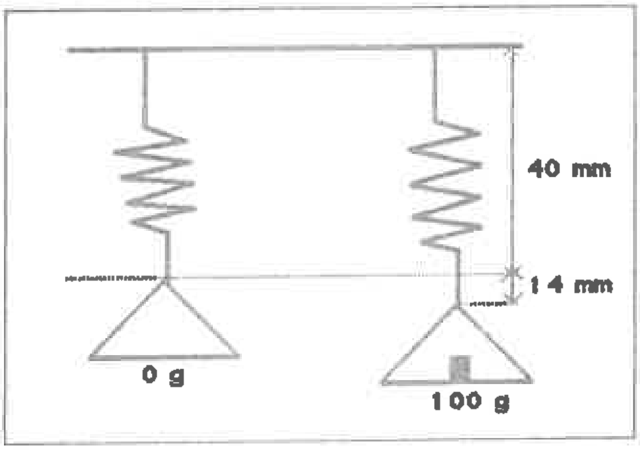
Exercice Dans un repère orthonormal, on donne les points A(-1 ; 2) B(2 ; 3) C(1 ; -4)
1. Place les points. Que constates-tu pour le triangle (ABC) ?
2. Détermine les équations des droites : (AB) (AC) (BC)
3. Montre ce que tu as constaté en 1, concernant le triangle (ABC).

III DES SITUATIONS AFFINES, LINEAIRES, ... ET D'AUTRES

Dans les paragraphes I et II, nous avons vu l'étude générale des applications affines.
Dans les situations "concrètes", il faut réduire l'étude à l' ensemble des valeurs possibles.

A.. Etude de la longueur d'un ressort

Soit M la masse posée sur le plateau à l'extrémité du ressort, et soit L la longueur du ressort.
Si M = 0 g alors L = 40 mm
Si M = 100 g alors L = 54 mm



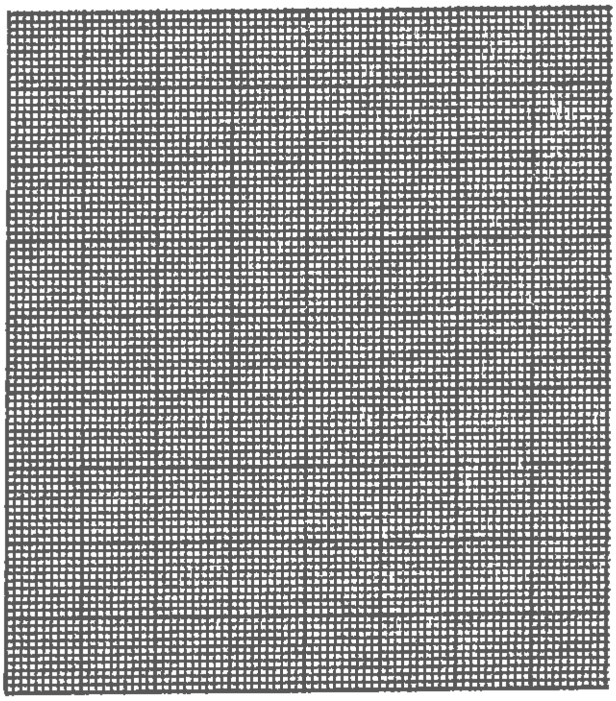
Sachant que la relation qui permet d'exprimer L en fonction de la masse M est affine, écrire cette relation.

On obtient ainsi une application affine:
$M \longrightarrow f(M) = L$

Cette application affine ne représente la situation que pour des valeurs de M comprises entre 0 et 500. En effet la masse est un nombre positif et par ailleurs si la masse est trop grande (ici > 500), le ressort perd de son élasticité et la relation n'est plus affine.
Donc:
$0 \leqslant M \leqslant 500$

Complèter le tableau et faire un graphique

M(g)	L (mm)
50	
200	
310	
	50,5
	72,2
	98,8



B.. Consommation d'essence

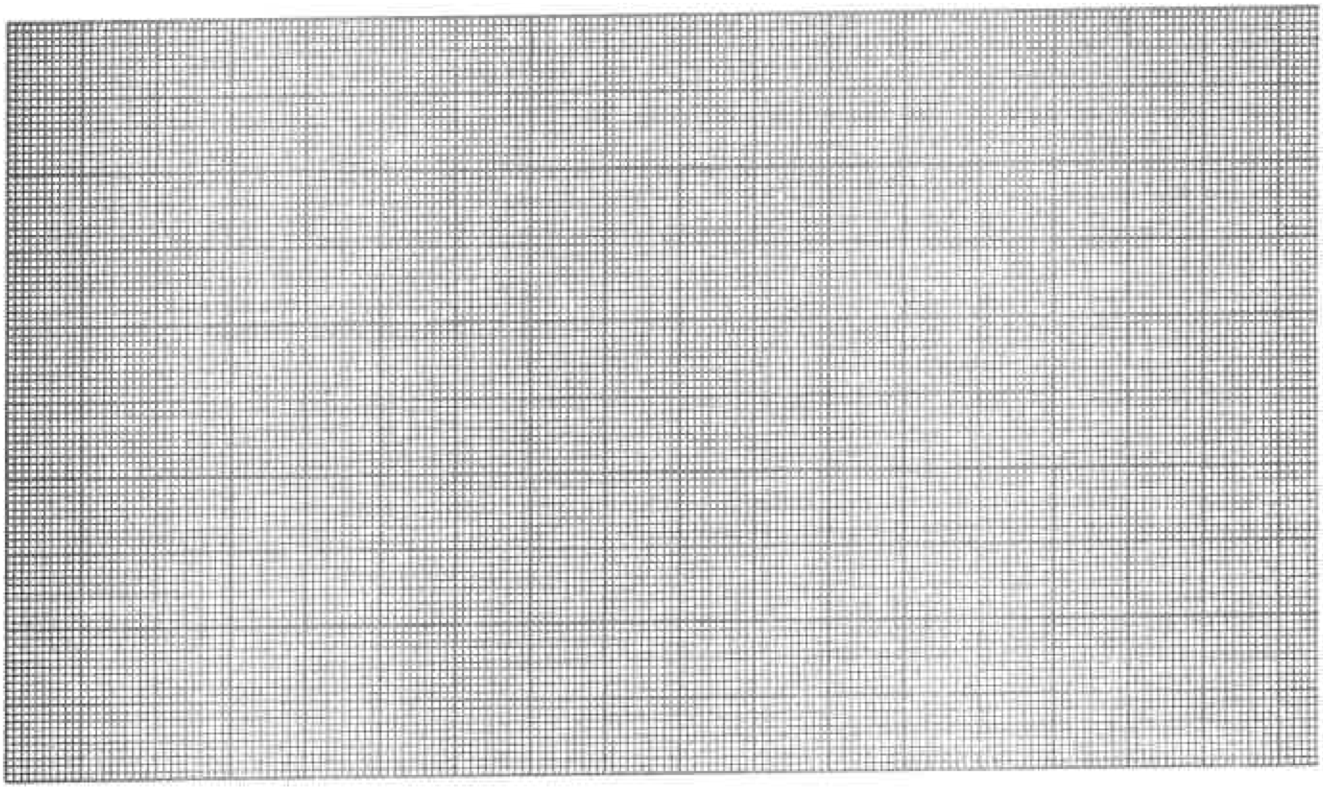
Le réservoir d'une automobile contient 35 litres.
La consommation moyenne à la vitesse de 100 km/h est de 10 l au 100 km.
Avant de partir, on fait le plein (35 l) et on roule régulièrement à 100 km/h.

1_Exprimer la quantité d'essence $f(x)$ contenue dans le réservoir en fonction du nombre x de kilomètres parcourus.

2_Représenter graphiquement la fonction f de $x = 0$ (km) jusqu'au moment de la panne sèche:
 _en abscisse : 1 cm pour 25 km
 _en ordonnée: 1 cm pour 5 l
Que vaut alors x ?

3_Même travail avec une automobile dont le réservoir contient 44 l et dont la consommation moyenne à 100 km/h est de 11 l au 100 km.

4_Même travail avec une automobile dont le réservoir contient 22,5 l et dont la consommation moyenne à 100 km/h est de 6 l au 100 km.



C.. Capital et intérêt

Lorsqu'on a une somme d'argent, on a un capital.
On place alors ce capital pour qu'il rapporte des intérêts.
Le taux de placement indique l'intérêt annuel en %.

Exemple Un taux de 8% indique que pour 100 F placés, on aura un intérêt annuel de 8 F.
On a alors, au bout d'un an, un nouveau capital constitué de l'ancien capital et des intérêts.
Dans l'exemple, ce nouveau capital sera 108 F.

Situation 1

Je place un capital C de 25 000 F pendant un an à t%.
Soit C' le nouveau capital au bout d'un an.

1_Montre que C' est fonction affine du taux t.
Ecris la formule: $C' = at + b$ en précisant a et b.

2_Représente graphiquement cette fonction :
 _en abscisses : 1 cm pour 1 %
 _en ordonnées: 1 cm pour 250 F (à partir de 25 000 F)

Situation 2

On fixe le taux à 5%.
Soit C un capital de départ.
Montre que le capital C' obtenu au bout d'une année est donné par:

$$C' = 1,05\ C$$

Que peut-on dire de l'application exprimant C' en fonction de C.
Représente graphiquement cette fonction :

- en abscisses : 1 cm pour 1 000 F
- en ordonnées : 1 cm pour 2 000 F

Ecris la formule $C' = aC$ pour les taux suivants:

10%   8%   6,5%   15%   12,5%

D.. Augmentation ou réduction

On peut généraliser ce qui a été fait dans la situation 2 du paragraphe précédent aux problèmes d'augmentation et de réduction.

1 – Un commerçant établit son prix de vente en appliquant la règle :

Prix de revient + Bénéfice = Prix de vente

Il exprime son bénéfice en % par rapport au prix de revient.
Nous noterons : R le prix de revient et V le prix de vente.
Si son bénéfice est égal à 20% de son prix de revient, montre que:

$$V = 1,2\ R$$

Que peut-on dire d'une telle application ?

2 – Ecris cette formule $V = aR$ pour les bénéfices suivants :

15%   18%   40%   60%   50%   100%

3 – Tu as déjà vu fleurir ces étiquettes " SOLDE " en certaines périodes de l'année.
Tu sais peut-être qu'on obtient le prix soldé en faisant :

Prix réel – Solde = Prix soldé

Les soldes sont en général exprimées en % par rapport au prix réel.
Nous noterons : R le prix réel et S le prix soldé.
Si les soldes sont égales à 20% du prix réel, montre que : $S = 0,8\ R$
Que peut-on dire d'une telle application ?

4 – Ecris cette formule $S = aR$ pour les soldes suivantes :

10%   8%   50%   15%   30%   75%

5 – On se donne une quantité de départ Q et une quantité d'arrivée Q' calculée à partir de Q en appliquant soit une augmentation, soit une réduction.
Dans chacun des cas suivants, précise si c'est une augmentation ou une réduction, et exprime la en % par rapport à Q :

$Q' = 1,09\ Q$	$Q' = 0,93\ Q$	$Q' = 1,95\ Q$	$Q' = 1,33\ Q$
$Q' = 1,25\ Q$	$Q' = 0,78\ Q$	$Q' = 0,43\ Q$	$Q' = 0,98\ Q$

E.. Du haut de la Tour Eiffel

La Tour Eiffel possède 3 plates-formes, l'une à 37,85 m au dessus du sol, la deuxième à 115 m, la troisième à 276,15 m .
Je désire vérifier la loi suivante :
Si je lâche un objet dans le vide, son mouvement est (en négligeant la résistance de l'air) donné par la formule:

$$z = \frac{1}{2} g\ t^2$$

où z est la distance parcourue en mètres
t est la durée de la chute
g est une constante égale à $9,8\ m/s^2$

Pour vérifier cette loi, je monte entre la deuxième et la troisième plate-forme, à une hauteur de 176,40 m et je lâche le vieux réveil rouillé de la tante Adèle.
D'après ce qui précède, j'en déduis que la hauteur h de l'objet en fonction de la durée de chute t est donnée par la formule :

$$h = 176,40 - 4,9\ t^2$$

1_h est-elle fonction affine de t ?

2_Compléte le tableau:

t (durée en s)	0	1	2	3	4	5	6
h (hauteur en m)							

Au bout de combien de temps l'objet touche-t-il le sol ?

3_Calcule les taux d'accroissements:

$\dfrac{\boxed{} - \boxed{}}{1 \quad - \quad 0}$ $\qquad$ $\dfrac{\boxed{} - \boxed{}}{2 \quad - \quad 1}$ $\qquad$ $\dfrac{\boxed{} - \boxed{}}{5 \quad - \quad 4}$

Tu trouves des nombres négatifs. Ces nombres sont-ils égaux ?
Est-ce une situation affine ?

4_Représente le tableau précédent sur le graphique de la page 49-8 :
- _en abscisse : 2 cm pour 1 s
- _en ordonnée: 1 cm pour 10m

Est-ce une situation affine ?
Joins les points par une courbe : Tu obtiens une parabole.

F.. Intérêts composés

Cette situation est une étude d'un problème de mathématiques financières, celui des intérêts composés.
Je place 1000F à 10%.
Ceci veut dire qu'au bout d'un an, mon nouveau capital sera :
1 000 + 1 000 × 10% = 1 000 + 100 = 1100 F
En remarquant que 10% = 0,1 on voit que le calcul du nouveau capital peut se faire d'une autre manière:
1 000 × 1,1 = 1100 F
En laissant placé ce nouveau capital, j'aurai au bout de deux ans :
1100 × 1,1 = 1210 F
Au bout de trois ans :
1210 × 1,1 = 1331 F soit 1330 F environ.

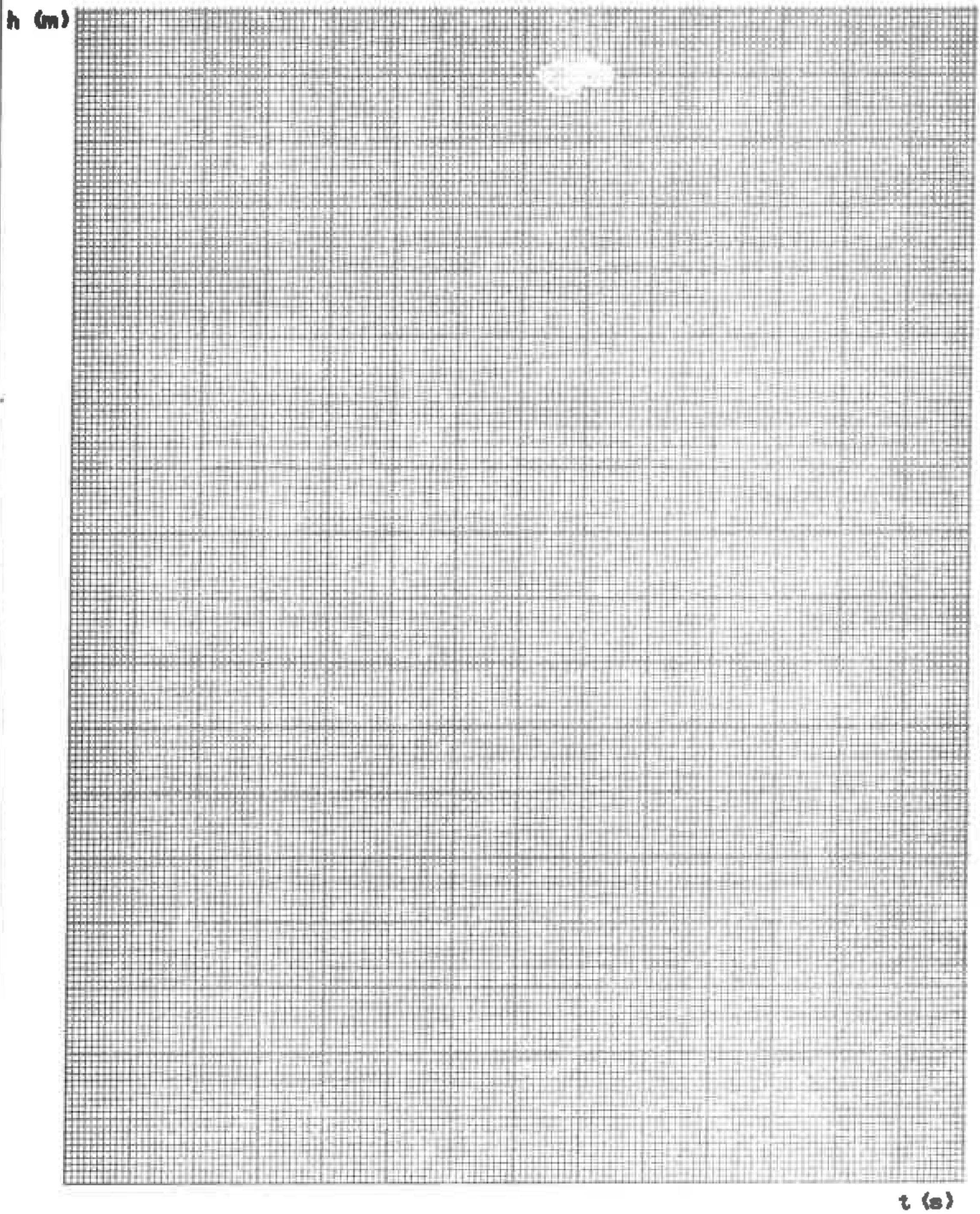
En utilisant cela, complète le tableau suivant en arrondissant à 10 F près par défaut :

n est le nombre d'années C est le capital

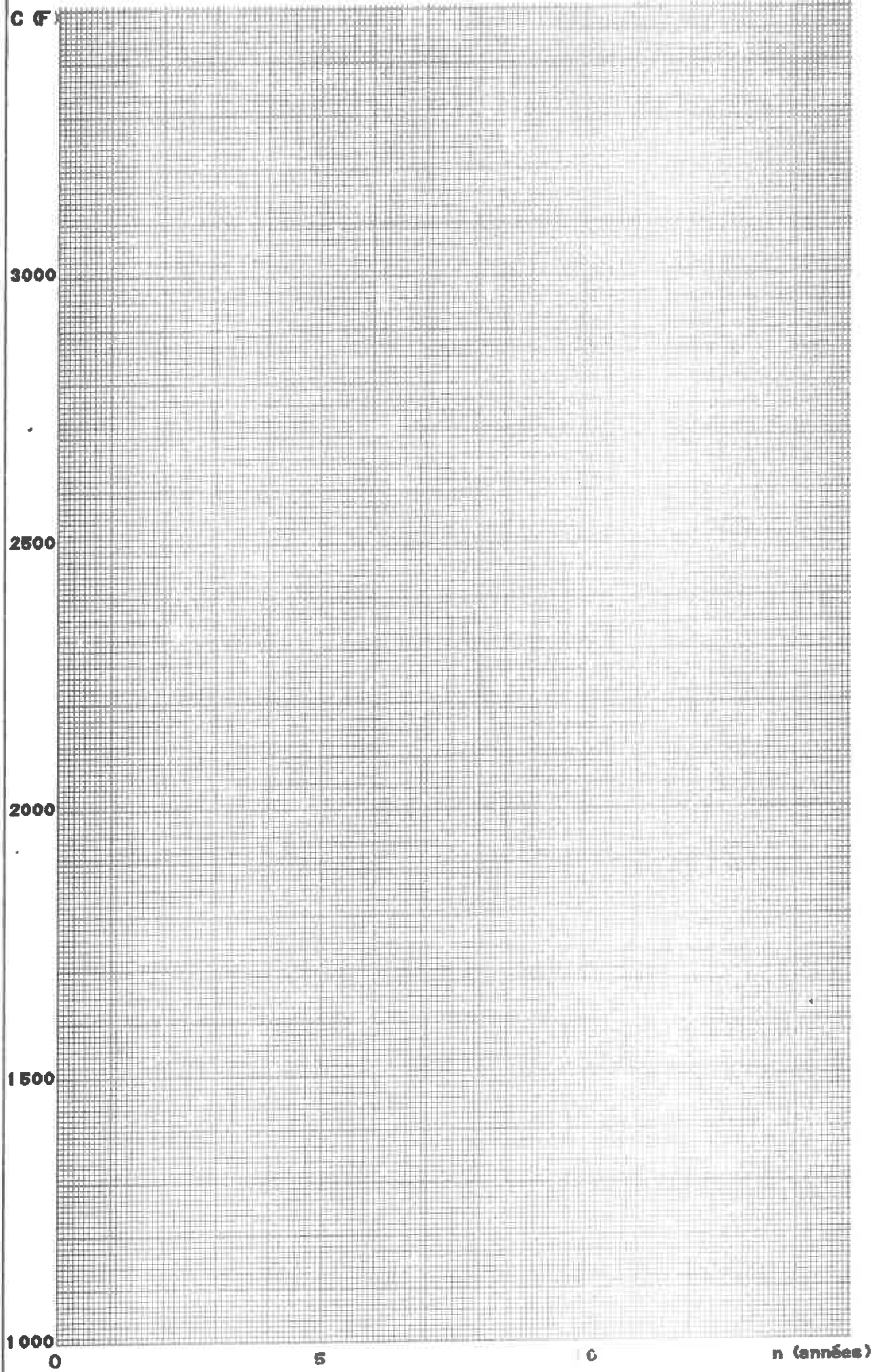
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
C	1100	1210	1330											

Au bout de combien d'années aurai-je doublé mon capital ? triplé mon capital ? Quadruplé mon capital ?
Représente cette situation sur le graphique de la page 49-9.
Joindre les points obtenus par une courbe.
Cette situation est-elle affine ? Pourquoi ?

