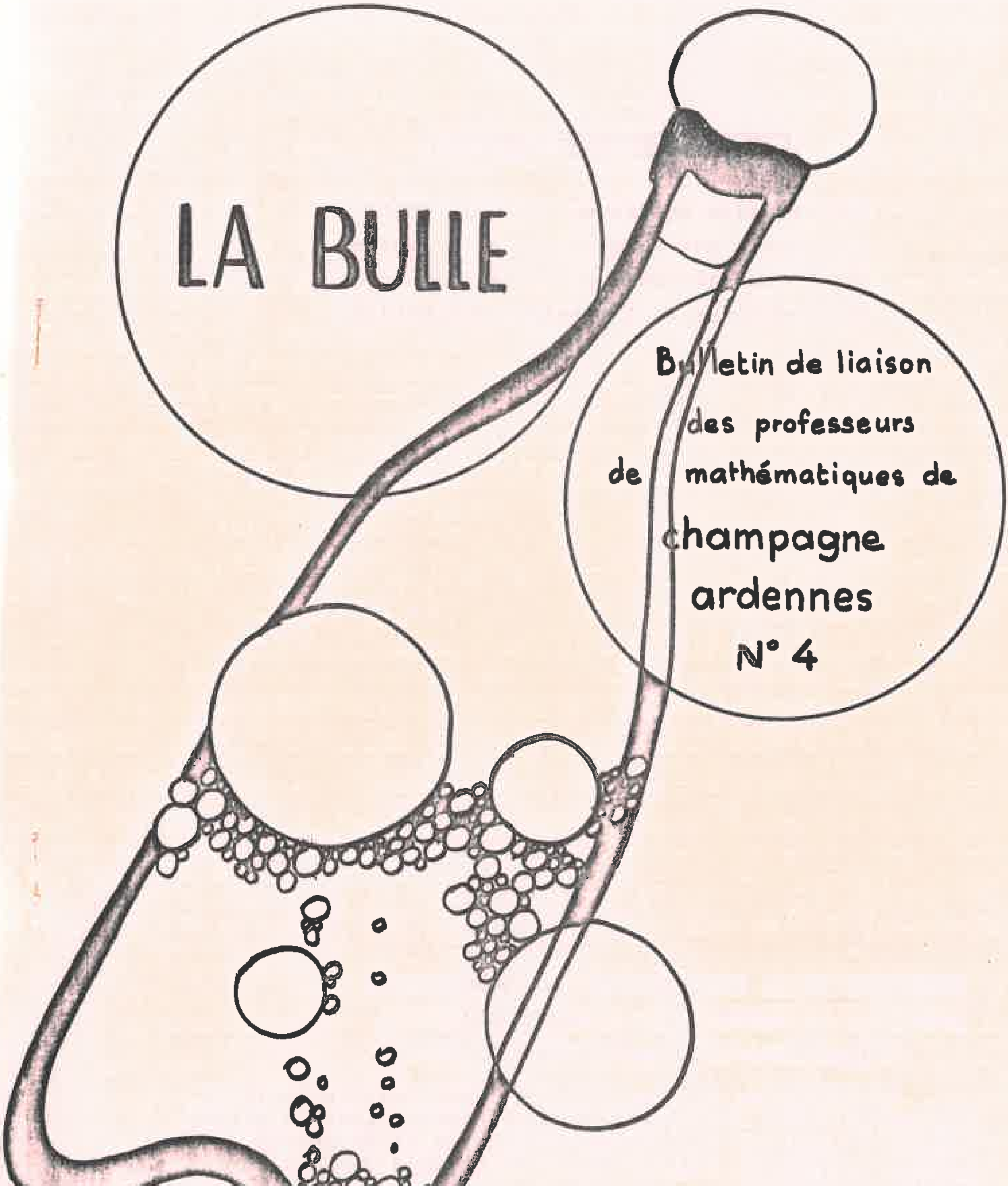
LA BULLE

Bulletin de liaison
des professeurs
de mathématiques de
champagne
ardennes
N° 4



décembre 1980
trimestriel
prix 4f.

AVERTISSEMENT AU LECTEUR

Les articles paraissant dans la BULLE n'engagent que leur auteur et en aucun cas l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.

DIRECTEUR DE LA PUBLICATION: J-L VANDENHENDE

IMPRIME A LA FACULTE DES SCIENCES DE REIMS.

Responsable de l'impression: M. PILLET.

La BULLE est une publication trimestrielle (mois de parution: Mars, Juin, Septembre, Décembre) envoyée gratuitement à tous les membres de l'APMEP de la Régionale de REIMS. Le prix de l'abonnement est compris dans la cotisation nationale.

EDITORIAL

D'une part, je tiens à faire une mise au point:la Bulle N°4 est le 3ème bulletin de liaison qui porte le nom de "Bulle". Le premier bulletin de liaison (paru en Juin 1979) n'avait pas encore ce nom. Que personne ne cherche donc la Bulle N°1, elle n'a jamais existé.

D'autre part, l'appel de candidatures pour le renouvellement du Comité est loin d'avoir déchaîné les foules. Il n'y a encore qu'une seule candidature. Il faudrait peut-être se rendre compte que l'animation de la Régionale est entièrement bénévole - ce qui nécessite une plus grande répartition des tâches -, qu'il n'y a pas que des "célibataires" au Comité - inutile donc de se retrancher derrière de fallacieux arguments familiaux - et qu'aucune personne n'est plus compétente qu'une autre.

Enfin, il faut développer la vente des brochures dans la Régionale, dont les clients potentiels sont avant tout les non-adhérents. Je lance donc un appel pour que des "volontaires", dans chaque département, voire même dans chaque grande ville, veuillent servir de dépot de brochures. En cas de"succès" de l'opération, la liste des "volontaires" paraîtra dans la Bulle N°5 de Mars 1981.

