# Entrée dans l'enseignement supérieur : éclairages en didactique des mathématiques

Ghislaine Gueudet, CREAD, Université de Brest

Fabrice Vandebrouck, LDAR, Université Paris Diderot

La recherche en « Mathematics Education » se penche sur le thème de l'entrée dans l'enseignement supérieur dans de nombreux pays. Nous présentons ici une synthèse de résultats identifiés par ces travaux internationaux. Cette synthèse inclut des travaux menés en France dans le champ de la didactique des mathématiques ; nous ne mentionnons pas en revanche des travaux français plus « pédagogiques », c'est-à-dire moins centrés sur les contenus de savoir.

Quelques remarques préliminaires nous semblent nécessaires :

- la plupart des travaux que nous considérons traitent de « transition secondaire-supérieur ». Les mathématiques étant enseignées dans le secondaire, beaucoup d'études sur l'entrée à l'université s'attachent à identifier les différences entre secondaire et supérieur ;

- il ne s'agit en aucun cas de dire que toute différence est nuisible, les changements -voire les ruptures - entre secondaire et supérieur sont nécessaires ;

- les conditions d'un pays à l'autre sont très variables, dans ce texte bref nous ne pouvons pas aborder ces spécificités nationales. La référence principale reste souvent celle des conditions et des pratiques en France.

## *1. A propos des difficultés rencontrées par les étudiants débutants et de leurs causes*

Certaines synthèses ont déjà dressé le bilan des travaux sur les difficultés rencontrées en mathématiques par les étudiants à l'entrée du supérieur (Gueudet 2008, EMS 2013). Ici nous reprenons les catégories qu'ils proposent et les complétons en considérant des travaux récents.

*Des contenus abstraits, avec du formalisme, soulevant des difficultés de conceptualisation*

Certains contenus mathématiques enseignés dans le supérieur ont des caractéristiques qui les rendent spécialement difficiles : ce sont des contenus abstraits, souvent issus (historiquement) de processus de généralisation ou d'unification de plusieurs champs de problèmes (Robert 1998). Il s'agit pour l'enseignant d'être conscient de la difficulté de ces contenus, et de savoir qu'il va falloir un certain temps aux étudiants pour en être familiers. Certains de ces concepts sont en fait déjà abordés au secondaire (typiquement celui de fonction) mais ils ne sont pas totalement assimilés dans toute leur complexité par les étudiants à l'entrée dans le supérieur.

L'abstraction de ces concepts, nouveaux ou déjà abordés au lycée, peut être renforcée par l'usage accru du formalisme et du registre formel de leurs représentations alors que les registres numériques, algébriques, graphiques sont plus massivement utilisés au lycée. De plus le caractère « objet » des concepts mathématiques est plus souvent mis en avant dans le supérieur, alors que c'est plus souvent sous l'aspect « outil » que sont rencontrés les concepts au lycée.

*Des attentes se référant aux pratiques mathématiques des mathématiciens*

En particulier pour les filières spécifiquement mathématiques, on attend des étudiants qu'ils développent des pratiques qui ressemblent à celles des mathématiciens professionnels. Par exemple, au lycée, les exercices mettent souvent en jeu des connaissances qui sont explicitées et qui doivent être appliquées de façon relativement immédiate. Dans le supérieur, les exercices mettent plus souvent en jeu des connaissances à reconnaître et aussi à adapter (changements de points de vue à adopter pour résoudre les exercices, mélange de connaissances en cours d'apprentissage avec d'autres plus anciennes, introduction d'objets intermédiaires, d'étapes de raisonnement …). Dans le supérieur, de ce fait, les connaissances doivent être plus disponibles et mises en fonctionnement de façon plus complexe (Robert 1998).

Ces différences concernent également le langage mathématique utilisé (Nardi & Iannone 2005) et des exigences nouvelles en termes de preuves et de formalisation (importance de la logique). Les mathématiciens professionnels sont eux familiers du langage mathématique ; de plus ils connaissent une grande variété de problèmes, de représentations ainsi que les liens possibles entre représentations, entre concepts etc. (Lithner 2000). Là encore, il va falloir aux étudiants le temps de fréquenter différents problèmes, représentations, et de construire des liens, d'élaborer un réseau structuré de connaissances. Il va aussi falloir que les enseignants soient très attentifs à leur propre usage du langage qui va servir de modèle aux étudiants.

Notons que pour les filières non-mathématiques, certaines difficultés viennent du fait que là encore les mathématiques sont présentées avec la référence (implicite) des mathématiciens professionnels, alors même qu'elles devraient au contraire se référer aux mathématiques pratiquées par exemple par les ingénieurs (Bergsten & Jablonka 2013).

*Une différence de cultures institutionnelles entre secondaire et supérieur*

L'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur sont des institutions différentes, ce qui amène pour les étudiants des changements à différents niveaux (Bosch 2016). A un niveau très général (au sens de « indépendant des mathématiques »), le rythme d'apport de contenus nouveaux s'accélère. Il y a une accélération du temps didactique, avec un renouvellement rapide des objets mathématiques enseignés qui oblige à des assimilations plus rapides.