CHUTE DU HAUT DE LA TOUR EIFFEL



INTERETS COMPOSES

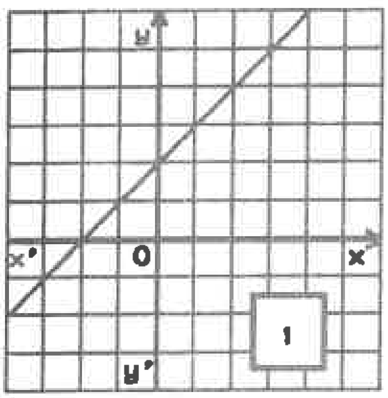


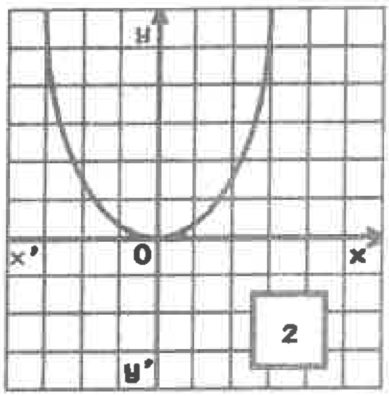
IV RECONNAIRE UNE SITUATION AFFINE

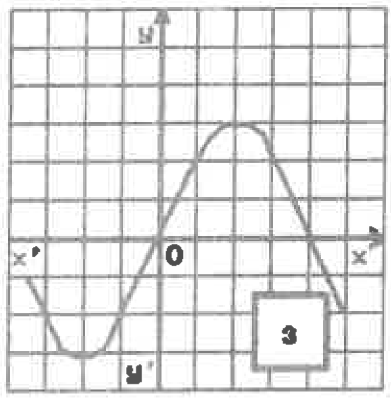
Les exercices suivants doivent te permettre de vérifier si tu as bien compris la notion d'application affine.
Pour chacune des situations présentées, tu devras dire si elle est affine ou non en justifiant ta réponse.

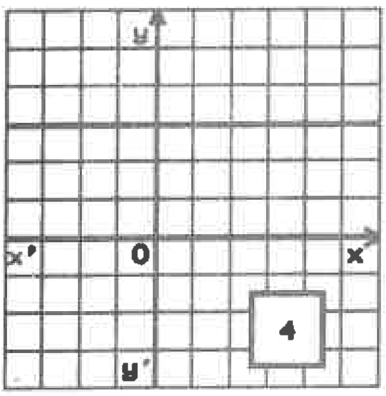
A.. Graphique

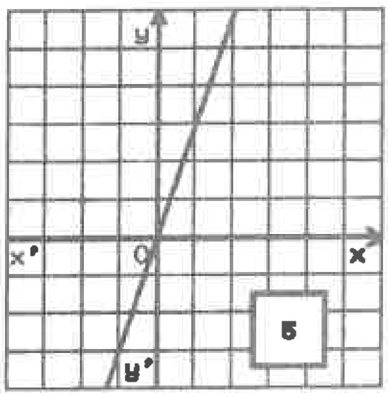
Pour chacun des graphiques ci-dessous, dis s'il représente une situation affine :

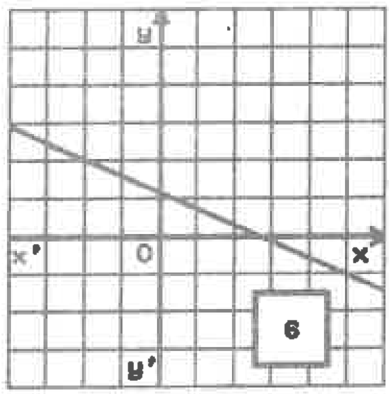












B.. Tableau

Pour chacun des tableaux suivants, dis s'il représente une situation affine :

x	9	17	25	43	72
y	27	51	75	129	206

x	7	13	15	20	32
y	10,2	17,4	19,8	25,8	40,2

x	1	9	17	22	33
y	7	3	15	7	9

x	3	9	13	19	21
y	2,25	6,75	9,75	14,25	15,75

C.. Formule

Pour chacune des formules suivantes, dis si elle représente une situation affine:

1) $y = 5x - 19$
2) $y = 7x^2$
3) $y = \dfrac{7x + 3}{2x - 5}$
4) $y = 18$
5) $y = 0{,}3\ x$
6) $P = 8\ I$
7) $P = 1{,}8\ I^2$
8) $z = 9{,}81\ t^2$
9) $A = 0{,}08t + 27200$

D.. PROBLEMES

1 – Un rectangle a pour largeur 8 mètres et pour longueur x mètres.
Son périmètre P est-il fonction affine de sa longueur x ?

2 – Je loue une voiture : je dois payer 110 F de location, et 0,40 F par kilomètre parcouru.
Le prix total est-il fonction affine du nombre de kilomètres x parcourus ?

3 – Un rectangle a pour aire 100 m^2
La longueur L est-elle fonction affine de la largeur l ?

4 – Je place un capital $C = 1\,000$ F.

Au bout d'un an, j'ai un capital :	$C_1 = C \times 1{,}09$
de deux ans :	$C_2 = C_1 \times 1{,}09$
de trois ans :	$C_3 = C_2 \times 1{,}09$

5 – L'aire d'un disque est-elle fonction affine du rayon R de ce disque ?

V POUR FINIR : DES CLASSIQUES DU BREVET

Problème 1

La voiture de M. Durand, représentant de commerce, est en panne. Il va louer un véhicule, et on lui propose deux contrats possibles :

— Contrat A : il payera 3 F pour chaque kilomètre parcouru.

— Contrat B : il versera 200 F pour la location, et 2 F pour chaque kilomètre parcouru.

Aujourd'hui, M. Durand doit se rendre de Paris à une ville distante de *x* kilomètres. A combien s'élèvera sa dépense *y* dans le cas où il choisit le contrat *A*? le contrat *B*?

Représenter graphiquement *y* en fonction de *x* dans les deux cas, sur la même figure (unités graphiques : 2 cm pour 100 km sur l'axe des abscisses; 1 cm pour 100 F sur l'axe des ordonnées).

Pour répondre aux questions suivantes, *on utilisera le graphique et on indiquera à chaque fois la méthode utilisée :*

Quel contrat choisit M. Durand pour se rendre :

— de Paris à Limoges (400 km)?

— de Paris à Évreux (100 km)?

— de Paris à Soissons (200 km)?

Quelle économie réalise-t-il en choisissant le tarif le plus avantageux pour aller de Paris à Limoges?

M. Durand ne peut pas dépenser plus de 900 F. Quelles sont les villes où il peut se rendre au départ de Paris : Metz (331 km), Lille (219 km), Nantes (376 km)?

Paris 1987

Problème 2

Une personne veut adhérer à une bibliothèque de prêt. Elle a le choix entre deux possibilités :

1re possibilité :
Payer 3 F par livre emprunté.

2e possibilité :
Acheter une carte d'abonnement au prix de 9 F, valable un mois, puis payer 1 F par livre emprunté.

1. Combien devrait-elle payer mensuellement, dans chaque cas, si elle empruntait :

a) 2 livres par mois?

b) 5 livres par mois?

2. x étant le nombre de livres empruntés par mois, on note :
$f(x)$ le prix mensuel demandé avec la première possibilité,
et
$g(x)$ le prix mensuel demandé avec la deuxième possibilité.
Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.

3. Représenter dans un même repère les applications f et g, en choisissant :
— sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 1 livre,
— sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 2 F.

4. Utiliser le graphique pour répondre à la question que se pose le futur adhérent :
«A partir de combien de livres empruntés par mois, la deuxième possibilité est-elle plus avantageuse que la première?»

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$g(x) \leqslant f(x),$$

et retrouver le résultat précédent.

Nantes 1987

Problème 3

A. On considère les deux applications f et h dont les représentations graphiques sont respectivement les droites D_1 et D_2 telles que :

— D_1 passe par les points de coordonnées (0; 15) et (5; 40).

— D_2 passe par le point de coordonnées (0; 46) et est parallèle à l'axe des abscisses.
On prendra 2 cm comme unité en abscisses et 0,5 cm comme unité en ordonnées.

1. Tracer D_1 et D_2.

2. Lire sur le graphique $f(0)$, $f(4)$, $h(1)$, $h(5)$.

3. Placer sur le graphique les points A et B de D_1 d'ordonnées respectives 25 et 45; déterminer graphiquement leurs abscisses.

B. En début d'année scolaire, Nicolas décide d'utiliser un classeur (un seul pour l'année) à 15 F et des paquets de feuilles à 5 F le paquet tandis que Caroline choisit des cahiers à 8,50 F l'un. On suppose que Nicolas utilise annuellement autant de paquets de feuilles que Caroline de cahiers.

1. Soit x le nombre de paquets de feuilles ou de cahiers utilisés dans l'année, exprimer en fonction de x la dépense annuelle de Nicolas (on la note $f'(x)$) et celle de Caroline (on la note $g'(x)$).

2. Construire les représentations graphiques D_3 et D_4 des fonctions f' et g' sur la même figure que D_1 et D_2. Quelle remarque peut-on faire?

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f'(x) = g'(x)$; sa solution a-t-elle un sens pour le problème?

4. Si Nicolas et Caroline possèdent 46 F chacun, déterminer graphiquement le nombre maximum d'articles que chacun peut acheter.

5. Préciser à l'aide du graphique, selon le choix du nombre de cahiers ou de paquets de feuilles utilisés, la solution la plus économique.

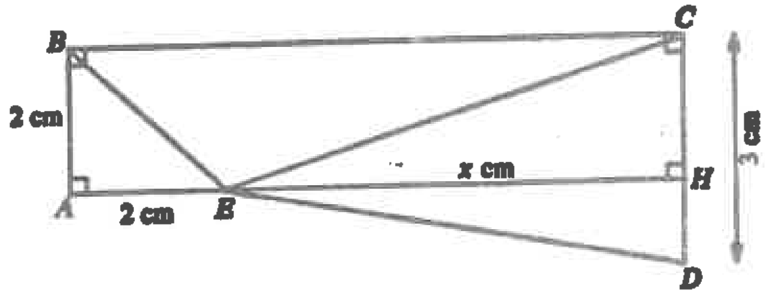
Strasbourg 1987

Problème 4

On considère la figure suivante :

$AB = 2$ cm $\quad CD = 3$ cm

$AE = 2$ cm $\quad EH = x$ cm.



On rappelle que l'aire d'un triangle est donnée par la formule :

$$\frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}.$$

On se propose de comparer les aires des trois triangles *AEB*, *BEC* et *CED* quand la longueur x varie.

1. Calculer l'aire S_1 du triangle *AEB*.
Calculer *BC* en fonction de x.
Calculer, en fonction de x, les aires S_2 et S_3 des triangles *BEC* et *CED*.

2. Dans un repère orthonormé (unité 1 cm sur chaque axe) tracer les représentations graphiques (D_1), (D_2), (D_3) des applications définies par :

$$f_1 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \qquad f_2 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \qquad f_3 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto 2; \qquad x \longmapsto x+2; \qquad x \longmapsto \frac{3x}{2}.$$

3. Calculer les coordonnées des points d'intersection des droites (D_1) et (D_3) puis (D_2) et (D_3).

4. Utiliser les représentations graphiques de la question 2. pour répondre aux questions suivantes :

a) Pour quelle valeur de x a-t-on $S_2 = S_3$? Que vaut alors chacune de ces deux aires?

b) Peut-on avoir $S_1 = S_2 = S_3$? Justifier la réponse.

c) Pour $0 \leq x \leq \frac{4}{3}$ ranger par ordre croissant les trois aires.
Justifier la réponse.

d) Comparer également ces trois aires pour $x > \frac{4}{3}$.
Justifier la réponse.

Rouen 1987

CONTROLE

DOSSIER 49

EXERCICE 1

On donne les applications suivantes:

$f: x \longmapsto -2x$ $\qquad$ $g: x \longmapsto \frac{1}{2}x$

$h: x \longmapsto \frac{1}{2}x - 5$ $\qquad$ $i: x \longmapsto -2x + 3$

a– Pour chaque application, donne son type (linéaire ou affine), son sens de variation, et fait un tableau de valeurs.

b– Représente ces applications dans le même repère orthonormal.

c– Quelle est la figure obtenue ? Montre-le.

EXERCICE 2

Dans un repère orthonormal, place les points :

A(1 ; 2) $\qquad$ B(-1 ; -2) $\qquad$ C(7; -1)

a– Que peux-tu dire de la droite (AB) ? Montre-le en calculant l'équation de la droite. Calcule l'angle de la droite (AB) et de l'axe des abscisses.

b– Calcule l'équation de la droite (AC).

c– Que peux-tu dire du triangle (ABC) ? Montre-le en utilisant les équations des droites.

PROBLEME

Deux sociétés de location de voitures A et B proposent les tarifs suivants à leurs clients :

Sociétés	Prix en F par jour de location	Prix en F du km parcouru
A	150	2,50
B	200	2

1– Un client loue un véhicule une journée à la société A. Combien lui paiera-t-il s'il parcourt 50 km ? 100 km ? 200 km?

2– Quelle somme f(x) paiera-t-il s'il parcourt x km ?

3– Représenter dans un repère orthogonal (1 cm en abscisse pour 50 km. 1 cm en ordonnées pour 100 F) l'application f définie par f(x).

4– Quelle somme g(x) paierait-il pour parcourir x km avec un véhicule de la société B ? Représente l'application g dans le même repère orthogonal que f.

5– Le client a payé 850 F à la société A pour une journée. Détermine graphiquement et par le calcul la distance x qu'il a parcourue.

6– Détermine graphiquement et par le calcul pour quelle distance il aurait à payer la même

MATHEMATIQUES 3 EME

ANNEE SCOLAIRE 1986

DOSSIER N° 50

TITRE: DISTANCE DE 2 POINTS REPERE ORTHONORME

3

PREREQUIS

- DISTANCE DE DEUX POINTS
- PYTHAGORE

OBJECTIFS

- CALCUL DE LA DISTANCE DE DEUX POINTS EN REPERE ORTHONORME
- NORME DE VECTEUR

REALISE PAR :

DOMINIQUE ANTOINE

PIERRE BISSEY

JEAN CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT

GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX

GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

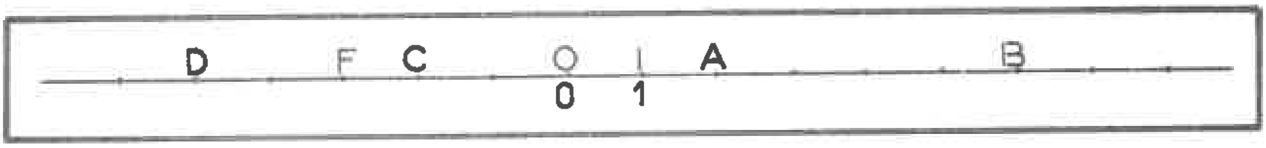
DOSSIER N°50

DISTANCE DE 2 POINTS DANS UN REPERE ORTHONORME

1 / DISTANCE DE DEUX POINTS SUR UNE DROITE GRADUEE

Définition : La <u>distance de 2 points</u> sur une droite graduée est le <u>nombre positif</u> égal à la <u>différence des abscisses des deux points</u>. Il faut faire la différence de telle sorte qu'elle soit positive.

EXERCICE 1 Soit la droite graduée suivante :



a) Calcule les distances suivantes :

AB =

BC=

OD =

DB =

DF =

b) Soit M un point d'abscisse x avec $4 < x < 5$. Soit aussi M' un point d'abscisse x' avec $-4 < x' < -3$. Place M et M' sur la droite graduée.

Calcule alors les distances suivantes :

AM =

MB =

M'A =

M'D =

MM' =

c) Calcule également les distances suivantes :

OA = OB =

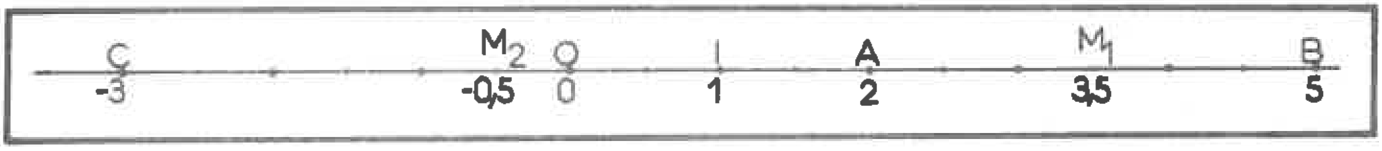
OC = OD =

OM = OM' =

Que peux-tu dire des distances dans ce cas ?

2 / ABSCISSE DU MILIEU D'UN SEGMENT (RAPPEL ET COMPLEMENT)

A) SUR UNE DROITE GRADUEE



a) Calcule $AM_1 = \dots$ $BM_1 = \dots$

Compare ces deux grandeurs : ...

Que dire de M_1 ? ...

Calcule $\dfrac{x_A + x_B}{2} = \dots$

Compare avec x_{M_1} : ...

b) Recommence avec A, C et M_2

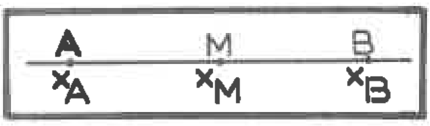
c) Calcule l'abscisse du milieu M_3 de $[BC]$: $x_{M_3} = \dots$

Calcule l'abscisse du milieu M_4 de $[M_1M_2]$: $x_{M_4} = \dots$

RESULTAT : L'abscisse du milieu M de $[AB]$ se calcule en faisant $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2}$

C'est la demi-somme des abscisses de A et B.

d) Démonstration de ce résultat:

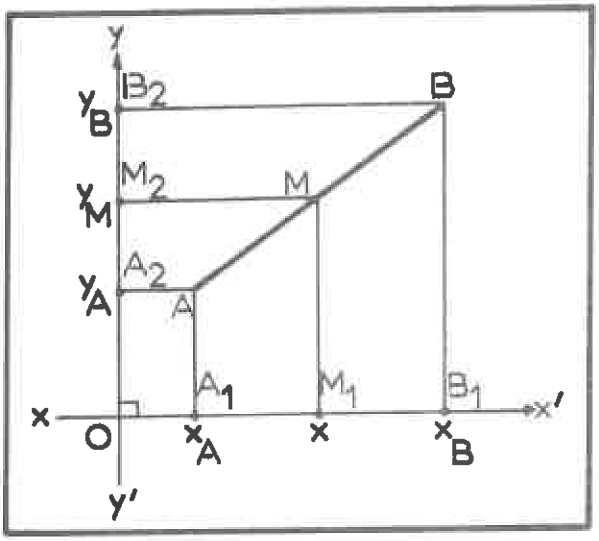


Si M est le milieu de AB , alors AM = MB.