Bon courage !

Jean-Loup VANDENHENDE

SOMMAIRE

++++++++++

BROCHURES

Voici la liste des brochures disponibles à la Régionale ainsi que leur nombre entre parenthèses.Le nombre devant correspond au classement national.

5 Eléments de logique:6 F (15)
8 Mots I:10 F (62)
9 Elem-math I:4 F (48)
10 Carrés magiques:4 F (21)
11 Mots II:10 F (64)
13 Mathématique pour la formation d'adultes:15 F (19)
14 Savoir minimum fin de troisième:15F (17)
15 Mots III: 12 F (148)
16 Elem-Math II: 6 F (39)
17 Hasardons nous: 25 F (41)
19 Elem-math III: 10 F (29)
20 Apports de l'informatique à l'enseignement des mathématiques: 25 F (12)
21 Géométrie au premier cycle t 1:25 F (91)
22 idem t 2:30 F (85)
23 Pavés et bulles:25 F (104)
24 Calculateurs programmables et algèbre de 4ème:20 F (133)
25 Mots IV:12 F (184)
26 Elem-math IV;9 F (50)
27 Pour une mathématique vivante en seconde:15 F (92)
29 Elem-math V:18 F (20)
30 Les manuels scolaires de mathématiques;30 F (37)
31 Calculatrices 4 opérations:15 F (76)
33 Activités mathématiques en 4ème-3ème t 1:25 F (62)
34 Expérience O.P.C.:30 F (45)
35 Du quotidien à la mathématique:20 F (37)

Toutes ces brochures peuvent être commandées à: Mr Jean-Loup VAN DEN HENDE 150 Bld SAINT-MARCEAUX 51100 REIMS.

Un dépôt de brochures existe chez Mr F.MINOT Lotissement La Charbonnière 08300 RETHEL.

COMPTE-RENDU DU COMITE REGIONAL du 22 OCTOBRE 1980.

Etaient présents: M.DETREY; J-P.GRANGE; Y.HAUBRY; A.JURION; F.MINOT; M.PILLET; G.SCHACHERER; B.TURLAN; J-L.VANDENHENDE et M-C.VOISARD.

La séance commença à 15 heures:

+ ASSEMBLEE GENERALE ET JOURNEE REGIONALE

J-P. GRANGE rappelle ce qui a été dit à la précédente assemblée générale de Charleville: Il semble que l'organisation d'une conférence receuillerait une plus large audience.

Pour l'année 80-81 la journée régionale et l'assemblée générale sont fixées à Châlons-sur-marne. Si l'organisation s'y révèlait impossible, elles se tiendraient à Reims.La date est fixée un Mercredi, début Mars 1981.

Le matin: Assemblée générale et conférence. La recherche du thème de cette conférence donne lieu à un large échange de vues. Plusieurs thèmes sont proposés:on retiendra

- " Mathématiques et expréssion ". Mais il faut trouver un conférencier.
- " Travail en groupe ou individualisé ".On pense à Mr J. NIMIER.

M.PILLET propose de faire venir l'équipe GALION bien que cela se prête mal à une conférence.L'idée en est retenue pour organiser une autre demi-journée, si la demande est suffisante.

Compte tenu de la présence à Reims d'un planètarium, l'astronomie est proposée.Cette activité est également retenue pour une autre demi-journée (éventuelle) à Reims.

L'après-midi:Plusieurs ateliers ou groupes de travail sont proposés.

- Poursuite des débats du matin.
- A propos des programmes de seconde. M.PILLET se propose de faire un historique de la genèse de ces programmes et d'en expliquer le sens, ainsi que la position de l'APMEP.
- Calculateurs et Informatique. A.JURION et G.SCHACHERER proposent d'animer un groupe chacun.

+ RENOUVELLEMENT DU COMITE

Sept membres sont sortant en81. Il s'agit de: J C Daniel, M Detrey, M Maréchal (ne se représente pas),M Pillet, G Schacherer (ne souhaite pas se représenter s'il y a d'autres candidats),S Thiérus (ne se représente pas),M C Voisard (ne se représente pas).

Un appel de candidature est lancé.Tout membre de l'APMEP candidat doit se faire connaître avant le 31 Décembre 1980.

+ BILAN DES BROCHURES (Année 79-80)

Il a été vendu pour 5000 F environ de brochures. 7800 F de nouvelles brochures ont été commandées.Le stock est évalué actuellement à 27 000 F . Toutes les brochures, ou presque sont disponibles à la régionale.

L a Bulle:

- Coût du numéro 2: 700 F pour 400 exemplaires.
- Coût du numéro 3: 1650 F pour 450 exemplaires.

+ PROGRAMME DE SECONDE

Après le refus des Rémois de participer à l'expérimentation avec les conditions allouées par le Ministère, il reste deux groupes fonctionnant dans l'Aube.

- Un groupe à Romilly-sur-seine au lycée avec 3 collègues dont un animateur IREM.
- Un groupe au lycée Chrestien de Troyes avec sept personnes ayant chacune une heure supplémentaire.Ce groupe a provoqué la venue de l'IPR.Celui-ci n'a donné aucune directive, ni imposé aucune méthode ou thème de recherche.La plus totale liberté est laissée.Pour tout renseignement on peut contacter B. CAILLOU.

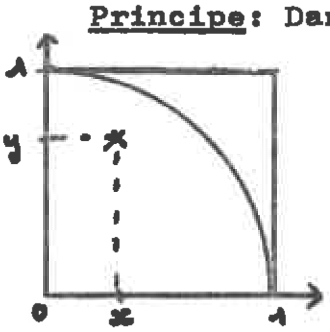
Le comité s'est séparé vers 18 Heures.