On attend donc des étudiants plus d'autonomie, là encore au niveau général (par exemple dans le travail personnel à fournir) mais aussi à l'interne des mathématiques, pour le choix d'une méthode par exemple, qui est souvent à l'initiative de l'étudiant alors que c'est beaucoup moins le cas dans le secondaire (cf paragraphe précédent). Au niveau des contenus mathématiques, on observe que dans l'enseignement secondaire à une tâche donnée correspond une unique technique pour l'accomplir, et que cette technique est de plus rarement justifiée par des éléments plus théoriques. Dans le supérieur au contraire la théorie occupe une place essentielle.

On note aussi une différence entre secondaire et supérieur au niveau des déroulements (Grenier-Boley 2009) qui participent de l'accélération du temps didactique. Il y a un nouvel équilibre entre exercices à portée générale et exercices plus particuliers, un éventail des types d'exercices plus large qui rend la routinisation beaucoup plus difficile qu'au lycée, cette dernière étant déléguée au travail personnel des étudiants.

*Une surestimation par les enseignants du supérieur des connaissances disponibles des étudiants*

Les différences concernant les contenus mathématiques et les pratiques des deux institutions peuvent amener notamment une méconnaissance, par les enseignants de l'université, de ce qui est appris au lycée. Un même intitulé dans les programmes de lycée ou dans une maquette de Licence 1 peut renvoyer à des pratiques significativement différentes. Il y a ainsi certains déficits sur des contenus par rapport à ce qui est attendu des enseignants au début de l'université. Par exemple l'analyse est présente explicitement dans les programmes de l'enseignement secondaire – la notion de continuité, l'étude de la dérivabilité, la notion de limite de fonctions que les étudiants en sciences doivent pouvoir s'approprier selon les programmes. Pour autant les élèves n'ont pas les moyens – en termes d'occasion suffisantes - d'entrer dans la démarche spécifique que suppose l'analyse (raisonnements par des conditions suffisantes, en valeurs absolues, par des inégalités, majorations, minorations…) qui ne sont plus des enjeux d'apprentissage au lycée. L'analyse est de fait rabattue à la fin du lycée sur du calcul algébrique « augmenté » (avec des règles sur les limites par exemple) qui sont inopérantes dès que les fonctions en jeu ne sont plus données sous leurs représentations algébriques, ce qui est le cas dans les cours magistraux à l'université (Vandebrouck 2011).

Les connaissances des étudiants arrivant à l'université sont aussi souvent segmentées – entre mathématiques et autres disciplines scientifiques mais aussi au sein même des différents domaines mathématiques. Par exemple Derouet (2016), en pointant des espaces de travail mathématiques étanches, a montré que les connaissances des élèves de terminale scientifique sur l'intégration sont très isolées des connaissances qu'ils peuvent avoir en probabilités continues (alors que des concepts en jeu sont similaires). Certaines connaissances anciennes – sur les nombres par exemple - qui devraient être disponibles chez les étudiants ne le sont plus, faute de temps suffisant pour les entretenir. Une certaine technicité calculatoire est également manquante et fait défaut dès le début de l'enseignement supérieur (analyse des résultats des étudiants aux tests de positionnement, Université Paris Diderot). Au contraire certaines connaissances nouvelles des étudiants ne sont sans doute pas suffisamment valorisées dans les activités à l'université (usages des nouvelles technologies, approches expérimentales des mathématiques, algorithmique, statistiques…)

## *2. A propos des dispositifs visant à surmonter ces difficultés*

De nombreux dispositifs ont été testés et parfois adoptés dans la durée, dans différents pays. Nous avons choisi ici quelques dispositifs de natures différentes pour donner une idée de ce qui peut être pratiqué.

*Dispositifs d'aide aux étudiants*

Au Royaume-Uni, de très nombreuses universités ont mis en place des « mathematics support centers », qui sont fédérés dans le réseau Sigma[1] (Croft, Grove & Lawson, 2016). Ce développement a fait suite au constat de l'écart croissant entre les besoins mathématiques de diverses formations et les connaissances des étudiants dans ce domaine. Les « mathematics support center » offrent premièrement un lieu où les étudiants savent qu'ils peuvent se rendre (toujours sur la base du volontariat) s'ils ont des difficultés en mathématiques. Ils y trouveront des ressources : livres, exercices interactifs. Ils pourront aussi bénéficier de la présence de tuteurs, qui peuvent être des

[1] http://www.sigma-network.ac.uk/about/mathematics-and-statistics-support-centres/

doctorants ou des enseignants expérimentés de l'université. L'évaluation de ces dispositifs est plutôt positive, en termes de réussite des étudiants qui les ont fréquentés. Cependant les études montrent aussi que les étudiants les plus en difficulté ne viennent pas au support center. De plus, la remontée de constats intéressants par les enseignants du support center vers les enseignants de cours et travaux dirigés est insuffisante.