Or AM = ... et MB = ...

D'où x_M - ... = ... - x_M. Ce que tu viens d'écrire est une équation où x_M est l'inconnue. Résous-la et tu auras établi la formule.

B) DANS LE PLAN MUNI D'UN REPÈRE



$A(x_A;y_A)$ $B(x_B;y_B)$ $M(x_M;y_M)$ avec M milieu de $[AB]$.

Comment peux-tu utiliser les projections et la conservation du milieu par une projection pour démontrer le résultat suivant :

$$\boxed{x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}}$$

C) EXERCICES

EXERCICE 2 : Sur une droite graduée munie du repère (O;I), marque les points A(2) ; B(-3) ; C(3) ; D(-6) ; E(6) .

a) Calcule l'abscisse du milieu J de $[AB]$.

l'abscisse du milieu K de $[CE]$.

l'abscisse du milieu L de $[BD]$.

l'abscisse du milieu M de $[JK]$.

b) Détermine F tel que A soit le milieu de $[BF]$. Trouve deux méthodes.

c) Même travail pour G tel que B soit le milieu de $[DG]$.

d) Détermine H tel que CH = AB (tu dois trouver deux points H_1 et H_2).

EXERCICE 3 : Dans un repère, place les points A(-1;7) ; B(6;8) ; C(3;-1) ; D(-4;-2)

a) Calcule les coordonnées de I milieu de [AB] et J milieu de [BC] .

b) Calcule les coordonnées de K milieu de [AC] et L milieu de [BD] .

Que peux-tu dire du quadrilatère (ABCD) ?

c) Montre d'une autre façon que (ABCD) est un parallèlogramme.

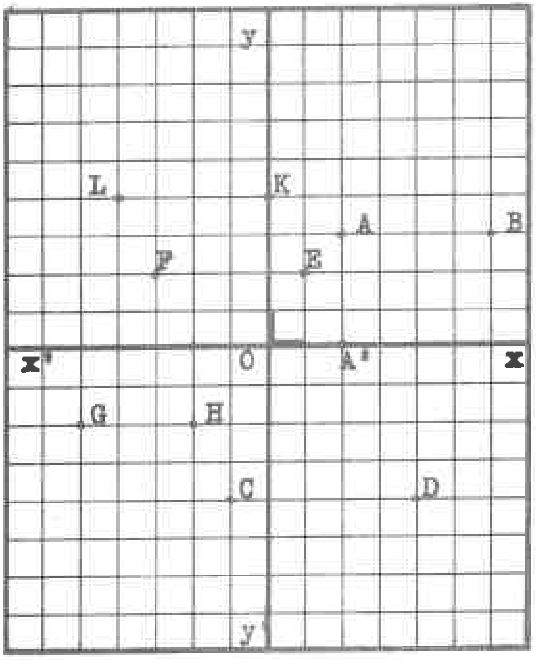
Compare les méthodes vues en b) et c).

d) Détermine B' tel que $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB'}$.

e) Montre que (ACDB') est un parallélogramme. Trouve plusieurs méthodes.

3 / DISTANCE DE DEUX POINTS DANS UN REPERE ORTHONORME

A) ACTIVITE 1



Nous avons $y_A = y_B$.

Donne l'équation de la droite (AB) : ...

Que dire de cette droite ?

Projette orthogonalement A et B, sur [Ox), en A' et B'. Que dire de (ABB'A') ?

Que dire alors de AB et A'B' ? ...

Tu sais calculer A'B' sur la droite (x'x).

Fais-le : ...

Tu sais donc calculer AB dans ce cas-là.

EXERCICE 4 : Calcule :

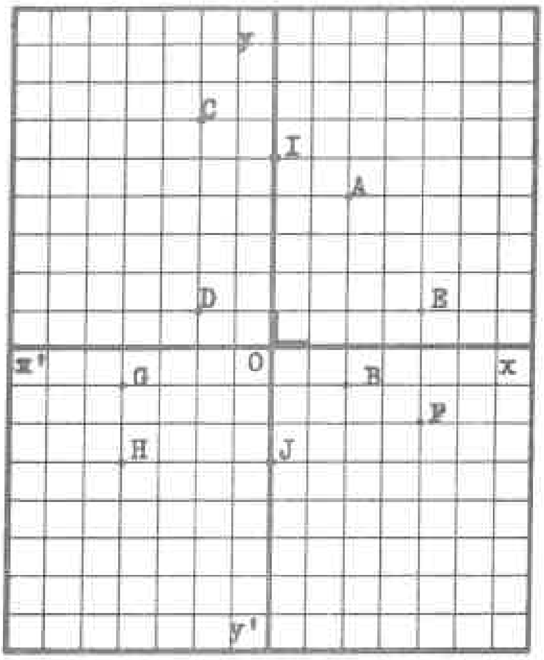
CD = ...

EF = ...

GH = ...

KL = ...

B) ACTIVITE 2



Nous avons $x_A = x_B$.

Donne l'équation de (AB) : ...

Fais un travail analogue à celui fait dans l'activité A) pour trouver AB.

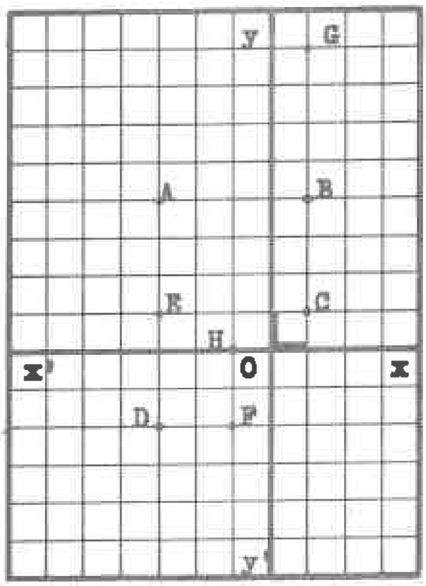
EXERCICE 5 : Calcule : CD = ...

EF = ...

GH = ...

IJ = ...

EXERCICE 6 : a) Calcule les distances suivantes :



AB = ... BC = ...

CG = ... EC = ...

DF = ... FH = ...

b) Soit I le milieu de [AB] . Calcule :

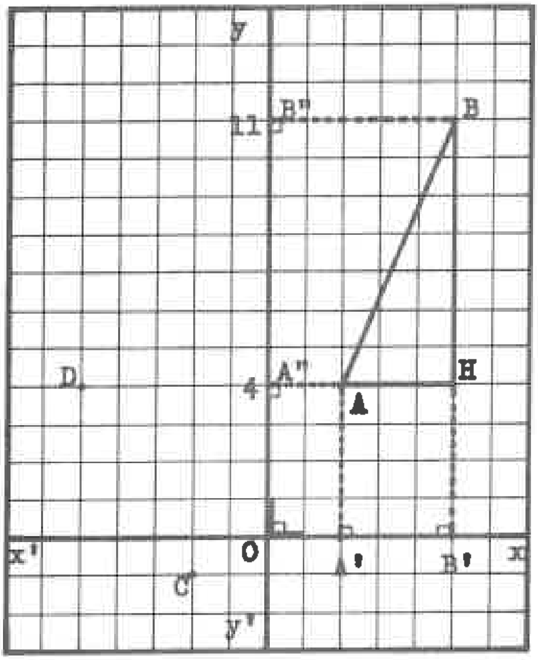
AI = ... IB = ...

c) Soit J le milieu de [BC] . Calcule :

BJ = ... JC = ...

C) $\boxed{\text{ACTIVITE 3}}$

Les activités 1 et 2 étaient des cas particuliers. On se propose de calculer AB dans le cas général.



a) A et B se projettent orthogonalement en A' et B' et A" et B" sur (x'x) et (y'y). (BB') et (AA") se coupent en H.

Justifie que (ABH) est un triangle rectangle en H :

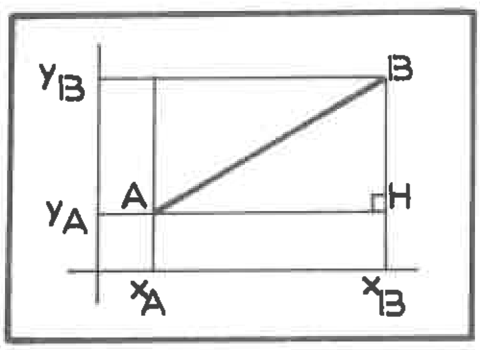
Trouve les coordonnées de H :

Tu sais calculer AH et BH. Fais-le :

Comment peux-tu calculer maintenant AB ? Fais-le :

b) Recommence la même démarche pour CD : ...

Etablissons maintenant la formule qui généralise cette recherche.



$AH = x_B - x_A \qquad HB = y_B - y_A$

$AB^2 = AH^2 + HB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

D'où $\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$

<u>Remarque 1</u> : On a écrit $AH = x_B - x_A$. Imagine un autre dessin pour lequel on aurait $AH = x_A - x_B$ (une distance est un nombre positif)

Les nombres $x_B - x_A$ et $x_A - x_B$ sont des nombres ....

Les carrés de ces nombres sont donc ....

On peut formuler la même explication pour $y_B - y_A$.

Remarque 2 : - Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{AB}$(;)

- Compare avec la formule : ...

- Conclusion : La formule $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ donne la distance de deux points A et B, ou encore la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB}$ (dans ce cas, on dit que c'est la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$).

EXERCICE 7 : Dans un repère orthonormé, on donne A(3;6) , B(7;3) , C(-1;-5) , D(-4;2) E(-5;-2) et F(0;5). Fais un dessin.

a) Calcule alors AB, AC, BC, CD, DE, CE, FA et FD.

b) Trouve les coordonnées de I milieu de [BC] ; qu'est alors (FI) pour le triangle (FCB) ?

c) Trouve les coordonnées de J milieu de [FB] ; qu'est alors (CJ) pour le triangle (FCB) ?

d) Les droites (FI) et (CJ) se coupent en G(2;1).
Calcule FG et FI. Puis détermine le rapport $\frac{FG}{FI}$. On vient ainsi de vérifier un résultat. Lequel ?

4/ APPLICATION

EXERCICE 8 : Placer dans un repère orthonormé les points A(3;8) , B(-5;6) , C(1;0) et D(-2;3).

a) Calcule AB, AC et BC. Nature du triangle (ABC) ?

b) Calcule AD et DC. Montre que (ADC) est un triangle rectangle.

c) Il exàste un cercle passant par A, D et C. Précise son centre et son rayon.

d) Donne la mesure de l'angle $\widehat{DAC}$ à 0,1° près.

$\boxed{\text{EXERCICE 9}}$: a) Donne une propriété des points de la médiatrice d'un segment [AB] .

b) Place les points A(-1;4) et B(1;-2) dans un repère orthonormé.

Le point $M_1(3;2)$ appartient-il à la médiatrice de [AB] ?

Même question pour les points $M_2(5;3)$ et $M_3(-3;0)$.

$\boxed{\text{EXERCICE 10}}$: Dans un repère, placer les points A(1;2), M(-2;5) et N(-3;-1).

a) Construis les symétriques de M et N par rapport à A. Soient M' et N' ces points. Lis dans le repère les coordonnées de ces deux points.

b) Calcule les coordonnées des points M' et N' (utilise les coordonnées de vecteurs).

c) Calcule MN et M'N'. Quelle propriété connue viens-tu de vérifier ?

$\boxed{\text{EXERCICE 11}}$: Soit A un point du plan. Rappeler à quel ensemble (C) appartiennent les points M tel que AM = 5.

Dans un repère, on a A(3;1). Les points suivants appartiennent-ils à (C) :

B(-2;1) ; D(-1;4) ; E(-1;-2) ; F(0;5) ; G(8;0)

$\boxed{\text{EXERCICE 12}}$: Dans un repère, placer les points A(1;3), B(4;7) et C(5;1).

a) Calcule les normes (longueurs) des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b) Construis le point D tel que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

c) Calcule les coordonnées de D.

e) Calcule les longueurs AC et AD.

MATHEMATIQUES 3 EME

ANNEE SCOLAIRE 1988

DOSSIER N° 51

TITRE: PYRAMIDE - CÔNE

3

PREREQUIS

- PYTHAGORE
- AIRES (CARRE, CERCLE ...)

OBJECTIFS

- CALCUL DE LONGUEURS DANS LES SOLIDES (DIAGONALES ; RAYON DE SECTION DE SPHERE ...)
- VOLUMES DE LA PYRAMIDE ET DU CONE
- DEVELOPPEMENT DE LA PYRAMIDE ET DU CONE

REALISE PAR :

PIERRE BISSEY, ROBERT CHAPOT, BERNARD CHARLAIX, DOMINIQUE ANTOINE, JEAN CLAUDE DUPERRET, GERALD GENTHON, GERARD PAPA

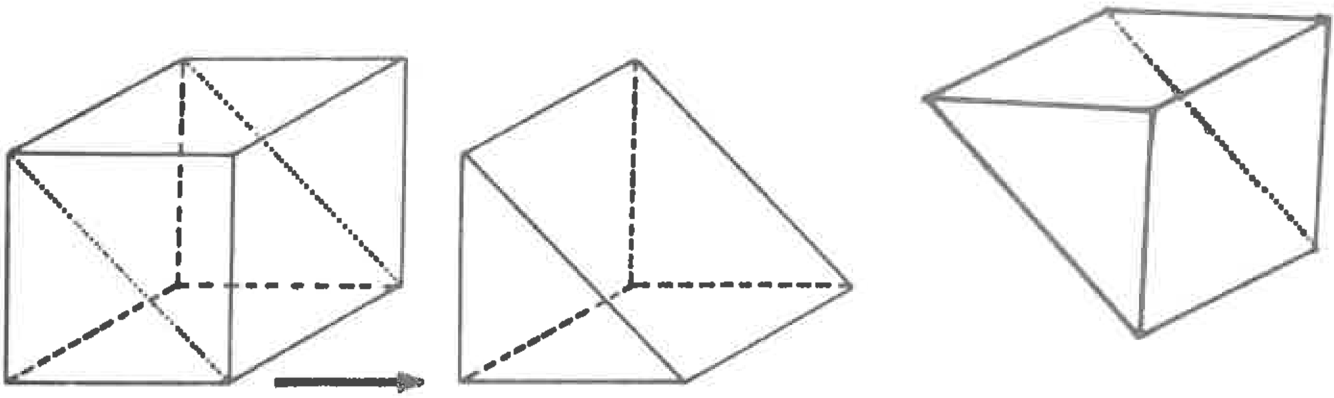
COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

DOSSIER 51

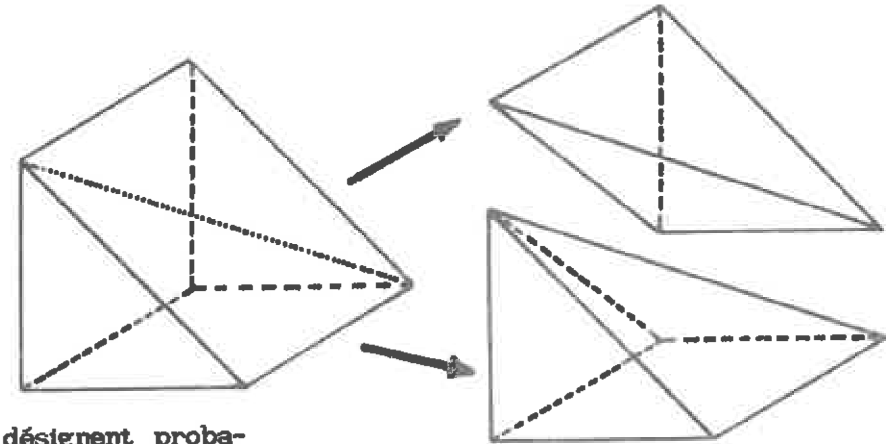
PYRAMIDE
CONE

ACTIVITE 1

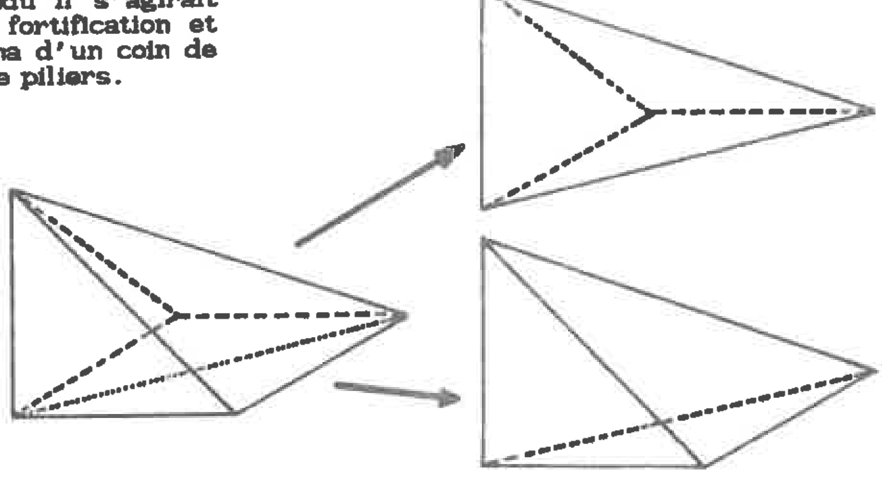
Pour calculer le volume de solides, il y a 1700 ans, le mathématicien chinois **Liu Hui** se servait de quatre sortes de pièces (**qi**) élémentaires: le cube (**lifang**), le prisme droit (**quiandu**) la pyramide à base carrée (**yangma**) et la pyramide à base triangulaire (**bienao**).



La découpe en diagonale d'un cube donne deux quiandu.
Celle d'un quiandu donne un yangma plus un bienao.
Un yangma se décompose à son tour en deux bienao.