ALLO 31-41-59

Dans le numéro précédent de la Bulle nous avons cherché à simuler un jeu radiophonique à l'aide d'une calculatrice programmable. Voici cette fois une simulation qui ne demande que:

- Un annuaire téléphonique
- Un théorème de Pythagore
- Un peu de temps.

<u>Principe</u>: Dans un carré de côté 1, dessinons un quart de cercle de rayon 1. Nous allons choisir des couples (x,y) , x et y compris au sens large entre 0 et 1, puis par le calcul de x^2+y^2 nous allons déterminer si le point associé se trouve ou non dans le quart de cercle. Après N essais, le rapport obtenu en divisant le nombre de points intérieurs au quart de cercle par N ne devrait pas être trop éloigné de $\frac{\pi}{4}$ - l'aire du quart de disque de rayon 1.



<u>Choix des x_i et des y_i</u>: Ouvrons au hasard l'annuaire demandé ci-dessus. Le mien (un vieux!) est celui de la Marne en 1975. Je tombe sur la page 260. Voici les premiers numéros et le choix des (x,y):

$42\text{-}21\text{-}\underbrace{23}_{x_1}$; $40\text{-}17\text{-}\underbrace{82}_{y_1}$; $47\text{-}23\text{-}\underbrace{91}_{x_2}$; $40\text{-}07\text{-}\underbrace{87}_{y_2}$; $49\text{-}96\text{-}\underbrace{50}_{x_3}$;...

Les deux premiers groupes de chiffres sont éliminés: le 1^{er} groupe se répète trop souvent, le second paraît suspect aussi car manque de grands nombres.

Voici les dix premiers points obtenus (lire (0,23;0,82) pour (23;82)). 1 signifie que le point est intérieur au quart de cercle, 0 qu'il est extérieur.

(23;82) 1	(91;87) 0	(50;09) 1	(55;02) 1	(17;82) 1
(11;25) 1	(05;73) 1	(68;87) 0	(33;34) 1	(82;41) 1

Nous avons 8 points intérieurs sur 10. Le résultat est donc:

$$\frac{8}{10} \times 4 = 3{,}2$$

Voilà qui est encourageant.

Voici les suivants:

(35;58) 1	(90;56) 0	(93;26) 1	(46;77) 1	(09;76) 1
(15;52) 1	(37;25) 1	(20;15) 1	(59;15) 1	(50;36) 1
(12;00) 1	(06;36) 1	(52;56) 1	(25;40) 1	(38;11) 1
(97;26) 0	(56;24) 1	(70;79) 0	(20;61) 1	(94;67) 0
(33;81) 1	(42;37) 1	(86;12) 1	(66;10) 1	(50;76) 1

(55;60)	1	(72;74)	0	(85;03)	1	(74;55)	1	(41;98)	0
(38;68)	1	(10;44)	1	(83;56)	0	(14;23)	1	(49;81)	1
(76;89)	0	(58;40)	1	(40;69)	1	(60;33)	1	(29;40)	1

Il y a 40 points intérieurs sur 50. Nous restons à 3,2. Continuons! Les 200 premiers abonnés (page 260 toujours) nous donnent 100 points dont 81 sont à l'intérieur du quart de cercle: $\frac{81}{100} \times 4 = 3{,}24$. Continuons! Les 400 premiers abonnés (en comptant les 200 précédents) nous fournissent 200 points dont 157 sont à l'intérieur du quart de cercle: on a $\frac{157}{200} \times 4 = 3{,}14$. 3,14! Vous n'allez pas me croire. Vous pensez déjà que j'ai dû tricher, arranger mes calculs. Sans doute faut-il un peu de chance pour trouver 3,14, mais si vous ne me croyez pas, essayez vous-même.

Au fait, si vous n'avez pas d'annuaire, envoyez votre fils relever les 2 derniers chiffres (juste avant les lettres bien sûr) sur les plaques d'immatriculation de 200 voitures et si vous n'avez pas de fils prenez une calculatrice scientifique, mettez le mode angulaire en degrés puis prenez pour x_1 les deux derniers chiffres sur l'écran de $\cos(1000 \times \frac{1}{10})$, pour y_1 les deux derniers chiffres sur l'écran de $\cos(1000 \times \frac{1}{11})$ pour x_2 les deux derniers chiffres de $\cos(1000 \times \frac{1}{12})$, etc ... Par ce procédé en formant 100 couples avec une Texas 58 (10 positions à l'affichage) on trouve 77 points intérieurs sur les 100; ce qui fournit $\frac{77}{100} \times 4 = 3{,}08$; ce qui n'est pas si mauvais pour une simulation!

+++++++++++

NOYAUX-THEMES EN PREMIERE G 2

J'ai essayé en 1979-80 de travailler par noyaux-thèmes en classe de première G 2 (comptabilité), selon les principes suivants:

- Les grands concepts du programme (les noyaux) sont introduits par une <u>fiche</u> traitant un thème si possible concret, si possible recoupant plusieurs aspects théoriques.
- Les élèves travaillent sur ces fiches en <u>groupe</u> de 3.
- Le cours proprement dit est réduit à très peu de choses: il ne vient en tout cas qu'après la fiche correspondante, et seulement pour préciser noir sur blanc les résultats essentiels: formules concernant les suites arithmétiques et géométriques, calculs de limites, règles de dérivation, formules de statistiques ...
- Les <u>exercices</u> d'application et d'entraînement sont faits de façon classique, à partir de leur livre (Durrande)
- Des <u>tests</u> d'une heure ont lieu environ une fois par mois.

Mon objectif délibéré dans cette classe était de faire des mathématiques utilitaires au sens noble, c'est-à-dire de développer des "savoir-faire", en bannissant toute rigueur gratuite, toute érudition inutile, tout dogmatisme.

J'ai ainsi proposé dans l'année 16 fiches (soit environ une par quinzaine):

<u>Thèmes</u>	<u>Noyaux</u>
1 Moyennes (*)	Calculs dans R: opérations, racines carrées, relation d'ordre.
2 Proportionnalité.	Fonctions linéaires, équations du 1er degré, quotients.
3 Pourcentages.	Idem thème 2.
4 Diesel ou essence (*)	Fonctions affines, inéquations du 1er degré, droites dans le plan.
5 Le boulanger.	Problèmes du 1er degré à deux inconnues, droites dans le plan.
6 Chute libre.	Suites arithmétiques.
7 L'invention du jeu d'échecs.	Suites géométriques.
8 Comment furent calculer les premières tables de logarithmes.	Logarithmes décimaux.

9 Le campeur (*)	Fonctions numériques, valeur absolue et distance, extrémums.
10 Etude expérimentale de la fonction: $x \longmapsto \frac{\log x}{x-1}$	Limites.
11 Etude expérimentale de la fonction: $x \longmapsto x^3$	Dérivation, tangente.
12 Combien de semelles ?	Etude d'une fonction numérique, minimum.
13 Répartition des salariés de l'informatique selon leur emploi.	Statistique: Caractère qualitatif.
14 Répartition des HLM de Saint-Dizier selon le nombre de pièces.	Statistique: caractère quantitatif discret, paramètres de position.
15 Répartition des élèves de 1ereG2 selon leurs notes à deux tests.	Statistique: Caractère quantitatif discret, paramètres de dispersion.
16 HLM de Saint-Dizier: répartition des factures d'état des lieux selon leur montant.	Statistique: caractère quantitatif continu.

Je précise que les fiches 1,4 et 9, marquées d'une étoile, sont directement inspirées de la brochure APM "Pour une mathématique vivante en seconde". La fiche 8 m'a été suggérée par un article de G. Arsac dans le bulletin APM N° 299 de Juin 1975. La fiche 12 est tirée du livre de D. Fredon "Mathématique, économie et gestion" (CEDIC). La fiche 13 est issue d'un travail interdisciplinaire avec les collègues d'économie et de géographie.

Je donne en annexe quelques exemples de ces fiches.

Dans l'ensemble, les élèves semblent avoir apprécié cette façon de travailler, l'ambiance de la classe a toujours été très bonne. Quant au niveau acquis en fin d'année, j'attends l'avis de mes collègues de TG2 pour l'évaluer: à première vue, il n'est ni meilleur ni pire que par une méthode plus traditionnelle !

Une remarque: Le programme officiel de mathématique est réparti en 2 H 30 de "math pure" enseignées par le professeur de mathématique, et 0 H 30 de "math appliquées" (impures?) enseignées par le professeur de sciences et techniques économiques. Cette distinction me paraît absurde, et il faudrait essayer de la faire sauter dans le futur programme de première G 2. Elle serait avantageusement remplacée par un travail interdisciplinaire entre le professeur de mathématiques et le professeur de sciences et techniques économiques.

Je termine en précisant que cette année j'ai pour la première fois une classe de première A, et je serais intéressé par toute expérience de collègues concernant cette section.

Louis-Marie BONNEVAL
Lycée Saint-Exupéry
52100 SAINT-DIZIER.

+++++++++++

N'oubliez pas que pour envoyer vos articles, pour obtenir des brochures, pour toute demande de renseignements, vous pouvez vous adresser à:

- Mlle Marie DETREY 39 Allée Fléchambault 51100 REIMS.
- Mr Michel PILLET 4 Avenue de l'Europe 51100 REIMS.
- Mr Jean-Loup VANDENHENDE 150 Boulevard Saint-Marceaux 51100 REIMS.

Fiche N°5

Problèmes du 1er degré à deux inconnues

Le boulanger

Un boulanger fabrique chaque jour de grosses baguettes et de petites baguettes. Il voudrait déterminer le nombre x de grosses baguettes et le nombre y de petites baguettes qu'il doit faire pour que son bénéfice soit maximal, compte tenu des contraintes de fabrication et de vente.

1 Le bénéfice sur une grosse baguette est 0,80 F, sur une petite baguette 0,50 F.

Représenter sur papier millimétré (unité le mm) les couples (x,y) pour lesquels le bénéfice total est de 40 F; puis ceux pour lesquels il est de 52 F; puis ceux pour lesquels il est de 80 F.

2 En fait, il ne fabrique pas plus de 100 baguettes par jour, car sinon il risquerait de ne pas les vendre.

Représenter les couples (x,y) possibles, compte tenu de cette contrainte.

3 Il dispose de 6 H par jour au maximum pour les fabriquer. Or une grosse baguette nécessite en moyenne 6 mn, une petite 3 mn.

Représenter les couples (x,y) satisfaisant cette deuxième contrainte.

4 En déduire les couples (x,y) satisfaisant à la fois les deux contraintes.

5 Montrer graphiquement que parmi les couples possibles, il y en a un pour lequel le bénéfice total est maximal.

Déterminer ce couple par le calcul.

Combien vaut alors le bénéfice ?

Fiche N°6

Suites arithmétiques

Chute libre

1 Un corps tombe dans le vide. On mesure la distance parcourue au cours de chaque seconde successive:

1e s	2e s	3e s	4e s	5e s	6e s	7e s	8e s	9e s	10e s
4,9m	14,7	24,5	34,3	44,1	53,9	63,7	73,5	83,3	93,1

Montrer qu'on passe de chaque terme au suivant par la même relation.