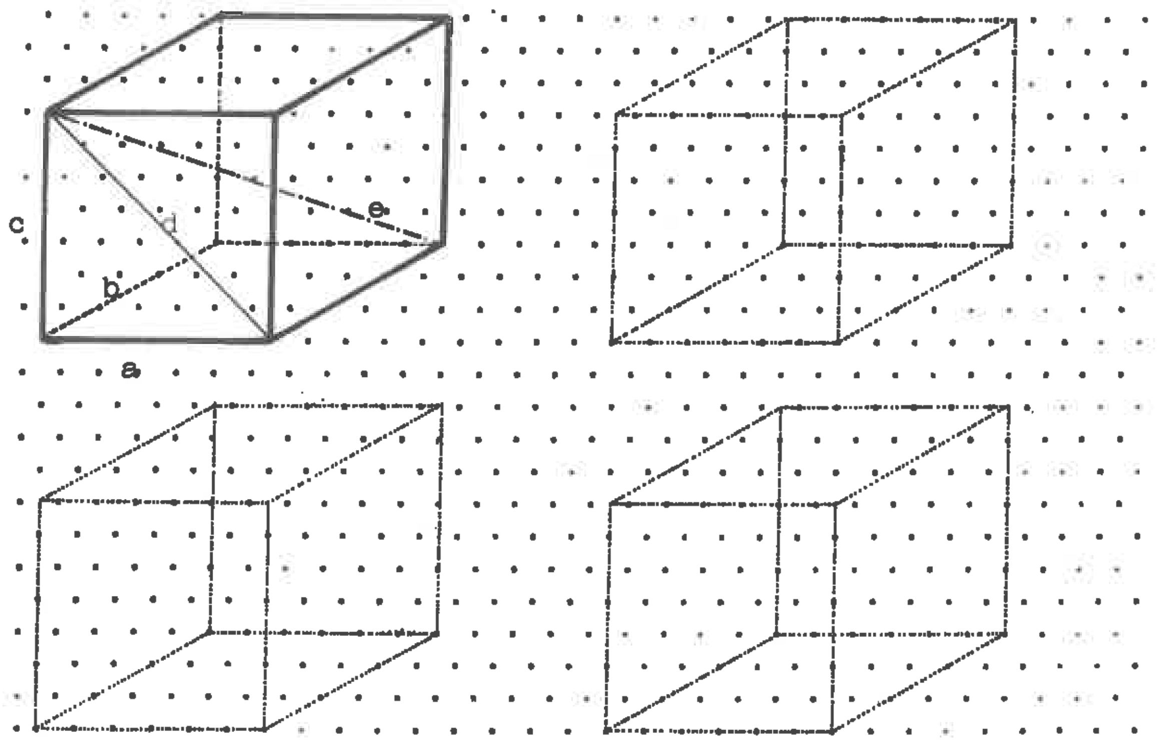


Ces termes désignent probablement des objets réels.
Pour le quiandu il s'agirait d'un mur de fortification et pour le yangma d'un coin de maison à quatre piliers.

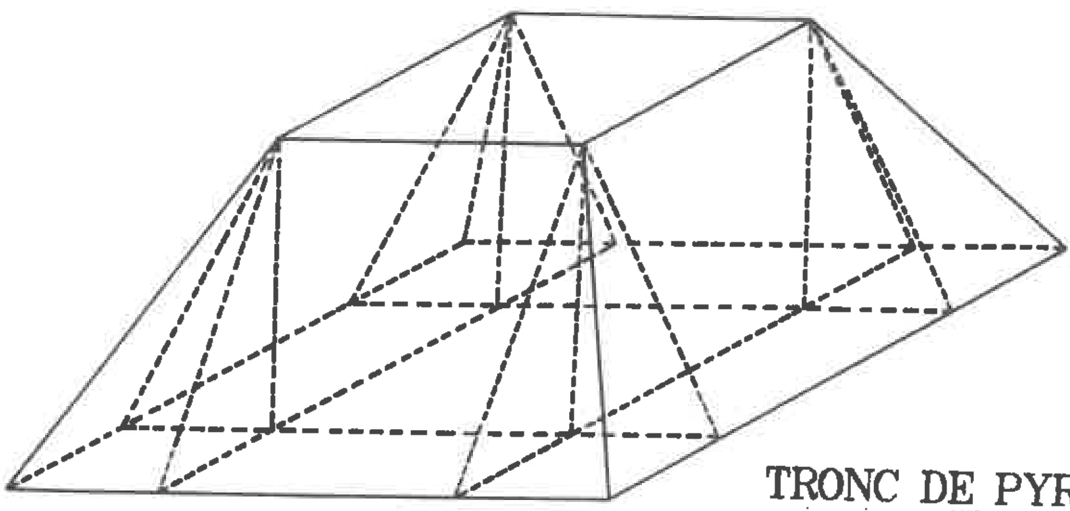


En résumé :
1 cube = 2 quiandu
1 quiandu = 1 yangma + 1 bienao
1 yangma = 2 bienao

ACTIVITE 2



1) Que peux-tu dire de a, b, c, d et e ?
2) Calcule ces longueurs pour un cube de côté 4 cm, pour un cube de côté 1 , puis un cube de côté a.
3) En te servant des traits en pointillés, reproduis : (a) le prisme droit,
(b) la pyramide à base carrée,
(c) la pyramide à base triangulaire.
4) Sur chaque dessin précise les côtés a, d et e.
Décris les pyramides : base, sommet, faces latérales, hauteur.
5) Détermine le volume du **pavillon carré** en te servant des quatre pièces élémentaires **qi**.



TRONC DE PYRAMIDE

ACTIVITE 3

Etudions la pyramide à base carrée :

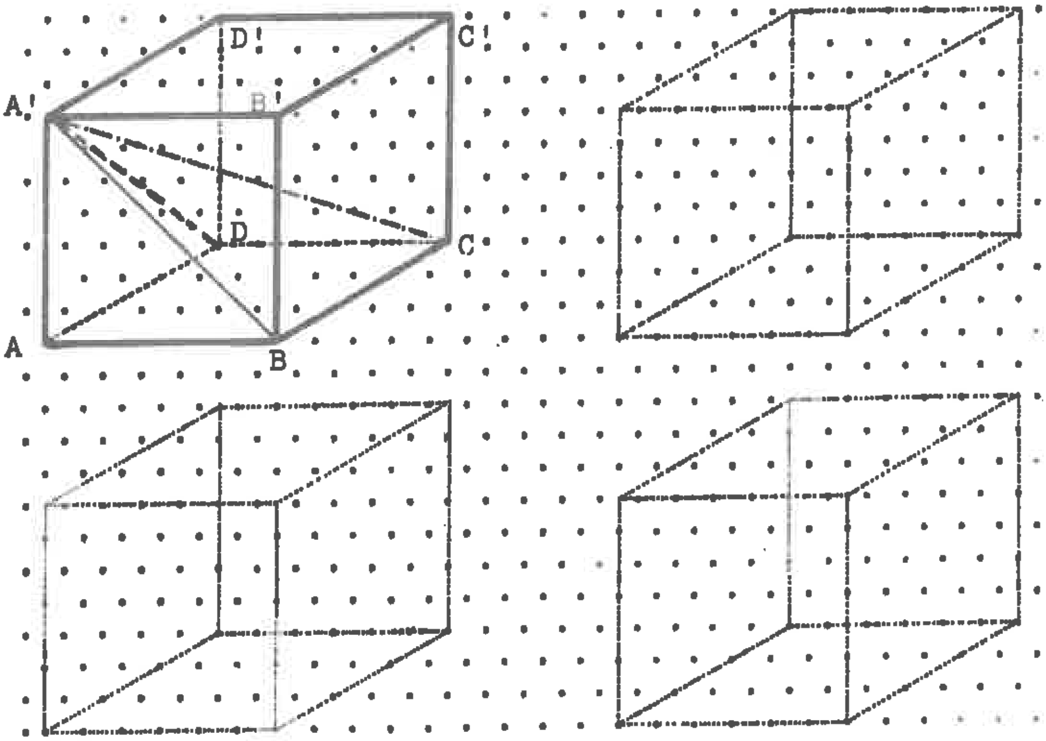
1) Nomme-la.

2) Quel est son volume : - par rapport à celui du cube ?

- dans le cas où l'arête du cube est 4 cm ?
- dans le cas où l'arête du cube est 1 cm ?
- dans le cas où l'arête du cube est a ?

3) Déduis-en que l'on peut remplir exactement un cube avec ces pyramides. Combien ?

Nomme ces pyramides puis dessine les.

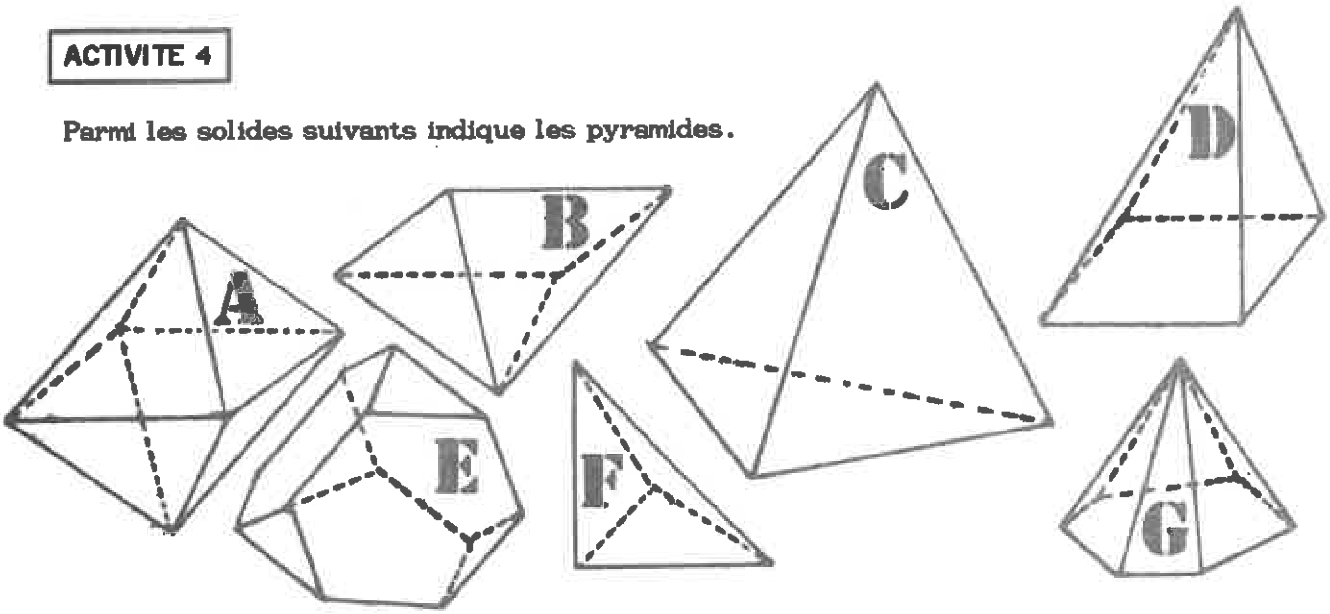


4) Trouve des patrons pour cette pyramide à base carrée.

Dessine puis fabrique le patron d'une pyramide à base carrée qui te permettra, avec tes voisins, de reconstituer un cube de 4 cm de côté.

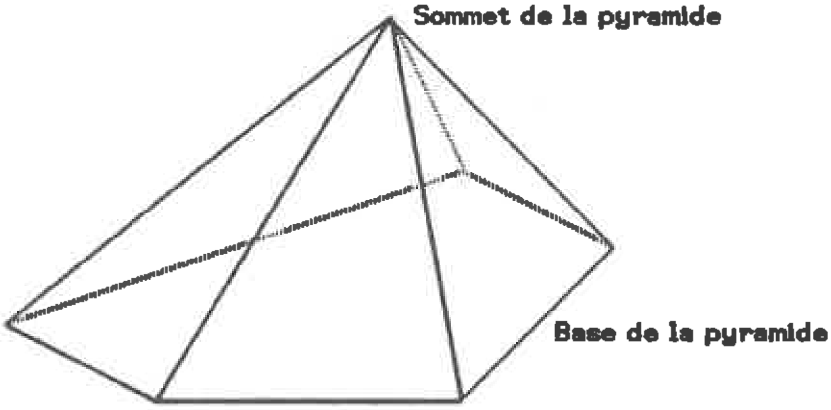
ACTIVITE 4

Parmi les solides suivants indique les pyramides.



DEFINITION

Une pyramide est un solide limité par:
-un polygone appelé base
-et par des triangles ayant un sommet commun appelés faces latérales.



EXERCICE 1

Combien la pyramide ci-dessus a-t-elle de faces latérales, de base, de faces, de sommets, d'arêtes ?

EXERCICE 2

Complète le tableau suivant pour diverses pyramides. Il est conseillé de faire des croquis.

Nombre de sommets s	**4**					**s**			
Nombre de faces latérales l		**7**					**l**		
Nombre de faces f			**9**					**f**	
Nombre d'arêtes a				**12**	**19**				**a**

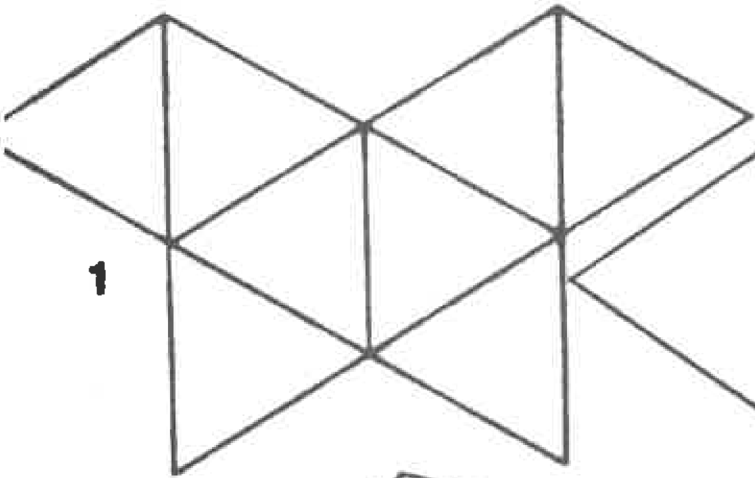
Quelles valeurs peut prendre le nombre s ? Même question pour les nombres l, f et a ?
Vérifie la formule d' EULER qui concerne les polyèdres convexes:

$$s + f = a + 2$$

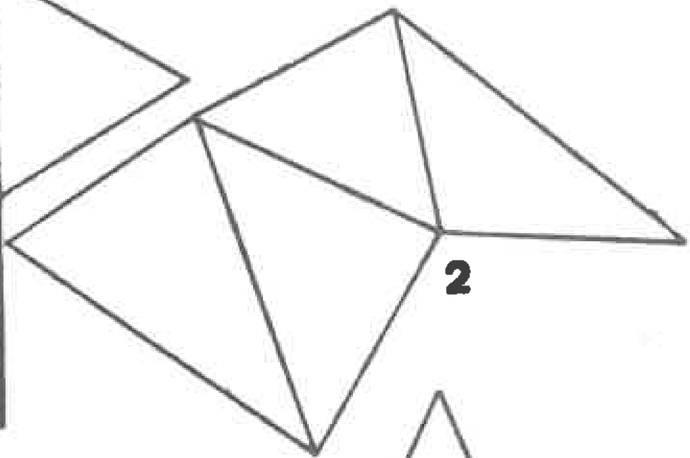
DEVELOPPEMENT D'UNE PYRAMIDE

ACTIVITE 1 Une pyramide a pour base un carré de 3 cm de côté et pour faces latérales des triangles équilatéraux.
Dessine son développement.

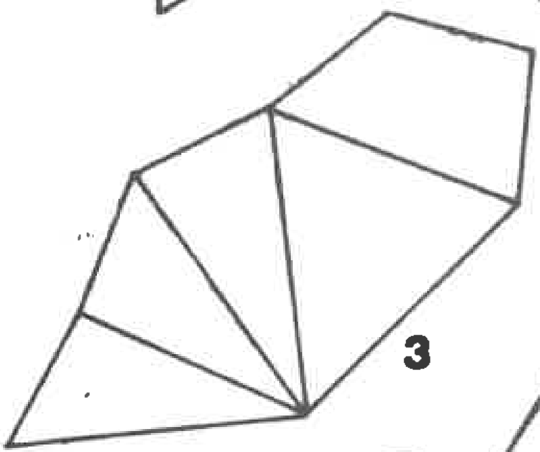
ACTIVITE 2 Parmi les développements suivants indique ceux qui correspondent à une pyramide. Justifie tes réponses.