Ecrire cette relation, en notant u_n la distance parcourue au cours de la n-ième seconde.

2 Représenter graphiquement u_n en fonction de n.

3 Trouver la formule donnant u_n en fonction de n.

Quelle est la distance parcourue au cours de la 20 ème seconde.

4 Calculer u_1+u_{10}, u_2+u_9, u_3+u_8, ... Interpréter graphiquement.

En déduire une façon rapide de calculer $u_1+u_2+...+u_{10}$.

5 Calculer la distance totale parcourue entre le début de la chute et la fin de la 20 ème seconde.

6 Trouver la formule donnant la distance parcourue pendant une chute libre de n secondes.

Fiche N°7 **Suites géométriques**

L'invention du jeu d'échecs

Une légende orientale raconte que lors de l'invention du jeu d'échecs, le roi de Perse, enchanté par ce jeu, fit appeler l'inventeur et lui demanda ce qu'il voulait comme récompense.

- Te serait-il possible, dit l'homme, de mettre un grain de blé sur la première case de l'échiquier, deux sur la deuxième case, quatre sur la troisième, huit sur la quatrième, et ainsi de suite en doublant à chaque fois jusqu'à la 64$^{\text{ème}}$? Si tu peux me donner cette quantité de blé, voilà ce que je demande.

- Tu n'es guère exigeant, dit le roi, et il ordonna qu'on fasse ce qu'il avait demandé.

1 Si on note u_n le nombre de grains sur la n-ième case (u_1 sur la première, u_2 sur la deuxième, etc ...), quelle relation y-a-il entre u_n et u_{n+1} ?

2 Quelle est la moyenne géométrique de u_{n-1} et u_{n+1} ?

3 Exprimer u_n en fonction de n. Représenter les u_n par un diagramme en bâtons. Combien y a-t-il de grains sur la 64$^{\text{ème}}$ case ?

4 Calculer le nombre total de grains sur la première ligne, c'est-à-dire $s_8 = u_1+u_2+u_3+\dots+u_8$.

En formant $2s_8$, trouver une autre méthode de calcul.

5 A partir de l'idée précédente, calculer en fonction de n le nombre $s_n = u_1+u_2+u_3+\dots+u_n$.

6 Quel est le nombre total de grains ?

En supposant qu'un grain pèse un décigramme, évaluer en kilogramme la quantité de blé totale.

Fiche N°8

Logarithmes décimaux

Comment furent calculées les premières tables de logarithmes

Au début du 17ème siècle, le developpement de l'activité économique et scientifique en Europe exigeait d'importants calculs numériques (finance, navigation, astronomie,...), et le besoin se faisait sentir d'unoutil de calcul précis et efficace.

C'est pour répondre à ces besoins que le mathématicien écossais John NEPER inventa les logarithmes népériens, dont il publia la première table en 1614 (après y avoir travaillé plus de vingt ans !).

Les logarithmes de Neper étant assez lourds à manipuler, l'Anglais Henry BRIGGS inventa les "logarithmes décimaux", beaucoup plus commodes pour les calculs, dont la première table parut en 1617. Trois ans plus tard, mais de façon indépendante, le Suisse Jobat BURGI publiait également une table de logarithmes décimaux.

Le point de départ des tables de Briggs et de Burgi est la comparaison des deux suites:

1	10	100	1000	10000	...
0	1	2	3	4	...

1 Que peut-on dire de chacune de ces suites ?

Remarquer que, dans la première suite, le rapport (LOGOS) d'un terme au suivant est constant; et que la deuxième suite est arithmétique.

2 2 Vérifier que si on multiplie deux termes quelconques de la première suite, les termes correspondants de la deuxième suite s'additionnent.

3 x désignant une valeur de la première suite, on note log(x) la valeur correspondante de la deuxième suite. Traduire avec cette notation la propriété précédente.

4 En remarquant que chaque terme de la première suite est la moyenne <u>géométrique</u> des deux termes qui l'encadrent, et que chaque terme de la deuxième suite est la moyenne <u>arithmétique</u> des deux termes qui l'encadrent, montrer qu'on peut insérer dans chaque suite de nouveaux termes qui se correspondent.

5 Reprendre à la question 1.

Fiche N°10 **Limites**

Etude expérimentale d'une fonction numérique: $f(x) = \frac{\log x}{x-1}$

(à l'aide d'une calculatrice scientifique)

1 Peut-on calculer f(-2) ? f(1) ? Pour quelles valeurs de x peut-on calculer f(x) ?

2 Calculer f(x) pour toutes les valeurs de x de 0,1 à 2,5 en allant de 0,1 en 0,1. Reporter les points correspondants sur un graphique (unité: 10 cm sur chaque axe).

Quel est vraisemblablement le sens de variation de f?

3 Etude de la fonction pour les valeurs de x proches de 1:

Calculer f(x) pour toutes les valeurs de x de 0,9 à 1,1 en allant de 0,01 en 0,01. Reporter les points correspondants sur le graphique.

Vérifier que pour x très proche de 1, f(x) est très proche d'un certain nombre k.

La distance $|f(x)-k|$ peut-elle être inférieure à 0,001 ? Comment choisir x pour cela ?

4 Etude de la fonction pour les grandes valeurs de x:

Calculer f(x) pour toutes les valeurs de x de 10 à 100, en allant de 10 en 10.

Le nombre f(x) peut-il être inférieur à 0,001 ? Comment choisir x pour cela ?

5 Etude de la fonction pour les petites valeurs de x:

Calculer f(x) pour toutes les valeurs de x de 0,1 à 0,01 en diminuant de 0,01 en 0,01. Reporter les points correspondants sur le graphique.