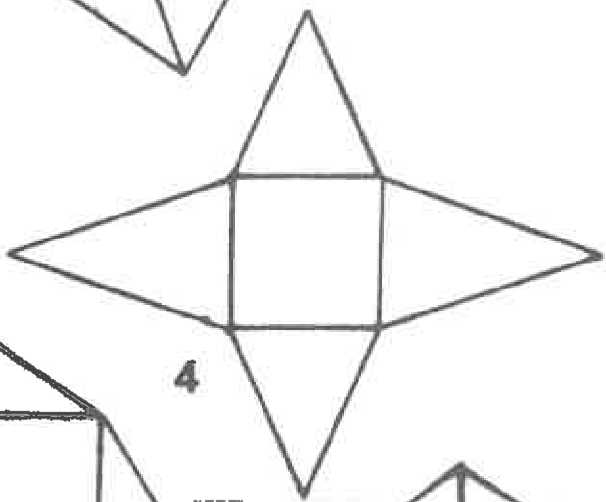
1



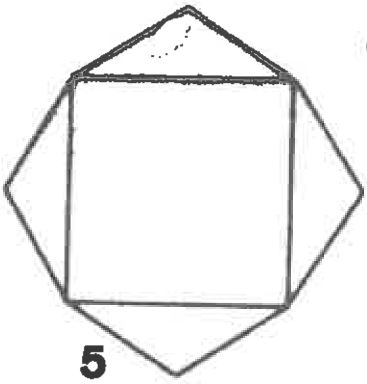
2



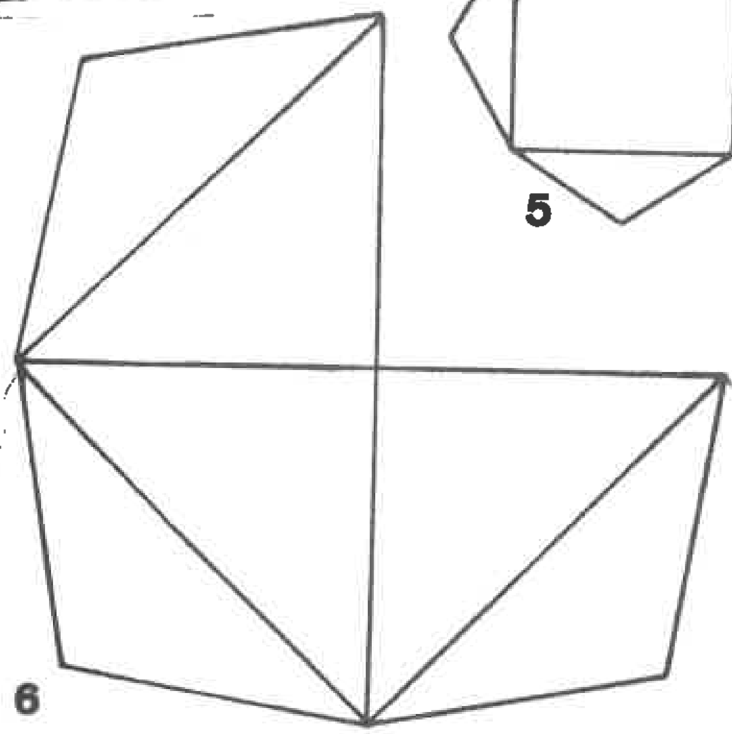
3



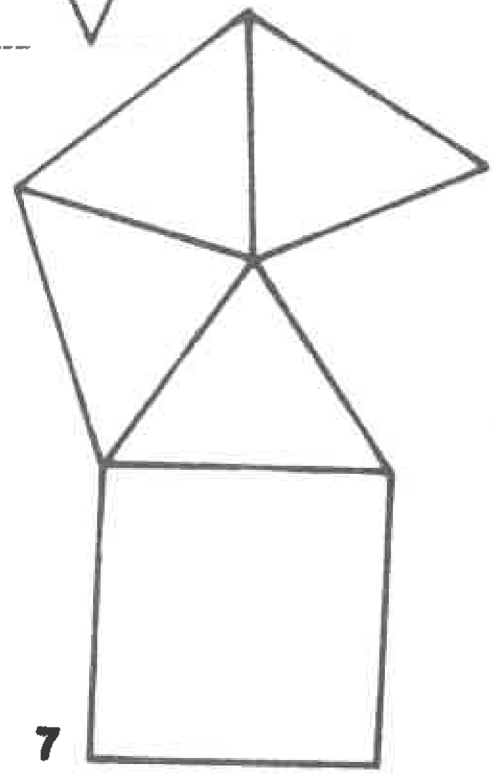
4



5

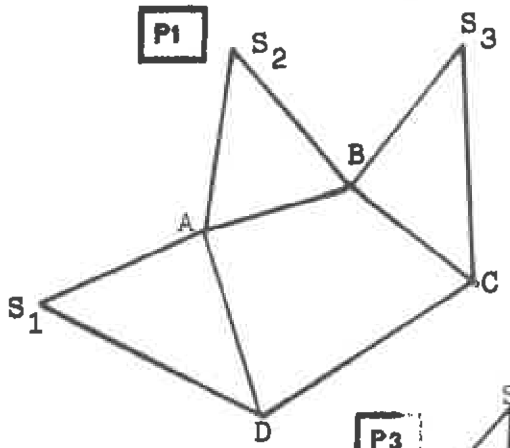


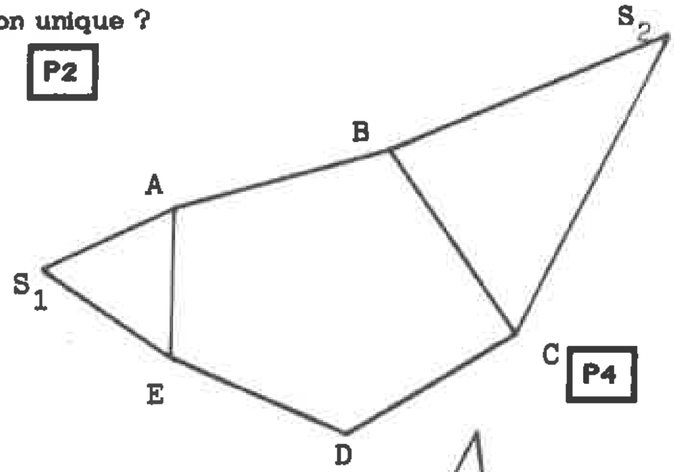
6

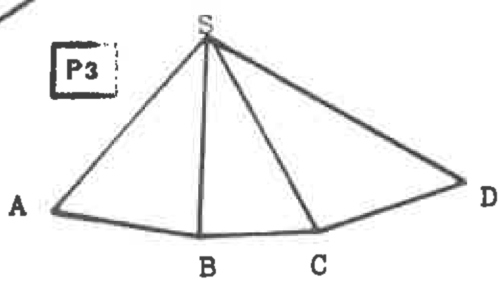


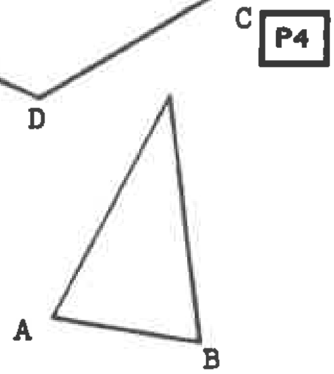
7

ACTIVITE 3 Recopie les figures suivantes et complète-les pour obtenir des développements de pyramides.
Dans quel y-a-t-il une solution unique ?





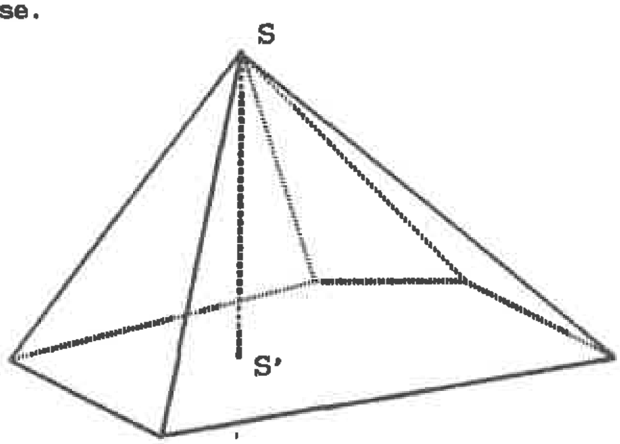




La base de P4 est un triangle isocèle rectangle d'hypoténuse AB et les faces latérales sont des triangles isocèles.

La base de P3 est un trapèze rectangle en B.

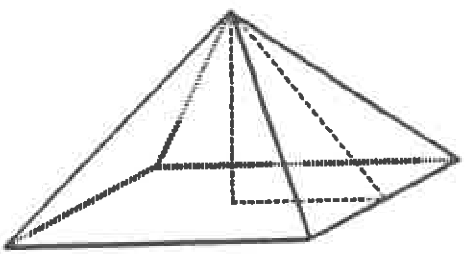
DEFINITION On appelle hauteur d'une pyramide la distance du sommet de la pyramide au plan de la base.



EXERCICE 3 La pyramide de CHEOPS (2500 ans av JC) est une pyramide à base carrée de 440 c.r. de côté. Ses faces latérales sont des triangles isocèles de mêmes dimensions. Sa hauteur h est de 280 c.r. (l'unité est la coudée royale).

1) Calcule la longueur d'une arête de cette pyramide.
2) Calcule la hauteur de chaque triangle latéral.
3) Voici la théorie des prêtres égyptiens :
"L'aire de chaque triangle latéral est égale à celle du carré ayant pour côté la hauteur de la pyramide".

Est-ce vrai ?



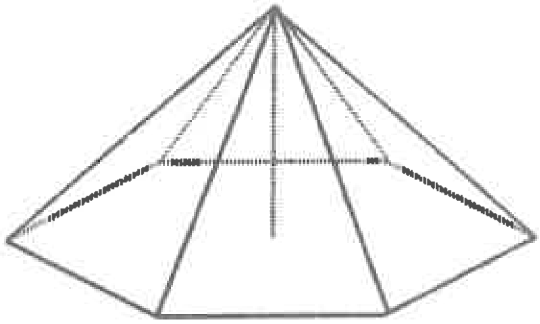
PYRAMIDES PARTICULIERES

ACTIVITE 1 Quel est le nombre minimum de faces d'une pyramide ?
Dessine le développement d'une telle pyramide puis représente-la en perspective.
Après avoir nommé les sommets, nomme la base.

DEFINITION **Une pyramide à base triangulaire est appelée un tétraèdre.**

ACTIVITE 2 Décris l'une des pyramides égyptiennes.
Dessine-en un développement et une vu en en perspective.
Quelles propriétés particulières possède une telle pyramide (nature des faces, position du sommet par rapport à la base).

DEFINITION **Une pyramide régulière est une pyramide dont la base est un polygone régulier et dont le pied de la hauteur est le centre de la base.**



EXERCICE 4 1) Que peut-on dire des faces latérales d'une pyramide régulière ?

2) Qu'est-ce qu'un tétraèdre régulier ?

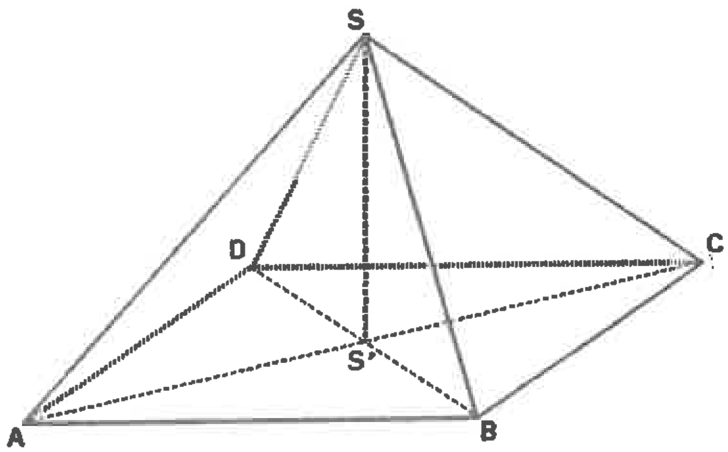
EXERCICE 5

On considère une pyramide régulière dont la base est un carré ABCD de côté 4 cm et de centre S' ; dont le sommet est le point S situé à 6 cm de S'.

a) Trace un développement de cette pyramide.

b) Calcule l'aire de ce développement.

c) Détermine un encadrement (à un degré près) de l'angle SCS'.



ACTIVITE 3 **tétraèdre trirectangle**

On considère un téatraèdre dont la base est un triangle équilatéral, dont les faces latérales sont des triangles isocèles rectangles et dont l'hypoténuse mesure 5 cm.
Un tel tétraèdre est dit trirectangle.

a) Dessine un développement de ce tétraèdre.

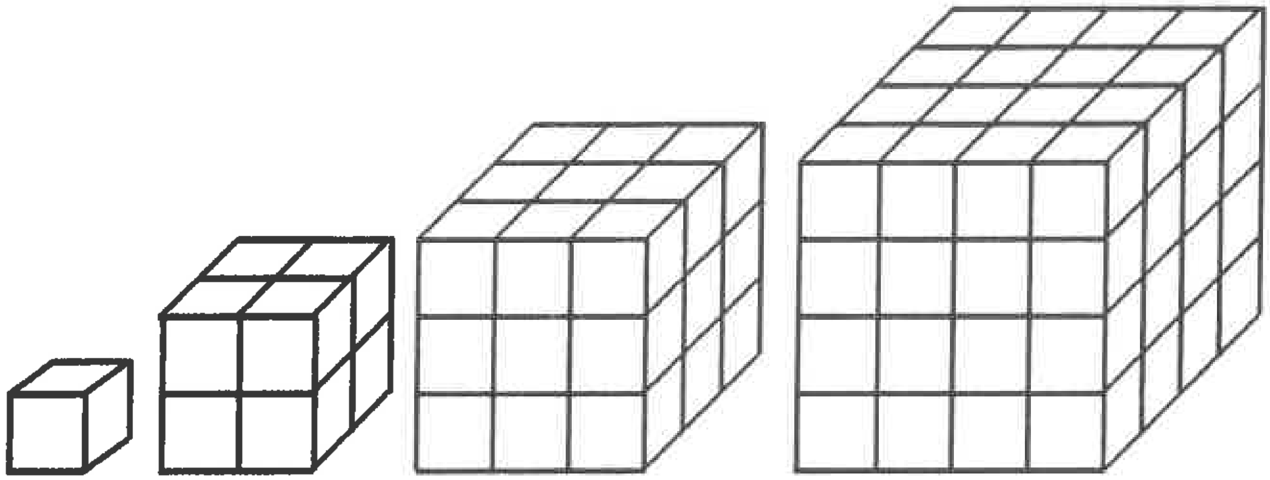
b) Dessine ce tétraèdre en perspective cavalière en posant celui-ci sur une face latérale.

c) Dessine un cube en perspective. Fais-y apparaître un tétraèdre trirectangle.

CALCUL DE VOLUMES

ACTIVITE 1

a) Observe comment on passe d'un cube au suivant.

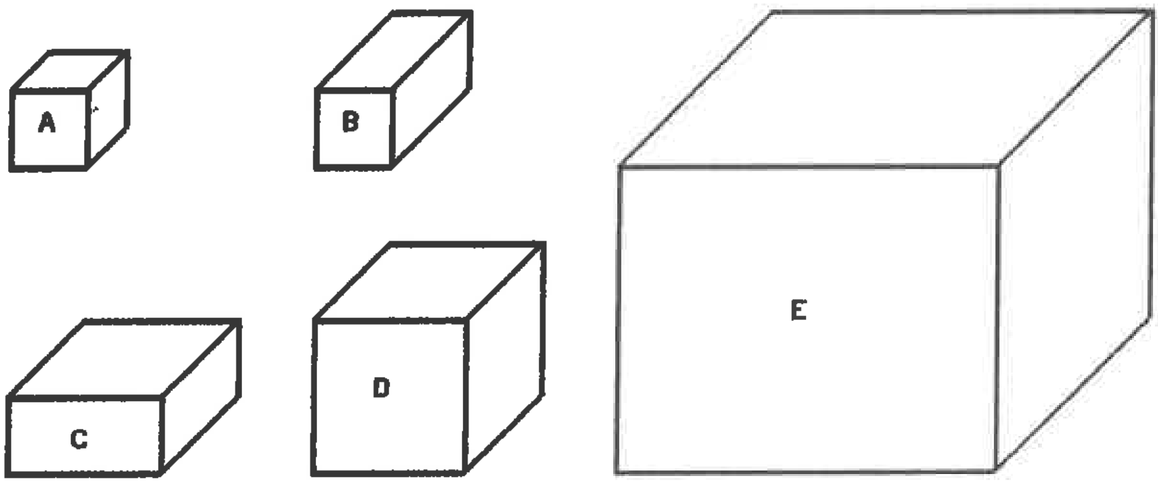


b) Complète alors ce tableau :

Dessin	1	2	3	4	5	6	7	... n
Nombre de petits cubes	1							

ACTIVITE 2

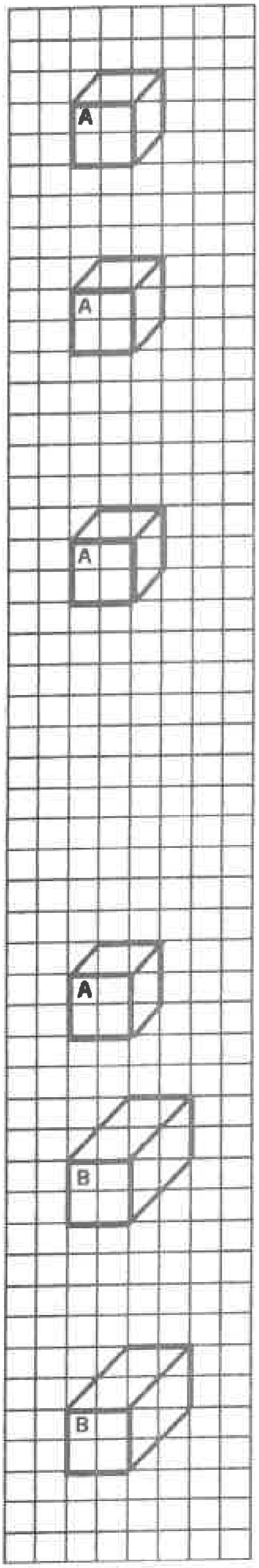
D'un pavé à un autre

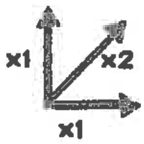


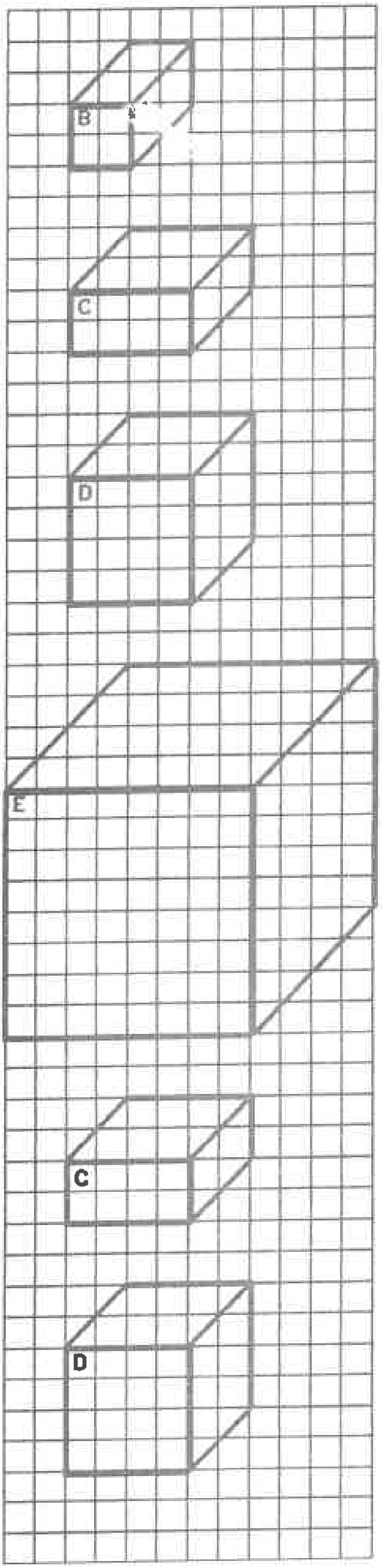
A propos de ces pavés A, B, C, D et E :

- donne les facteurs de dilatation ;
- l'égalité correspondante ;
- le facteur par lequel change le volume.

	Les facteurs de dilatation sont:		Le volume change par le facteur:	Formule:





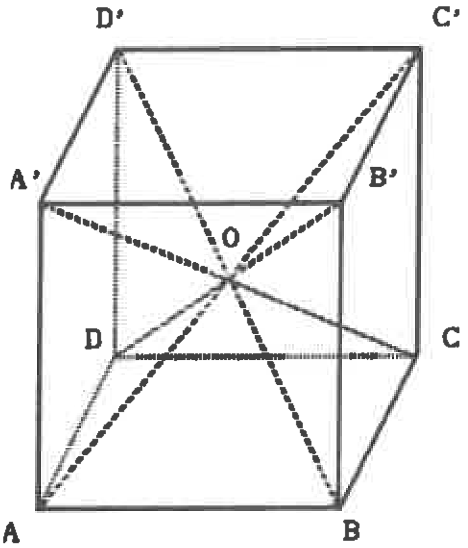


2

B = 2A

ACTIVITE 3

Pour fabriquer un cube bien rigide, on envisage de coller sur chaque carré du patron du cube une pyramide.
Il s'agit de trouver des dimensions telles que, lorsque tu refermeras (vers l'intérieur) le patron du cube, ces pyramides identiques viennent s'imbriquer exactement les unes dans les autres.



1) Reproduis la pyramide de base ABCD. Construis la hauteur. Décris la pyramide.

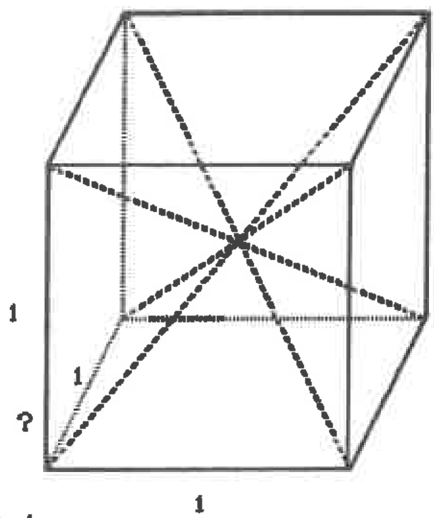
2) Nomme les autres pyramides.

3) Tu pourras, à la maison, construire une pyramide en carton, puis, de retour en classe, avec tes voisins reconstituer le cube.

VOLUME D'UNE PYRAMIDE A BASE RECTANGULAIRE

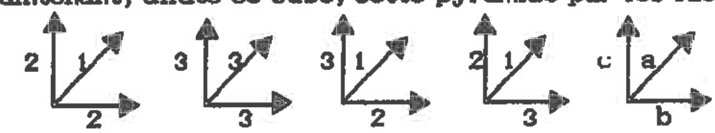
Partons d'un cas simple en prenant un cube de côté 1 .

Quelles sont les dimensions d'une des six pyramides ?
Son volume ?



Comment procéder pour obtenir une pyramide de hauteur 1 ?
Quel est alors son volume ?

Maintenant, dilate ce cube, cette pyramide par les facteurs :



(a) (b) (c) (d) (e)

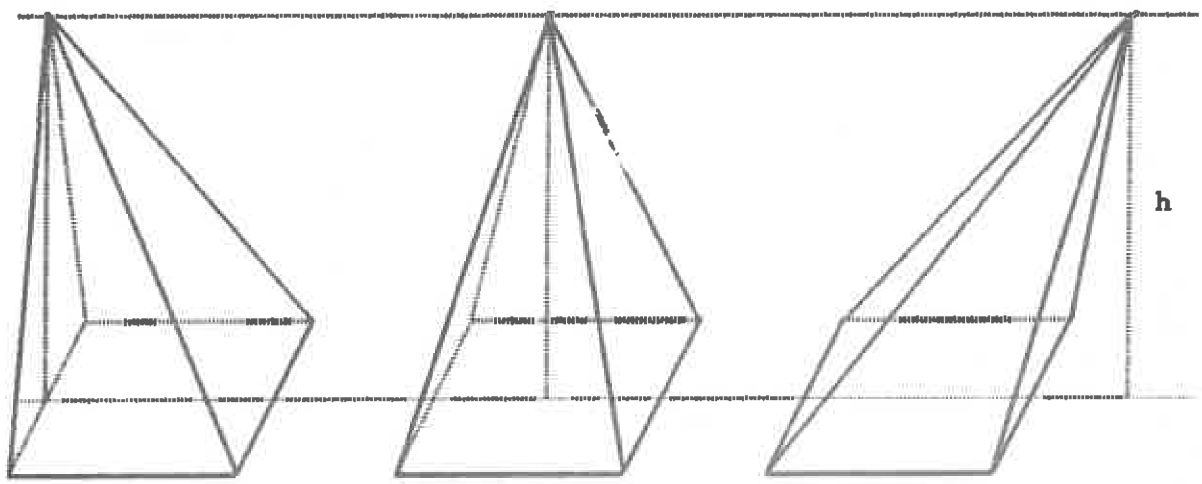
Dans chaque cas, quels sont les caractéristiques de la pyramide et son volume ?

(a) .... (b) .... (c) ....

(d) .... (e) ....

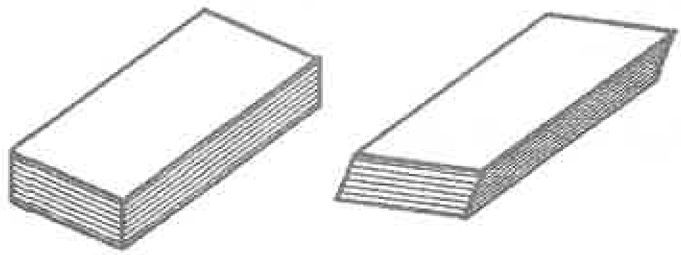
Ecris la formule du volume d'une pyramide dont la base est un rectangle de côtés a et b et de hauteur h .

ET SI LA PYRAMIDE EST INCLINEE ?



Connaissant le volume de la pyramide régulière, quel est le volume des deux autres pyramides de même hauteur et de même base ?

Pense à un jeu de cartes.
Si tu l'inclines en faisant glisser les cartes avec soin, l'épaisseur (la hauteur) du jeu, son volume, changent-ils ?



C'est vrai pour le pavé droit, pour les pyramides qu'il contient, pour n'importe quel solide à trois dimensions.

Par inclinaison, un solide à trois dimensions ne change pas de volume.

Complète les phrases suivantes :

Les solides de même base et de même hauteur..

Le volume d'une pyramide de base B et de hauteur h..

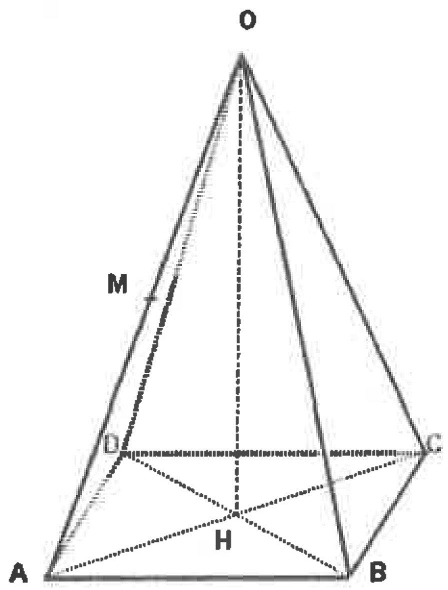
ET SI LA PYRAMIDE EST TRONQUEE ?

Une pyramide régulière a pour base un carré ABCD de côté 3cm et une arête latérale [OA] de 4cm.

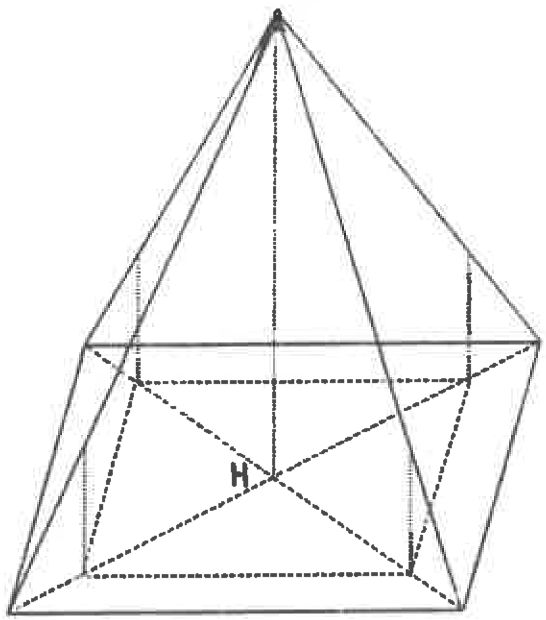
1) Calcule sa hauteur [OH], l'aire d'une face latérale, de sa base, puis son volume.
2) Dessine un patron de cette pyramide.

On coupe cette pyramide par un plan parallèle à la base qui passe par le milieu M de l'arête [OA] .
Ce plan coupe [OB] en N, [OC] en P et [OD] en Q.

3) Que dire de MNPQ ?
4) Dessine sur le patron la trace de l'intersection de la pyramide par ce plan.
5) Calcule la hauteur OH', l'aire d'une face latérale, de la base et le volume de la petite pyramide.
6) Y-a-t-il un lien entre les rapports de longueurs, d'aires, de volumes ?
7) Déduis-en le rapport des volumes entre le petite pyramide et le tronc de pyramide.
8) Plus généralement, si a est le rapport entre les longueurs, quel est le rapport entre les aires des faces latérales. celles des bases, puis entre les volumes des deux pyramides.



RETOUR AU PAVILLON CARRE



OABCD est une pyramide régulière de base carrée ABCD, de côté 9cm et de hauteur 6cm.
A partir du carré ABCD, on trace le quadrilatère RSTU tel que :

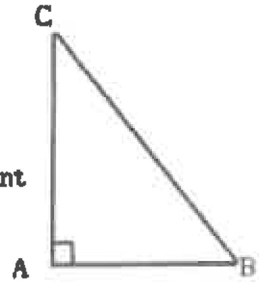
HR = 2/3 HA ; HS = 2/3 HB ; HT = 2/3 HC ; HU = 2/3 HD.

Place les lettres sur le dessin.
Que peux-tu dire du quadrilatère RSTU ?
A quelle hauteur faut-il couper la pyramide par un plan parallèle à la base pour que la section IJKL se projette orthogonalement dans le plan de la base suivant le carré RSTU.

Qu'est-ce qu'un cône de révolution ?

ACTIVITE 1

Cyril s'amuse avec son équerre. Il la fait pivoter autour de [AC].
Quelle est la trajectoire du point B ?
Quelle surface parcourt le segment [AB] ?

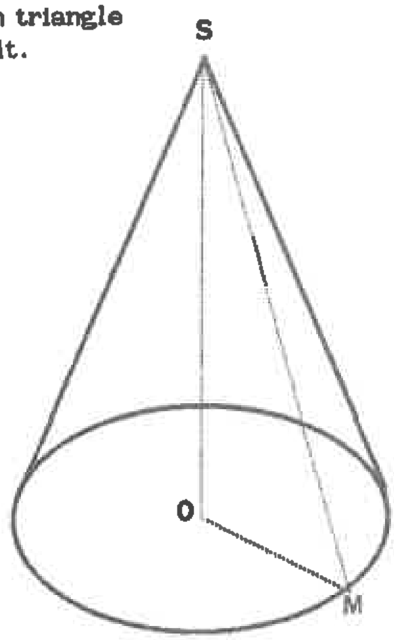


ACTIVITE 2

Même travail que précédemment mais en faisant pivoter l'équerre autour de [AB].

DEFINITION

Un cône de révolution est un solide engendré par un triangle rectangle pivotant autour d'un côté de l'angle droit.



[SO] est la hauteur.

[SM] est une génératrice.

Le disque de centre O et de rayon OM est la base.

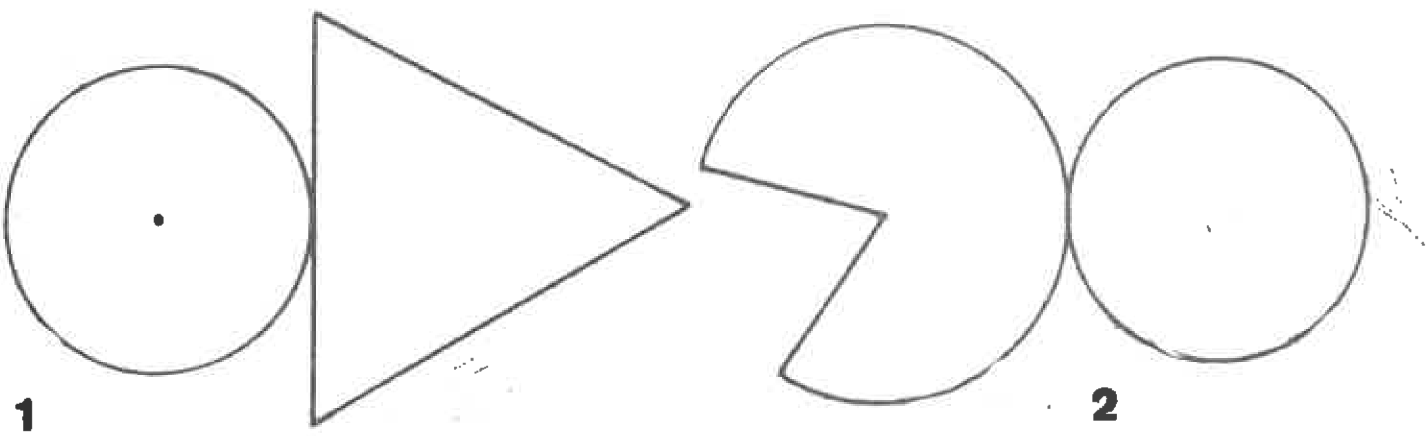
Exercice 1

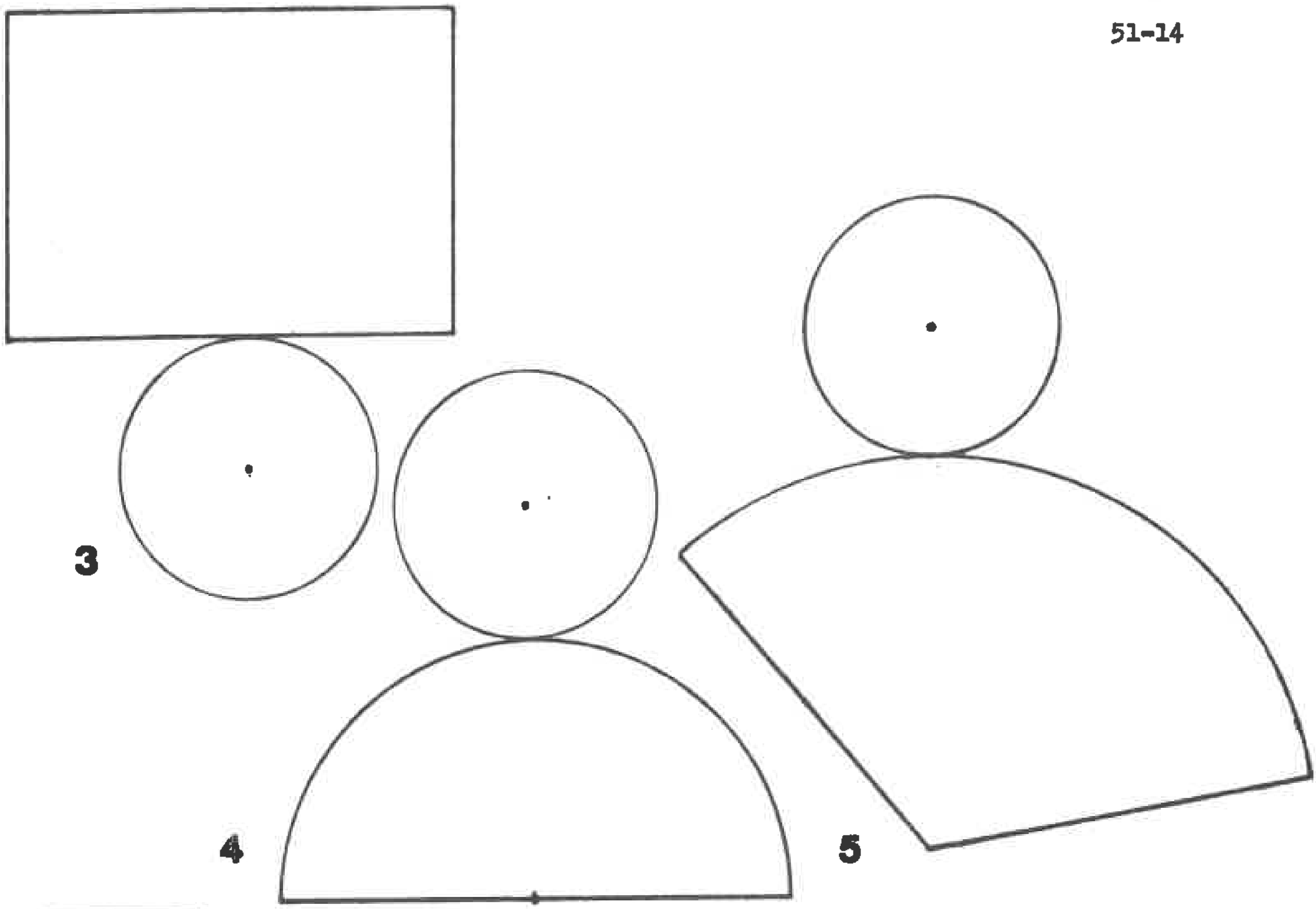
Décris le solide engendré par l'équerre ABC pivotant autour de son hypoténuse.

DEVELOPPEMENT D'UN CONE DE REVOLUTIION

ACTIVITE 1

Pour les développements suivants indique ceux qui correspondent à un cône de révolution.
Justifie tes réponses.





ACTIVITE 2 Tu as vu dans l'activité 1 que le développement d'un cône est composé d'un disque de rayon R et d'un secteur angulaire de rayon R'.
Fabrique le patron d'un cône dont les rayons R et R' valent respectivement 3 et 5cm.

Voici quelques questions pour t'aider : **Longueur du cercle de rayon R' ?**
Longueur d'un arc de cercle de 1° ?
Longueur d'un arc de cercle d'angle a ?

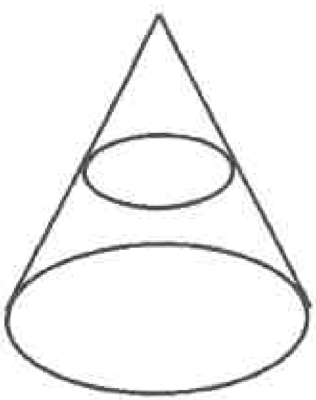
Longueur d'un arc de cercle de rayon R ?

On a donc l'équation :

d'où : $\boxed{a = \frac{R}{R'} 360^0}$

Calcule l'aire de ce développement puis le volume du cône.

ACTIVITE 3 **D'après l'IREM de Nantes**



X a coupé un chapeau conique pour le transformer en chéchia.
Son tour de tête est : 62,8cm.
L'aire du disque du dessus de la chéchia est : 113,04cm^2

A quelle fraction de la hauteur a-t-il coupé le chapeau d'origine (à partir du sommet) ?

Sachant que la hauteur du chapeau d'origine est 30cm, quelle est la hauteur de la chéchia ?

Quel est le volume de ces deux coiffures ?

EXERCICE 1

UN PETIT FORMULAIRE

Dans cette liste, choisis les éléments nécessaires :

côté a - aire A de la base B (polygone) - base b - côté b - grande base B et petite base b - côté c - hauteur h par rapport au côté de base - hauteur H par rapport à la base (polygone ou disque) - largeur l - longueur L - rayon R -

puis complète les formules de périmètre, aire et volume à l'aide des expressions suivantes :

a+b+c ; axbxc ; AxH ; $\frac{AxH}{3}$; $\frac{(B+b)xh}{2}$; $\frac{bxh}{2}$; 4c ; cxc ; cxcxc ; 2(L+l) ; Lxl ; 2πR ; πRxR ; 4πRxR ; π RxRxH ; $\frac{πRxRxH}{3}$; 2πRxH ; $\frac{4πRxRxR}{3}$.

Pour cela, complète le tableau suivant en "devinant" les formules oubliées ou que tu ne connais pas encore par cœur.

POUR CALCULER	On a besoin des éléments	FORMULE
le périmètre d'un carré		P =
le périmètre d'un rectangle		P =
le périmètre d'un triangle		P =
le périmètre d'un cercle		P =
l'aire d'un carré		A =
l'aire d'un disque		A =
l'aire d'un rectangle		A =
l'aire d'un triangle		A =
l'aire d'un trapèze		A =
l'aire d'une surface cylindrique		A =
l'aire d'un surface sphérique		A =
le volume d'un cube		V =
le volume d'un prisme droit		V =
le volume d'un prisme		V =
le volume d'un cylindre		V =
le volume d'une pyramide		V =
le volume d'un cône		V =
le volume d'un sphère		V =

Exercice 2 Une pyramide régulière a pour base un carré de côté 9cm et une hauteur de 6cm.

1) Calcule l'aire d'une face latérale, celle de la base puis le volume de la pyramide.

On coupe ce solide par un plan parallèle à la base aux 2/3 de la hauteur à partir du sommet.

2) Calcule la hauteur, l'aire d'une face latérale, de la base et le volume de la petite pyramide.

3) Déduis-en le volume du tronc de pyramide.

Quel est le rapport entre les volumes de la petite pyramide et du tronc de cône ?

Exercice 3 Représente un cube en perspective. Dessine les diagonales.

Décris l'un des six solides identiques ainsi obtenu. Calcule ses dimensions (arêtes, hauteur, aires des faces, volume) pour un cube de 10 cm de côté.

Exercice 4 **D'après le brevet-Paris 87**

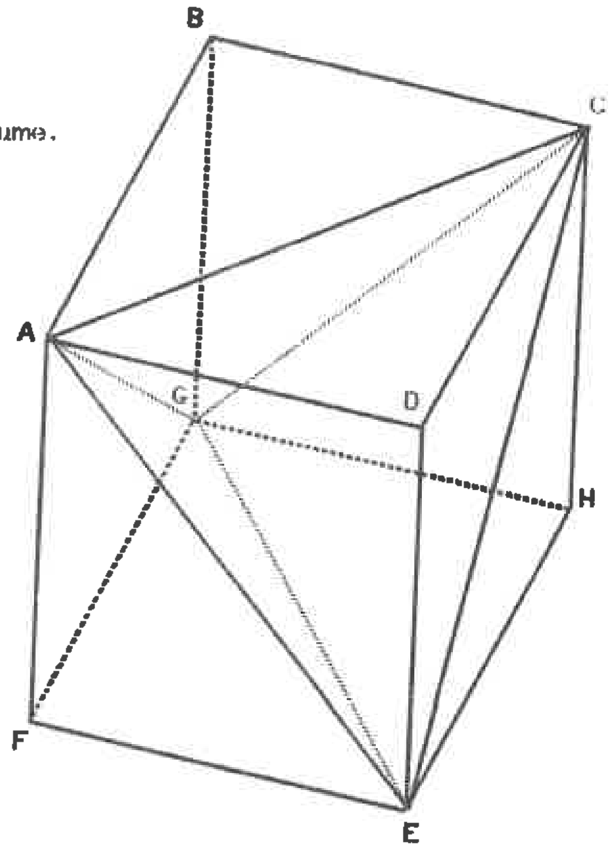
Dans la cour du Louvre on vient de construire une pyramide de verre qui abrite le hall d'entrée du musée. Cette construction est une pyramide régulière à base carrée. Soit ABCD le carré de base, de centre O ; la longueur d'un côté est de 30m ; le milieu du segment [AB] est le point H. Le sommet de la pyramide est le point S. La hauteur de la pyramide est de 20m.