Le nombre f(x) peut-il être supérieur à 10 ? Comment choisir x pour cela ?

Fiche N°11

Dérivation
Tangente

Etude expérimentale d'une fonction numérique:

$$f(x) = x^3$$

(à l'aide d'une calculatrice)

1 Approximation de f(x) pour x voisin de 1

Calculer avec deux décimales: $(1{,}01)^3$, $(1{,}02)^3$, $(1{,}03)^3$, $(1{,}04)^3$.

En déduire une formule d'approximation de $(1+h)^3$ quand h est petit et positif.

Cette formule reste-t-elle valable pour h petit négatif ?

Comment doit-on choisir h pour que l'approximation soit valable avec deux décimales ?

Comment doit-on choisir h pour que l'approximation soit valable avec trois décimales ?

Représenter graphiquement la fonction f au voisinage de 1 (c'est-à-dire, par exemple, sur l'intervalle $[0{,}96;1{,}04]$). Unité: 10 cm.

Vérifier que pour h petit, la différence $f(1+h)-f(1)$ est pratiquement proportionnelle à h.

Calculer le rapport $\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ après avoir développé $(1+h)^3$.

Quelle est la limite de ce rapport quand h tend vers 0 ?

2 Approximation de f(x) pour x voisin de a

Calculer le rapport $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ après avoir développé $(a+h)^3$.

Quelle est la limite de ce rapport quand h tend vers 0 ?

En déduire que pour h petit, la différence $f(a+h)-f(a)$ est pratiquement proportionnelle à h. Quel est le coéfficient de proportionnalité ?

Quelle approximation peut-on en déduire pour $f(a+h)$ quand h est petit ?

Exemple: Représenter graphiquement f au voisinage de 0,5.

3 Utilisation pour la représentation de f

Appliquer l'étude précédente à la représentation graphique de f entre 0 et 1.

Fiche N°12

Etude d'une fonction numérique. Minimum.

Combien de semelle ?

Une fabrique de semelle en lynex prévoit de produire 80 000 paires pour une saison. La fabrication nécessite l'usage d'une machine qui fontionne par "rafales" de x paires.

Chaque lancement de la machine (personnel, réglage, énergie ...) coûte 1 000 F: on cherche donc à ce qu'une "rafale" dure le plus longtemps possible, c'est-à-dire que x soit grand.

Mais x ne doit pas être trop grand, car les paires de semelles produites par la machine doivent être stockées avant d'être vendues; or les frais de stockage (personnel, locaux, entretien ...) sont proportionnels à la quantité x: on les évalue à 45 centimes par paire stockée.

D'autre part, la matière première revient à 20 centimes par paire.

Le problème est de choisir x de façon que le coût total de production soit minimal.

1 Exprimer en fonction de x le nombre de lancements de la machine nécessaires pour produire les 80 000 paires.

En déduire en fonction de x, les frais de fonctionnement de la machine.

2 Exprimer en fonction de x le coût total $C = f(x)$ de production(matière première, fabrication, stockage) des 80 000 paires.

3 Etudier et représenter la fonction f.

En déduire la valeur x pour laquelle C est minimal.

4 Calculer C pour cette valeur de x.

En déduire le prix de revient d'une paire.

Exprimer en pourcentage la part de ce prix:

- de la matière première
- de la fabrication
- du stockage.

Fiche N°15.

Statistique:
Caractère quantitatif discret
Paramètre de dispersion

Répartition des élèves de 1G2E selon leurs notes à deux tests

On se propose de comparer les résultats du test N°1 et du test N°4.

1 Etablir pour chaque test le tableau de répartition des notes.

2 Représenter ces deux séries statistiques par des diagrammes en bâtons.

3 Préciser dans les deux cas:

- la note dominante (ou modale)
- la note médiane
- la note moyenne.

Dans la suite on cherche à comparer la dispersion des notes entre les deux tests.

4 Donner l'étendue de chaque distribution (différence entre la note la plus haute et la note la plus basse.).

5 Pour chacun des deux tests, on regroupe les notes en quatre catégories de même effectif: indiquer les notes où se fait la séparation (ce sont les quartiles Q_1, Q_2, Q_3). Préciser dans les deux cas l'écart interquartile $Q_3 - Q_1$. Que peut-on dire de Q_2 ?

6 Pour chacun des deux tests, on fait la liste des écarts des notes à la moyenne, puis des carrés de ces écarts. Leur moyenne est la variance. La racine carrée de la variance est l'écart-type.

Calculer l'écart-type de chacune des deux distributions.

LA RUBRIQUE JEUX

Nous allons nous aventurer dans le domaine des jeux de juxtaposition.

Laissons Martin GARDNER nous faire les présentations à l'aide d'un jeu de San Loyd (Les casse'tête mathématiques de Sam Loyd; DUNOD) intitulé, (excusez du peu!):

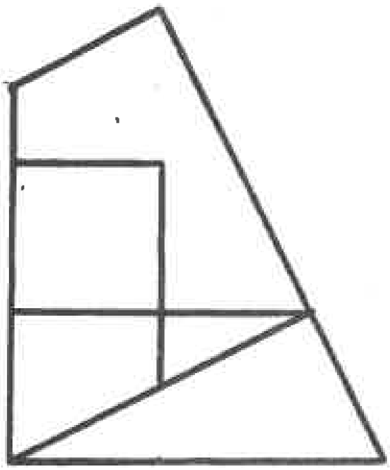
The Royal Road to Mathematics.

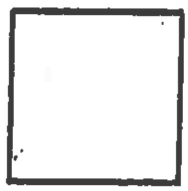
"Beppo, le bouffon du roi, explique au roi Ptolémée comment il peut découper un quadrilatère en cinq morceaux pour les utiliser dans six merveilleux casse-tête.

Tracez, Sire, le quadrilatère sur une feuille de carton (Sam Loyd etait-il vraiment un historien?) puis découpez les cinq morceaux et regardez si vous pouvez les assembler pour former:

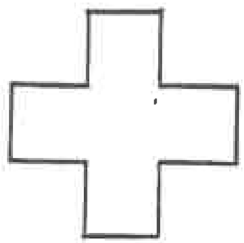
- Un carré (1)
- Unes croix grecque (2)
- Un losange (3)
- Un rectangle (4)
- Un triangle rectangle (5)
- Le quadrilatère primitif.

Les figures à construire sont indiquées à une échelle plus petite, seulement pour indiquer la forme qu'elles ont. Tous les morceaux doivent être utilisés dans chaque figure.

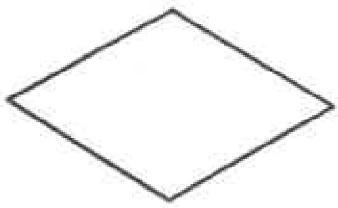




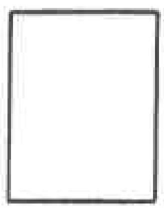
(1)



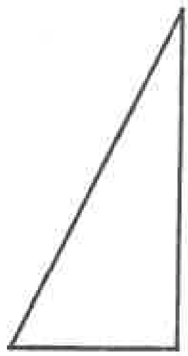
(2)



(3)



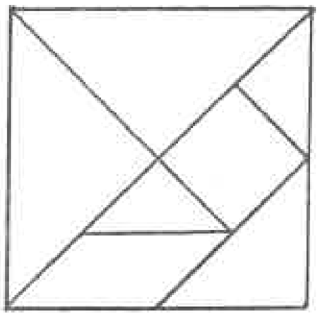
(4)



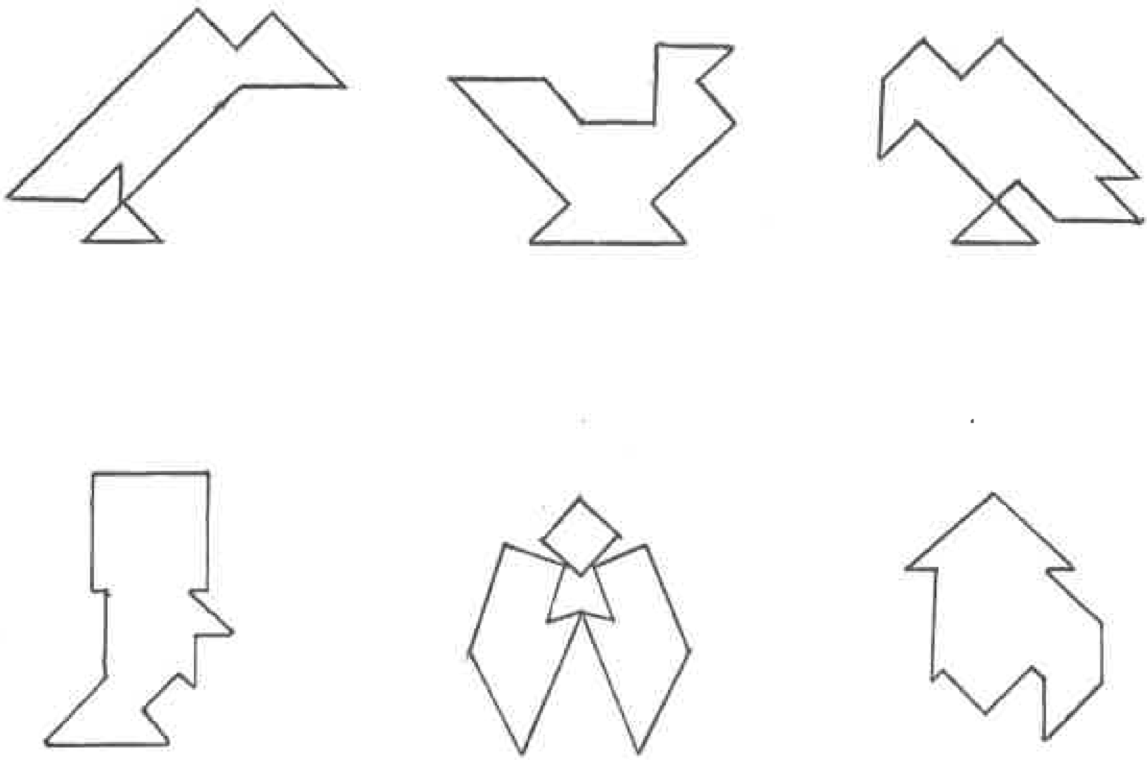
(5)

Il existe des quantités de jeux de juxtaposition. Le plus célèbre est le TANGRAM qui peut nous être utile dans une classe de 6^{eme} ou de 5^{eme} (reconnaissance de polygones: ◇ carré ou losange? calcul d'aires, valeur approchée de $\sqrt{2}$, largeurs d'un parallèlogramme et même simplement exécution d'un dessin soigné). Le Tangram offre des milliers de figurines d'une extrême finesse à reconstituer.

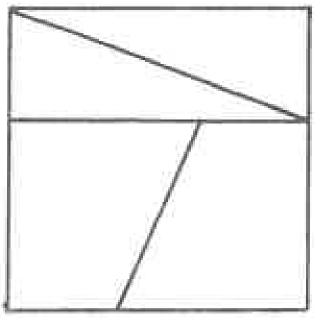
Découpe du Tangram



Quelques exemples de figures

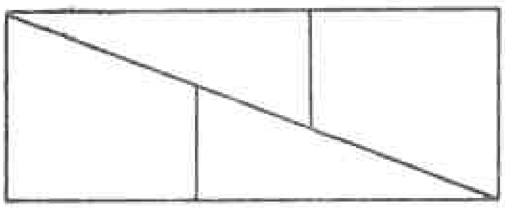


Voici quelques paradoxes pour terminer.