Fais une figure.

Démontre que la droite (SH) est perpendiculaire à la droite (AB).

Calcule les longueurs des segments [OH] et [SH] puis l'aire de la partie vitrée (triangles latéraux) en m^2 et en hectares.

Exercice 5 Voici un cube de 9cm de côté.
Nomme les pyramides puis calcule leur volume.



Exercice 6 OABCD est un tétraèdre (pyramide dont les quatre faces sont des triangles).

Les triangles AOB ; BOC et COA sont rectangles en O. On donne : OA = 10 ; OB = 20 ; OC = 30.

Le triangle ABC est-il rectangle ?

Exercice 7 **Brevet 88**

Dessine en perspective une pyramide ABCDS telle que :
- ABCD est un rectangle
- SAB ; SAD ; SAC sont trois triangles rectangles en A
- SA = SB = 3cm
- BC = 2cm

Démontre que le triangle SBC est rectangle en B.

MATHEMATIQUES 3 EME

ANNEE SCOLAIRE 1988

DOSSIER N° 52

TITRE: SYSTEMES LINEAIRES

3

PREREQUIS

- DOSSIER 40
- DOSSIER 48
- DOSSIER 49

OBJECTIFS

- RESOLUTION DE SYSTEMES
  - METHODE PAR COMBINAISON LINEAIRE
  - METHODE PAR SUBSTITUTION
  - METHODE GRAPHIQUE

REALISE PAR : DOMINIQUE ANTOINE

PIERRE BISSEY, JEAN CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT, GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX, GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

DOSSIER 52

SYSTEME LINEAIRE
2 EQUATIONS A 2 INCONNUES

Activité 1 :**Devinette**
Les prix des croissants et des pains aux raisins ont disparu.Le boulanger,qui n'avait rien d'autre à faire, me dit:
-Si vous achetez 2 croissants et 3 pains, vous paierez :10,40 F
-Si vous achetez 4 croissants et 2 pains, vous paierez :13,60 F
Comment retrouver les prix ?

Ecriture mathématique des renseignements fournis par le boulanger:
Soit x le prix d'un croissant et y celui d'un pain aux raisins.
Le premier renseignement s'écrit:

$$2x + 3y = 10,40$$

Le deuxième renseignement s'écrit:

$$4x + 2y = 13,60$$

Nous obtenons un système linéaire de 2 équations à 2 inconnues.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 10,40 & (E_1) \\ 4x + 2y = 13,60 & (E_2) \end{cases}$$

Pour résoudre ce système il faut déterminer les nombres x et y qui vérifient **simultanément** les 2 équations.

1/ METHODE PAR COMBINAISONS LINEAIRES

Le boulanger aurait pu me dire à la place de E_1 :

$4x + 6y = 20,80$ (E'_1). Qu'aurait-il dit ?

En comparant (E'_1) et (E_2), on peut déterminer le prix y d'un pain aux raisins. Il reste alors à déterminer le prix x d' un croissant...

EN PRATIQUE

On multiplie chaque équation par un nombre, de sorte que par addition une des inconnues disparaisse:

$$\begin{matrix} (\times 2) \\ (\times(-1)) \end{matrix} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 10,40 \\ 4x + 2y = 13,60 \end{cases} \qquad \begin{cases} 4x + 6Y = 20,80 \\ -4x - 2Y = -13,60 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4y &= 7,20 \\ y &= 1,80 \end{aligned}$$

On remplace alors y par 1,80 dans l'une ou l'autre équation , et l'on obtient 2,50 comme valeur de x.

RESOUDRE DE LA MEME FACON LES SYSTEMES SUIVANTS

$$\begin{cases} 5x - 2y = 16 \\ 3x + 7y = 108 \end{cases} \qquad \begin{cases} 10x - 3y = 5{,}5 \\ 7x + 8y = 29{,}1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 5y = 3 \\ 9x - 4y = 5{,}2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 0{,}7a - 2{,}5b = -6{,}5 \\ a - 1{,}3b = -0{,}2 \end{cases}$$

2/ METHODE PAR SUBSTITUTION

Cette méthode est moins "naturelle" que la précédente.Elle consiste à exprimer l'une des inconnues en fonction de l'autre dans l'une des équations et de reporter dans l'autre équation. On obtient alors une équation à une inconnue que l'on sait résoudre.

Reprenons le premier système étudié:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 10{,}40 \\ 4x + 2y = 13{,}60 \end{cases}$$

De la première équation nous tirons $y = \dfrac{10{,}40 - 2x}{3}$

Remplaçons y par cette expression dans la deuxième équation.On obtient:

$$4x + 2\left(\frac{10{,}40 - 2x}{3}\right) = 13{,}60$$

Il reste à résoudre cette équation ,donc trouver x ,et reporter la valeur de x dans l'expression de y.

EXERCICE

Résoudre par substitution les 4 systèmes proposés précédemment.

3/ METHODE PAR COMPARAISON

Reprenons encore le système :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 10{,}40 \\ 4x + 2y = 13{,}60 \end{cases}$$

Exprimons y en fonction de x dans les deux équations.On obtient:

Pour la première: $y = \dfrac{10{,}40 - 2x}{3}$

Pour la deuxième: $y = \dfrac{13{,}60 - 4x}{4}$

On obtient alors une équation du premier degré à une inconnue x :

$$\frac{10{,}40 - 2x}{3} = \frac{13{,}60 - 4x}{4}$$

On obtient x , puis y.

EXERCICE

Résoudre par comparaison les 4 systèmes proposés précédemment.

4/ METHODE : RESOLUTION GRAPHIQUE

La méthode par comparaison nous y prépare. En effet les deux expressions de y que l'on a déterminées:

$$y = \frac{10,40 - 2x}{3} \qquad \text{et} \qquad y = \frac{13,60 - 4x}{4}$$

peuvent s'écrire:

$$y = \frac{-2}{3}x + \frac{10,40}{3} \qquad \text{et} \qquad y = -x + 3,4$$

Or nous savons que ces deux expressions sont les équations de deux droites du plan. Il suffit de tracer ces deux droites. Les coordonnées de leur point d'intersection sont les solutions du système.

__Remarque__ : Pour tracer la droite associée à la première équation, on prendra des points ayant pour abscisse des multiples de 3! (Pourquoi?)

Activité 2

Désirant louer une voiture une personne a 2 possibilités:

- Dans une première agence on lui demande 1F du Km parcouru plus 110 F par jour.
- Dans une seconde agence on lui demande 1,30 F du Km parcouru plus 80 F par jour.

Cette personne choisit la deuxième solution. Il lui en coûte 1245 F. Elle s'aperçoit alors que la première solution ne lui aurait coûté que 1200 F.

Peut -on retrouver le nombre de jours (J) de location, ainsi que le nombre de Km parcourus (k) ?

__Utiliser les 4 méthodes pour résoudre ce problème__

Activité 3

Un épicier achète à un grossiste 250 boites d'allumettes et 40 briquets pour 330 F.
Un autre épicier achète au même grossiste 300 boites d'allumettes et 25 briquets pour 292,50 F.

Peut -on déterminer le prix d'une boite d'allumettes (a) et celui d'un briquet (b)?

__Utiliser les 4 méthodes pour résoudre ce problème__

REMARQUE

Les systèmes étudiés jusqu'ici ont eu pour solutions une valeur unique pour x et une valeur unique pour y. En effet le couple (x,y) correspond aux coordonnées du point d'intersection des droites associées aux équations du système.Or deux droites du plan peuvent aussi être strictement parallèles ou même confondues.

5/ SYSTEMES SANS SOLUTION

Résoudre le système suivant:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 5 \quad (E') \\ 3x + 2y &= 11 \quad (E'') \end{aligned}$$

Réfléchissons.... Peut-on trouver 2 nombres x et y solutions du système ? Pourquoi ?

Déterminer les équations des droites associées à E' et E". Les tracer .Quelle est leur position relative ?

Résoudre le système:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 & (E') \\ 4x + 6y = 8 & (E'') \end{cases}$$

Que devient l'équation E' si on multiplie ses coefficients par 2 ?
..... On est donc ramené au cas précédent.
Montrer que le tableau :

2	3
4	6

est un tableau de proportionnalité

Mais que le tableau :

2	3	5
4	6	8

n'est pas un tableau de proportionnalité

EN RESUME

Le système général suivant :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

n' a pas de solution si et seulement si :

a	b
a'	b'

est un tableau de proportionnalité

ET

a	b	c
a'	b'	c'

n'est pas un tableau de proportionnalité

6/ SYSTEMES AYANT UNE INFINITE DE SOLUTIONS

C'est le cas où le tableau :

a	b	c
a'	b'	c'

est un tableau de proportionnalité

Exemple: Soit le système,

$$\begin{cases} 6x - 15y = 3 \\ 2x - 5y = 1 \end{cases}$$

Montrer que les coefficients des 2 équations sont proportionnels. Tracer les droites associées à ces deux équations. Quelle est leur position relative ? Quels sont leurs points communs ? Quelles sont les coordonnées de ces points ?<u>Ces coordonnées sont les solutions</u>

7/ EXERCICES

• Résoudre les systèmes, après avoir vérifié à l'aide des coefficients s'ils ont ou non des solutions.

$$\begin{cases} x + 6y = 30 \\ 5x - 2y = 54 \end{cases} \qquad \begin{cases} 7,5\,a + 3,2\,b = 91 \\ a - 5\,b = -15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2m - 6,5\,n = 9 \\ 3m + 9\,n = 49 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x - y = 7 \\ 15x - 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 1,5x + 3y = 10,5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x - 5y = 2 \\ 3x - 3y = 12 \end{cases}$$

• Résoudre les problèmes suivants:

1/ Jérome achète 2 cahiers et 3 stylos pour 20,10 F.
Didier achète 3 cahiers et 1 stylo pour 17,20 F.
Trouver le prix d'un cahier et d'un stylo.

2/ On a placé une somme A à 6% et une somme B à 9% .Elles ont rapporté à elles deux 1380 F d' intérêts.Si on avait fait l' inverse on aurait perdu 210 F. Trouver les sommes placées .

MATHEMATIQUES 3 EME

ANNEE SCOLAIRE 1988

DOSSIER N° 53

TITRE: EQUATIONS-INEQUATIONS 1° DEGRE

3

PREREQUIS

- DOSSIER 39
- DOSSIER 40

OBJECTIFS

- MISE AU POINT ET APPROFONDISSEMENT DE LA RESOLUTION D'EQUATIONS ET D'INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE A UNE INCONNUE

REALISE PAR :

DOMINIQUE ANTOINE

PIERRE BISSEY

JEAN CLAUDE DUPERRET

ROBERT CHAPOT

GERALD GENTHON

BERNARD CHARLAIX

GERARD PAPA

COLLEGE ALBERT CAMUS - 11 RUE MIRABEAU - 10600 - LA CHAPELLE SAINT LUC

DOSSIER N° 53

EQUATIONS ET INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE

1 / EQUATIONS DU PREMIER DEGRE

A) SITUATION 1 : Jean joue 25 fois à un jeu. Il reçoit 4 francs chaque fois qu'il gagne et donne 10 francs lorsqu'il perd. A la fin de la partie, il reçoit 30 francs. Combien de fois à-t-il gagné ?

Tu peux essayer de trouver la réponse " en tatonnant ". Fais quelques essais. Maintenant tu vas calculer et chercher la réponse de façon plus rigoureuse.

- On appelle x le nombre de fois où il a gagné ; x est l'INCONNUE.
- Il a gagné x fois. Combien de fois a-t-il perdu ?
- Traduis, en fonction de x, ses gains et ses pertes :

gains = ...

pertes = ...

- Traduis enfin qu'il a gagné 30 francs : ...

Tu dois arriver à $4x - 10(25 - x) = 30$

$4x - 10(25 - x) = 30$ est une EQUATION

Tu as déja rencontré des équations dans les classes antérieures. Tu dois déja savoir résoudre l'équation ci-dessus. Fais-le.

Reprenons et complétons ce que tu sais :

B) DEFINITION

Une équation se présente sous forme d'une égalité d'expressions algébriques dans laquelle figure une lettre appelée "INCONNUE"

$3(x - 2) = 7x - 5$ $\qquad$ $(2x - 3)(3x - 1) - 5 = 6x^2 + 3x$ sont des équations.

Les expressions séparées par le signe = sont les MEMBRES de l'équation.

C) SOLUTION D'UNE EQUATION

Complète le tableau suivant concernant l'équation $3(x - 2) = 7x - 5$

	Premier membre	Deuxième membre
$x = 1$	$3(1 - 2) = -3$	$7.1 - 5 = 2$
$x = -4$		
$x = -\frac{2}{3}$		
$x = \frac{1}{4}$		

Pour les valeurs de x choisies les membres sont-ils égaux ?

Tu constates qu'il existe une valeur de x pour laquelle l'égalité est vraie. Cette valeur de x s'appelle la SOLUTION ou la RACINE de l'équation.

__Remarque__ : On a défini une équation comme une égalité. En fait l'égalité n'a lieu que pour des nombres qui sont les solutions de l'équation.

RESOUDRE UNE EQUATION , c'est déterminer l'ensemble des solutions.

__Problème__ : L'équation étudiée dans le tableau admet $\frac{1}{4}$ comme solution. y-en-t-il d'autres ?

Pour t'aider à répondre à cette question, tu dois connaitre les théorèmes suivants (que tu as déja utilisés) :

THEOREME 1 : Dans une équation, on peut faire passer un terme d'un membre dans l'autre à condition ....

THEOREME 2 : Dans une équation, on peut multiplier (ou diviser) les deux membres par un même nombre non nul.

EQUATION DU PREMIER DEGRE : C'est une équation qui peut toujours, après les calculs nécessaires, se ramener à une écriture du type $ax = b$.

__Exemples__ : $5x + 7 = 6(3x - 8)$ $\qquad x^2 + 3x - 9 = (x - 7)^2$

RESULTAT IMPORTANT : L'équation fondamentale $ax = b$ admet comme unique solution $x = ...$ (si $a \neq 0$! Pourquoi ?).

Que se passe-t-il si $a = 0$?

__PRATIQUEMENT__ : Pour résoudre une équation, tu utilises les théorèmes 1 et 2 pour arriver à l'équation fondamentale. Puis tu utilises le résultat ci-dessus.

Maintenant tu vas "faire des gammes" :

ERCICE 1 : Résous les équations suivantes :

a) $-2x = 5$	$4x + 5 = 0$	$10^{-3}x = 400$
b) $9 - 3x = 0$	$-8x + 12 = 0$	$5x - \frac{1}{4} = 0$

c) $-\frac{2}{3}x + 3 = 0$ $\qquad \frac{2}{3}x + \frac{5}{6} = 0$ $\qquad 4 - 3x = 5x + 3$

Les séries d'équations suivantes ne sont pas sous une forme aussi simple que dans l'exercice 1.

<u>La méthode suivante reprend et complète ce que tu dois déjà savoir</u> :

1 - Tu effectues (si nécessaire) les calculs proposés dans l'équation. Il s'agit des règles de calcul algébrique : distributivité, règle des parenthèses ...

2 - Tu regroupes dans un membre tous les termes contenant l'inconnue et dans l'autre tous les autres termes.

3 - Tu réduis les termes dans chaque membre.

4 - Tu arrives nécessairement à l'équation fondamentale.

ERCICE 2 : Résous les équations suivantes :

a) $2 - 4x = 4 + 2x$ $\qquad 3 - 4x + 8 = 9x - 7$

b) $(7 - 4x) + 12 = (9x - 5) + (14x - 1)$ $\qquad 9 + (3 - 2x) = 4x - (7 - 8x)$

c) $5x + 3(x - 1) = 4(x - 2)$ $\qquad 2(3x - 1) - 2x = 7x + 3 - 2(3x + 1)$

d) $3x - 4(x - 2) = 2(5x - 4)$ $\qquad 6x - \frac{3}{2} = 5x + \frac{6}{5}$

e) $5x - (-x + 5) = -(3x + 2)$ $\qquad (10x - 5) - 3(2x + 5) = -20$

<u>Exercice résolu</u> :

$$\frac{2x - 3}{9} - \frac{x}{6} = \frac{31 - 2x}{2}$$

On pourrait appliquer la méthode précédente et écrire par exemple :

$$\frac{2x}{9} - \frac{3}{9} - \frac{x}{6} = \frac{31}{2} - \frac{2x}{2}$$, puis continuer le calcul.

Il est généralement plus judicieux de réduire au même dénominateur. Fais-le.

Ensuite multiplie les deux membres par 18. Tu dois obtenir :

$$4x - 6 - 3x = 279 - 18x$$

Termine alors la résolution

EXERCICE 3 : Résous les équations suivantes :

a) $\frac{x+1}{2} + x - 3 = \frac{3x-1}{2}$ b) $\frac{2x}{9} - \frac{2}{3} = \frac{x}{2} + 1$

c) $\frac{8x}{5} - 8 = \frac{3x}{2} - 11$ d) $7x - 3 = \frac{x}{2} + \frac{x-9}{3}$

e) $\frac{2(x-1)}{5} = x - 4$ f) $\frac{x-3}{5} = \frac{3}{4}$

Pour l'équation f), essaie de faire les produits en croix et compare.

EXERCICE 4 : Des équations un peu plus complexes :

a) $\frac{4-3x}{2} + \frac{x-1}{4} = \frac{x}{3} + 2$ b) $x + \frac{x+1}{2} = 2x + \frac{1}{3}$

c) $\frac{2x-3}{4} + \frac{3x-7}{8} = 1$ d) $\frac{x}{2} - \frac{x+3}{4} = 5$ (attention)

e) $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{5} = \frac{7x-2}{15}$ f) $\frac{x+3}{4} - \frac{x+5}{7} = \frac{7x-2}{15}$

2 / EQUATIONS PRODUIT

A) PRODUIT NUL

Complète le tableau suivant :

a	b	ab
$a \neq 0$	$b \neq 0$	$ab \neq 0$
$a = 0$	$b \neq 0$	
$a \neq 0$	$b = 0$	
$a = 0$	$b = 0$	

Déduis de ce tableau la condition pour qu'un produit soit nul.

REGLE 1 : Dans un produit de facteurs, <u>si</u> l'un des facteurs est nul <u>alors</u> .....

REGLE 2 : <u>Si</u> un produit de facteurs est nul, <u>alors</u> ......

B) APPLICATION A LA RESOLUTION D'EQUATIONS

SITUATION 2 : Ecris qu'un nombre x a son carré égal à son triple.

Tu as $x^2 = \ldots$

Est-ce une équation du premier degré ?

Essaie de trouver x. Quelles solutions proposes-tu ?

$x^2 = 3x$ peut s'écrire $x^2 - 3x = 0$.

En factorisant le premier membre, on a $x(x - 3) = 0$.

Tu dois reconnaitre un produit nul. Donne alors les solutions.

$x(x - 3) = 0$ est une $\boxed{\text{EQUATION PRODUIT}}$

$\boxed{\text{SITUATION 3}}$: Etude de $(x + 1)(x + 3) = 2x(x + 3)$

Effectue en développant les deux membres, puis réduis.