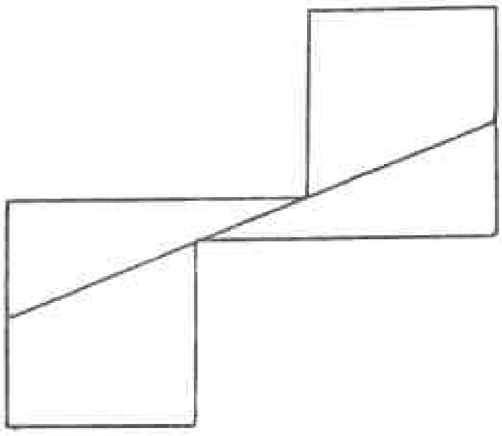


Découper le carré ci-contre et former un rectangle avec les quatre morceaux (voir la disposition 1) ou bien la disposition 2 qui est dûe au fils de Sam Loyd. Ensuite calculer l'aire de chaque figure.

Disposition 1

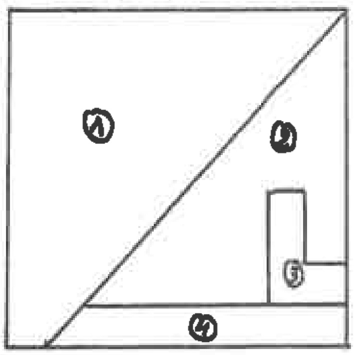


Disposition 2

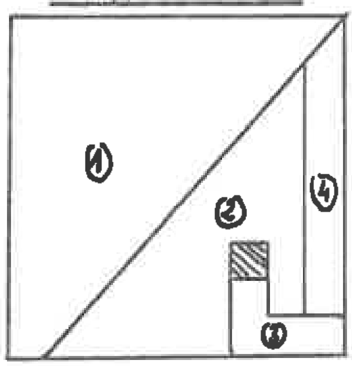


Voici un autre arrangement qui peut vous laisser perplexe. La disposition 1 donne la découpe à effectuer et la disposition 2 donne la nouvelle figure; surprise !

Disposition 1



Disposition 2



Qui osera encore dire après cela:
"On voit sur le dessin que..."

LE COIN DES CALCULATRICES

Les différents types de calculatrices

On distingue trois sortes de calculatrices:

1) Les calculatrices élémentaires

Elles font les 4 opérations +, -, x, ÷, et parfois les pourcentages, la racine carrée, le carré. Ce sont les moins chères, leur prix varie de 20 à 150 F suivant les gadgets incorporés; leur champ de calcul est limité.

2) Les calculatrices scientifiques

En plus des 4 opérations elles possèdent les touches des fonctions x^2, $\sqrt{x}$, y^x, $\frac{1}{x}$, sin x, cos x, tg x et leurs réciproques, e^x, 10^x, $\log_{10} x$, $\log_e x$. Elles remplacent donc à la fois les tables trigonométriques, les tables de logarithmes et les tables financières. Elles facilitent les calculs sur toutes les fonctions étudiées en première et terminale ainsi que les statistiques et les probabilités (Exemple: on peut comparer la loi de Poisson et la loi binomiale pour les grandes valeurs de n). Dans ce domaine, certaines calculatrices ont, en plus, des fonctions bien précises: moyenne, variance, écart-type pour N, écart-type pour N-1; on les appelle calculatrices statisticiennes. D'autres, qualifiées de financières, ont les fonctions: intérêts composés, annuités, amortissement, taux.

Elles possèdent toutes une et même plusieurs mémoires pour y mettre un résultat en attente.

Exemple: pour calculer $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\frac{2\pi}{50}$ ou $(1,7)^2\log_e(1,7)$

Elles paraissent donc conseillées aux élèves qui passent leur baccalauréat; leur prix varie de 100 F (voir même 79 F pour la T.I.30 dans certains magasins) à 500 F. Mais ces calculatrices ne peuvent pas effectuer des fonctions non inscrites sur leur clavier.

3) Les calculatrices programmables

Avec elles vous pouvez fabriquer vous-même la fonction qui vous intéresse et l'utiliser autant de fois que vous le désirez.

Exemples: $f(x) = 3x^2-5x+8$

$f(x) = \frac{\log_e(1+x)}{x}$

$f(x) = x\sin\frac{\pi}{x}$

Vous pouvez même programmer la résolution d'une équation du second degré, d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues; et sur les plus perfectionnées, le calcul d'une intégrale (en valeur approchée), l'inversion des matrices 3x3 ou 4x4 et la recherche des zéros d'une fonction. Hélas lorsque vous éteignez votre calculatrice, la fonction programmée est effacée sauf toutefois si votre calculatrice possède une "mémoire permanente".

Leur prix varie de 200 F (T.I.57) à 2 000 F (H.P. 41C). Le coût des piles est également à envisager. L'inscription des chiffres (ou des lettres) par des cristaux liquides permet une économie certaine des piles, celles-ci pouvant durer pendant 3 000 heures de fonctionnement.

J'attends vos demandes, vos suggestions et vos conseils pour que dans notre prochaine Bulle cette rubrique s'interesse avec plus de détails aux calculatrices scientifiques et programmables.

Jean-Pierre GRANGÉ
35 Allée des Jonquilles
51450 BETHENY
Tel: (26) 07-11-37.

IMPRIME A LA FACULTE DES SCIENCES
I.R.E.M. DE REIMS.