Tu dois encore arriver à une équation du deuxième degré. Essaie de trouver la ou les solutions. Pas facile.

Pourtant : $(x + 1)(x + 3) = 2x(x + 3)$ peut s'écrire

$$(x + 1)(x + 3) - 2x(x + 3) = 0$$

Factorise cette expression :

Tu arrives à $(x + 3)(1 - x) = 0$

Tu reconnais encore une équation produit. Donne alors ses solutions.

Conclusion : Quand on rencontre une équation qui n'est pas du premier degré, on se ramène à une équation produit (i.e. un produit de facteurs nul). Pour se ramener à l'équation produit, il faut factoriser un membre, l'autre étant nul.

$\boxed{\text{EXERCICE 5}}$: "Des gammes" avec les équations produit.

a) $(x - 5)(x - 3) = 0$ $\qquad$ $(-4x + 7)(3x - 1) = 0$

b) $(x - 6)(2x + 1)(4x - 3) = 0$ $\qquad$ $(2x - \frac{3}{4})(4x - \frac{8}{5}) = 0$

c) $5x^2 - 7x = 0$ $\qquad$ $x^2 = 4$

d) $x(x + 1) - (x + 1)(x + 2) = 0$ $\qquad$ $2x(2x + 3) = (2x + 3)(x - 1)$

e) $(3x - 2)^2 = (2x - 3)(3x - 2)$ $\qquad$ $12x^2 = 4x$

f) $4x - 1 = x(4x - 1)$ $\qquad$ $(3x + 1)(5x - 2) = 4(3x + 1)$

Tu as vu qu'on est amené à factoriser. Souviens-toi des produits remarquables qui fournissent des factorisations. Revois à ce sujet le dossier N°42.

RAPPEL : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

La dernière égalité est certainement la plus importante.

EXERCICE 6 : Résous les équations suivantes (se ramener à des équations produit en factorisant).

a) $(x + 1)^2 - 36 = 0$ $\quad$ $(3x + 2)^2 - 4x^2 = 0$

b) $16x^2 - (x - 2)^2 = 0$ $\quad$ $81x^2 = 16$

c) $25 = (3x - 5)^2$ $\quad$ $(4x - 1)^2 - (3x + 2)^2 = 0$

d) $(7x - 1)^2 = (3x + 2)^2$ $\quad$ $(7x + 3)^2 = 1$

e) $4x^2 + 12x + 9 = 64$ $\quad$ $(2x + 1)^2 + (2x + 1)(x + 3) = 0$

f) $(x - 3)(3x - 7) - (x^2 - 9) = 0$ $\quad$ $-4x^2 + 28x - 49 = 0$

3 / PROBLEMES - MISE EN EQUATIONS

A) SITUATION 4

Problème : Une entreprise comptera le même nombre de personnes si elle triple son effectif ou si elle embauche 20 personnes.

Quel est l'effectif initial de cette entreprise ?

Essaie de trouver une solution à ce problème. Dans tes recherches, inspires toi peut-être de la situation 1.

Voici une méthode générale qui doit donner la solution :

1 - Bien lire l'énoncé.

2 - Analyse du texte et relevé des éléments essentiels.

3 - Choisir l'inconnue. C'est généralement ce qui est demandé.

4 - Mise en équation (Traduction du texte par une équation).

5 - Résolution de l'équation.

6 - Retour au problème posé et vérification de la solution trouvée.

Application au problème ci-dessus :

1 - Lecture de l'énoncé.

2 - Analyse du texte et relevé des éléments essentiels.

3 - x est l'effectif initial.

4 - $3x = x + 20$

5 - $x = 10$

6 - Vérification : $10 . 3 = 30$ $10 + 20 = 30$

B) EXERCICES

Résoudre les exercices suivants par la méthode ci-dessus (même si certains peuvent se traiter sans avoir recours à une équation algébrique).

EXERCICE 7 : Trouver 3 nombres pairs consécutifs dont la somme est 72.

EXERCICE 8 : Une citerne est remplie au $\frac{1}{6}$ de sa contenance. On y ajoute 240 litres. Elle est alors pleine aux $\frac{2}{3}$. Quelle est la contenance de la citerne ?

EXERCICE 9 : 3 personnes ont ensemble 1580 francs. La deuxième a 150 francs de plus que la première et la troisième a 70 francs de moins que la seconde. Quelle est la part de la première puis celle des deux autres ?

EXERCICE 10 : Un commerçant vend des fraises 13 francs le kg. Lors du transport 5 kg sont perdus. S'il vend ce qui reste à 15 francs le kg, il gagne la même somme. Combien avait-il emporté de kg de fraises ?

EXERCICE 11 : Quel est le nombre dont le double plus 16 égale le triple moins 21 ?

EXERCICE 12 : Un terrain rectangulaire a pour dimension 80 m et 55 m. On augmente la longueur de 8 m. De combien doit-on diminuer la largeur pour que l'aire de ce terrain ne change pas ?

5 / INEQUATIONS

A) SITUATION 5 : Soit un rectangle de longueur inconnue x et de largeur 8.

Traduis son périmètre en fonction de x.

Soit également un triangle équilatéral de côté x.

Traduis son périmètre en fonction de x.

On veut que le rectangle ait un périmètre supérieur à celui du triangle. Traduis cette condition. Tu dois arriver $2x + 16 > 3x$. Ceci est une inéquation.

B) DEFINITION ET VOCABULAIRE

DEFINITION : Une inéquation se présente sous forme d'une inégalité dans laquelle figure une inconnue x.

Exemples : $3(x - 2) \leqslant 7x + 2$ $\qquad \dfrac{4x - 1}{7} > x + \dfrac{x - 2}{5}$

Tu dois imaginer qu'on peut rencontrer des inéquations avec les symboles suivants : $<$ $\leqslant$ $\geqslant$ $>$

Les symboles d'inégalités séparent les MEMBRES de l'inéquation.

Reprenons l'inéquation $2x + 16 > 3x$.

Si on remplace x par 3, on obtient
- Le premier membre $2.3 + 16 = 22$
- Le deuxième membre $3.3 = 9$

L'inégalité est vraie.

Complète le tableau suivant :

x	3	-5	0	20	-20	30	16
L'égalite est	V						

(V = vraie ; F = fausse)

Les valeurs de x pour lesquelles l'égalité est vraie s'appellent SOLUTIONS ou RACINES de l'inéquation.

Remarque : On a défini une inéquation comme une inégalité. En fait l'inégalité n'a lieu que pour des nombres qui sont solutions de l'inéquation.

RESOUDRE une inéquation, c'est déterminer l'ensemble des solutions.

Une inéquation du premier degré peut touhours se présenter sous une forme réduite : $ax < b$ ou $ax \leqslant b$ ou $ax > b$ ou $ax \geqslant b$.

Saurais-tu résoudre l'inéquation proposée ?

On va étudier les méthodes qui permettent de résoudre une inéquation.

C) RESOLUTION D'UNE INEQUATION

a) <u>Rappel</u> : On peut rajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres d'une inégalité.

Si $a < b$ alors $a + c < b + c$
Si $a < b$ alors $a - c < b - c$

Les réciproques sont-elles vraies ? Ecris-les !

b) <u>Rappel</u> : Que se passe-t-il pour la multiplication ? Ecris la règle !

Si $a < b$ et $c > 0$ alors $ac < bc$
si $a < b$ et $c < 0$ alors $ac > bc$

Qu'en est-il pour la division (rappelle-toi que diviser, c'est multiplier par l'inverse) ?

<u>Remarque</u> : Ces règles, valables pour les inégalités, sont encore valables pour les inéquations.

c) <u>Résolution pratique</u> : Tu utilises les deux théorèmes suivants :

> **Théorème 1** : Dans une inéquation, on peut faire passer un terme d'un membre à l'autre à condition de changer son signe.

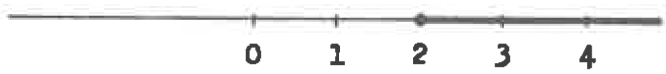
> **Théorème 2** : Dans une inéquation, on peut diviser les deux membres par un même nombre non nul :
> <u>Si ce nombre est positif</u>, on obtient une inéquation de même sens.
> <u>Si ce nombre est négatif</u>, on obtient une inéquation de sens contraire.

<u>Exercice résolu</u> :

$3x - 2 \geqslant 4$; $3x \geqslant 4 + 2$; $3x \geqslant 6$; $x \geqslant \frac{6}{3}$; $x \geqslant 2$

x sera solution si $x \geqslant 2$.

Représentation graphique des solutions



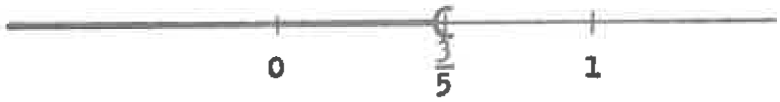
XERCICE 13 : Résous les inéquations suivantes et repésente graphiquement les solutions

a)	$3x > -5$	$8x \leqslant 12$	$-2x < 3$
b)	$-4x < \frac{8}{3}$	$5x + \frac{1}{4} > 0$	$-\frac{2}{5}x + 3 < 0$
c)	$600x \geqslant -0{,}3$	$-2{,}4x < 0{,}6$	$0{,}1x - 0{,}8 \leqslant 0$

Exercice résolu :

$$4x - 5 > 3x - 2(4 - 3x) \quad ; \quad 4x - 5 > 3x - 8 + 6x$$

$$4x - 3x - 6x > -8 + 5 \quad ; \quad -5x > -3 \quad ; \quad x < \frac{-3}{-5} \quad ; \quad x < \frac{3}{5}$$



EXERCICE 14 : Résous l'inéquation proposée au début dans l'activité de la situation 5.

EXERCICE 15 : Résous les inéquations suivants et représente graphiquement les solutions :

a) $2x + 4 > 3x + 2$ $\qquad$ $3(x + 1) \geqslant 7(2x - 1)$

b) $3(x + 4) - 1 \geqslant (x - 2) - (4x - 1)$ $\qquad$ $5x + 3(x - 1) < 4(x - 2)$

c) $\frac{x - 2}{3} + 4x \leqslant x + \frac{3}{4}$ $\qquad$ $3x - 5 \geqslant 2x - (4 - 5x)$

d) $\frac{2x - 1}{3} > \frac{x + 5}{4}$ $\qquad$ $\frac{5x - 7}{2} - \frac{1}{3} > \frac{x + 2}{3}$

e) $\frac{3x - 4}{6} < \frac{x + 1}{5}$ $\qquad$ $(4x + 3) - (x - 1) > x + 3 + 10(1 - x)$

f) $\frac{x + 3}{2} \leqslant \frac{2x + 5}{3} - \frac{x}{6}$ $\qquad$ $5(3x - 1) - 7x > 4(2x - 1)$

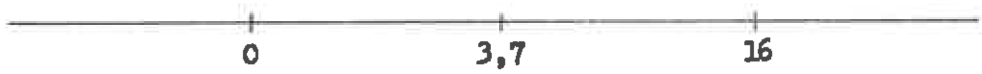
g) $\frac{3x + 2}{5} - \frac{2x + 3}{3} < \frac{x - 2}{3}$ $\qquad$ $\frac{3x}{2} - \frac{3x + 1}{3} > \frac{x}{12} - \frac{1}{6}$

D) SYSTEMES D'INEQUATIONS

a) Situation 6 : On cherche x tel que le périmètre du rectangle de la situation 5 soit compris entre le périmètre du triangle équilatéral et celui du cercle de rayon x.

- Traduis la donnée "périmètre du triangle inférieur à celui du rectangle". Résous cette inéquation.
- Traduis la donnée "périmètre du rectangle inférieur à celui du cercle". Résous cette inéquation. Donne une valeur approchée à 0,1 près.

Représente sur un même graphique les solutions des 2 inéquations.
Y-a-t-il des valeurs de x qui vérifient les 2 inéquations simultanément ?



Tu viens de résoudre un système d'inéquations. On le note :

$$\begin{cases} 3x < 2x + 16 \\ 2x + 16 < 2\pi x \end{cases}$$

RESOUDRE un système d'inéquations, c'est déterminer des solutions qui vérifient simultanément les inéquations du système.

b) Méthode de résolution d'un système d'inéquations

- On résout séparément chacune des inéquations.
- On détermine les solutions communes aux inéquations (on fait cette détermination graphiquement).

Exercice résolu :

$$\begin{cases} x - 5 \leqslant 3x + \frac{4}{5} & (1) \\ \frac{7x - 1}{3} < x + \frac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

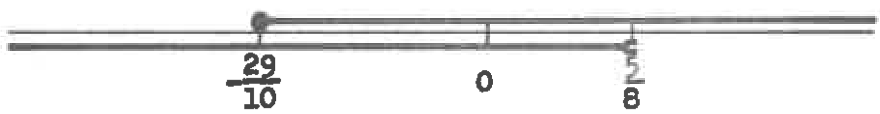
- Résolution de (1) :

$$-5 - \frac{4}{5} \leqslant 3x - x \quad ; \quad -\frac{29}{5} \leqslant 2x \quad ; \quad x \geqslant -\frac{29}{10}$$

- Résolution de (2) :

$$\frac{2(7x - 1)}{6} < \frac{6x}{x} + \frac{3}{6} \quad ; \quad 14x - 2 < 6x + 3$$

$$8x < 5 \quad ; \quad x < \frac{5}{8}$$



- Les solutions communes aux deux inéquations du système sont :

XERCICE 16 : Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} 2x + 1 > 4(x - \frac{1}{2}) + 3 \\ 0 \leqslant 6 - (1 - 3x) \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} 3x + 2 \leqslant 0 \\ 3x + 3 \geqslant 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2 > 5(x - 3) \\ x + 5 \geqslant 4x - 3 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} 2x - 8 \leqslant 5x + 13 \\ 4x - 23 \leqslant 10 + x \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 5 \leqslant 3x + \frac{4}{5} \\ \frac{7x - 1}{3} > x + \frac{1}{2} \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} \frac{x}{2} < -\frac{x}{2} - x + 3 \\ \frac{2x + 3}{7} < \frac{x}{2} + \frac{3x - 1}{3} \end{cases}$

d) $2(x - 1) - 4x \leqslant 6x + 2 \leqslant 3(4x - 1)$

EXERCICE 17 : Trouve les entiers naturels tels que la somme d'un de ces nombres, de son double et de son triple soit inférieure à 50.

EXERCICE 18 : On donne les fonctions affines f et g définies par :

$$f(x) = 2x + 3 \qquad g(x) = -x + 1$$

a) Résoudre $f(x) = g(x)$.

b) Résoudre $f(x) < g(x)$.

EXERCICE 19 : On donne $f(x) = (3x - 5)^2 - (x + 4)^2$

a) Développe et réduire $f(x)$.

b) Factorise $f(x)$.

c) Résous les équations suivantes :

$$f(x) = 8x^2$$

$$f(x) = 9$$

$$f(x) = 0$$

d) Résous les inéquations suivantes :

$$f(x) < 8x^2$$

$$f(x) \geqslant 8x^2 + 9$$

EQUATIONS (Additif au dossier n° 39)

Nous sommes partis de l'idée de l'Irem de Strasbourg de donner une série de problèmes et de demander de repérer, parmi un même nombre d'équations, celle qui peut permettre de résoudre le problème. Plutôt que de proposer à chaque problème son équation, nous avons choisi de n'offrir qu'un petit nombre d'équations, certaines donc correspondants à plusieurs problèmes.

Le but est :
- écrire une équation pour résoudre un problème ;
- éveiller la nécessité de l'apprentissage d'une technique de résolution d'une équation en évitant que les procédures apparaissent comme figées, artificielles ;
- aborder quelques erreurs classiques.

MISE EN EQUATION D'UN PROBLEME

Choisis parmi ces cinq équations celle qui te permettrait de résoudre le problème.

EQUATIONS :

(a) $3x + 18 = x + 40$

(b) $x = 28$

(c) $x + 36 = (40 - x) + 18$

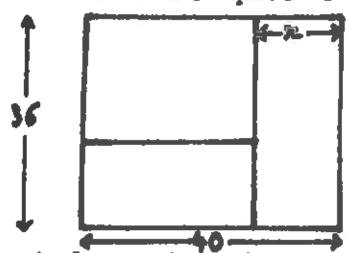
(d) $x = 11$

(e) $7x = 28$

PROBLEMES :

(1) Un rectangle a pour largeur 9 cm. Trouve la longueur de ce rectangle pour que le périmètre mesure 40 cm.

(2) Un rectangle a pour longueur 11 cm et pour demi-périmètre 22 cm. De quoi s'agit-il ?

(3) 

Trouve x pour que les trois rectangles aient le même périmètre.

(4) Pendant la quinzaine des soldes de janvier, un commerçant ne fait payer au client que les 70 % du prix. Quel est le prix d'un drap qui était mis en vente à 40 F le mois précédent.

(5) Deux enfants reçoivent 40 F pour faire quelques emplettes. Ils dépensent 18 F.
S'ils partagent également la monnaie quelle est la part de chacun ?

(6) Paul sort d'un sachet quatre billes de même catégorie. Trois de ces billes et une prune de 18 g posés sur un plateau d'une balance, équilibrent la bille restante avec une mandarine de 40 g posés sur l'autre plateau. Combien pèse une bille ?

(7) Un colis a un poids très proche de 30 kg. Il est équilibré par plusieurs caisses de 7 kg chacune. Combien de caisses sont nécessaires ?

(8) En six ans, une entreprise voit son effectif triplé avec l'embauche de 22 personnes. Quel était l'effectif il y a six ans ?

(9) L'année de ses 40 ans, un père fête les 18 ans de sa fille. Quel âge avait l'enfant lorsque le père a eu le triple de l'âge de sa fille ?

(10) Une mère a 40 ans. A quel âge a-t-elle donné naissance à son premier enfant, il y a 36 ans ?

(11) Un père a 40 ans et son fils 6 ans. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le triple de l'âge du fils ?

(12) C'est à Terre Neuve que le capitaine d'un chalutier a fêté ses 40 ans alors que le mousse en avait 12. Quel est aujourd'hui l'âge du capitaine ?

(13) Quel est en 1989 l'âge d'un élève de troisième né le 25 août 1975 ?

(14) Trouve le nombre qui, augmenté de 40, est égal au triple de ce nombre auparavant augmenté de 6.

(15) Trouve le nombre dont le triple augmenté de 18 est égal à lui-même augmenté de 40.

Fiche dublirem

TITRE : MATHEMATIQUES EN ACTIVITES - N° 8

AUTEUR : EQUIPE Enseignants IREM de Reims-Collège Albert Camus (Aube)

NIVEAU : 3ème - Année scolaire 88-89

DATE : Juin 1989

MOTS-CLÉ : spécialité MATHEMATIQUES
autres EXPERIMENTATION DES NOUVEAUX PROGRAMMES

RESUME : Voici 5 ans que notre équipe bien soudée, accomplit ce travail en commun.
Le fascicule n° 8 comprend 7 dossiers de 3ème et fait suite aux fascicules :
n° 1 & 2 (couverture verte) concernant la 6ème (85-86 & 86-87)
n° 3 & 4 (couverture bulle) concernant la 5ème (86-87 & 1987)
n° 5 & 6 (couverture rose) concernant la 4ème (87-88 & 1988)
n° 7 & 8 (couverture jaune) concernant la 3ème (1988 - 1989)

CONTENU DU FASCICULE N° 8 :

Dossier n° 47 : Situations affines
48 : Equation de droite
49 : Application affine
50 : Distance dans le plan. Applications
51 : Pyramide et cône
52 : Système de deux équations du premier degré à deux inconnues
53 : Equations et inéquations du premier degré.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	IREM numéro
A4	87	30 F	Re27