En France, certaines universités ont aussi mis en place – initiatives souvent au moment du plan réussite en licence et qui se poursuivent parfois à la faveur d'Idex – des filières d'accompagnement des étudiants primo-entrants à l'université. Il est à noter qu'il peut s'agir de filières sélectives pour isoler et attirer des étudiants les meilleurs – principe des « prépa intégrées » ou des « bi-licence », ce qui n'est pas l'objet de notre propos ici - ou bien de véritables filières d'accompagnement des étudiants en difficulté. Il s'agit cependant rarement de démarches isolées des mathématiciens mais de filières construites dans des partenariats entre les disciplines : années L0, à l'instar des ressources qui sont développées en ligne par Unisciel (https://www.faq2sciences.fr/), années de remise à niveau etc. Les résultats des étudiants – notamment en mathématiques – sont généralement très bons et une majorité écrasante d'étudiants peuvent ensuite faire leur licence scientifique en 3 années – sauf à repartir dans d'autres filières ce qui est parfois le cas (http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/ips13003pdf-e8e1.pdf, p.48). Les expériences montrent toutefois que ces filières nécessitent un fort investissement des acteurs et des universités, ainsi il n'est pas évident d'évaluer leur rentabilité à court terme.

*Enseignements s'éloignant des pratiques habituelles : impliquer activement les étudiants*

De nombreux travaux ont montré que l'implication active des étudiants, par exemple dans la résolution de problèmes mathématiques ou utilisant des mathématiques, était favorable aux apprentissages. Ce constat a motivé la mise en œuvre d'enseignements expérimentaux, par exemple en Finlande à l'Université de Helsinki où le travail en classe est consacré à la résolution de problèmes par les étudiants, l'enseignant joue simplement un rôle de supervision (Rämö, Oinonen & Vikberg 2016). A Barcelone, plusieurs enseignements pour des non-spécialistes ont été donnés selon le principe des « Parcours d'Etude et de Recherche » : une question initiale est posée (par exemple « comment prévoir l'évolution à long terme et à court terme d'une population ? ») et son étude est confiée aux étudiants, qui vont formuler des sous-questions, mener une enquête, et finalement utiliser les mathématiques pour construire leurs réponses (Barquero, Serrano & Serrano 2013).

*Formation des enseignants du supérieur*

La formation des enseignants de mathématiques de l'université existe dans plusieurs pays et est en cours de développement. Les recherches qui l'ont étudiée sont rares ; par exemple Jaworski & Matthews (2011) montrent l'intérêt d'un séminaire rassemblant des mathématiciens et des didacticiens des mathématiques autour de questions d'enseignement. Les enseignants-chercheurs échangent très régulièrement sur leur recherche ; mais très peu sur leurs pratiques d'enseignement, et ce type de séminaire permet de rompre cet isolement.

En Nouvelle-Zélande (Barton, Clark & Sherin 2010), des séminaires de ce type ont été organisés, avec la particularité de rassembler des enseignants de l'université et des enseignants de lycée. Ils ont permis pour les participants de progresser vers une perspective commune sur l'enseignement des mathématiques, et donc vers un rapprochement des cultures institutionnelles (voir partie 1). En

France, l'expérience des IREM, au sein desquels peuvent collaborer des enseignants universitaires et des enseignants du secondaire – en vue de travailler des contenus mathématiques précis et de drainer de la formation continue - est peut-être à valoriser.

**Références**


Barquero, B., Serrano, L., & Serrano V. (2013). Creating the necessary conditions for mathematical modelling at university. In B. Ubuz, C. Haser, M.A. Mariotti, *Proceedings of the Eigth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 950-959). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.

Barton, B., Clark, M., & Sherin, L. (2010). Collective dreaming: a school-university interface. *New Zealand Journal of Mathematics 40*, 15-31.

Bergsten, C. & Jablonka, E. (2013). Mathematics as "meta-technology" and "mindpower": Views of engineering students. In B. Ubuz, C. Haser, M.A. Mariotti, *Proceedings of the Eigth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2284-2293). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.

Bosch, M. (2016). Transitions between teaching institutions. In Gueudet, G., Bosch, M., diSessa, A., Kwon, O.-N., Verschaffel, L. *Transitions in mathematics education*. ICME13 Topical survey series. New York, NY: Springer.

Croft, T., Grove, M., & Lawson, D. (2016). The oversight of mathematics, statistics and numeracy support provision at university level. http://www.sigma-network.ac.uk/wp-content/uploads/2012/11/51691-How-to-set-up...final_.pdf

Derouet, C. (2016). La fonction de densité au carrefour entre probabilités et analyse en terminale scientifique. Etude de la conception et de la mise en oeuvre de tâches d'introduction articulant lois de probabilités à densité et calcul intégral, thèse de l'université Paris Diderot, 25 novembre 2016

EMS-Committee of Education (2013). Why is University Mathematics difficult for students? Solid findings about the secondary-tertiary transition. *Newsletter of the European Mathematical Society, Issue 90, December 2013,* 46-48.

Grenier-Boley, N. (2009). Un exemple d'étude de gestion des déroulements en travaux dirigés de Mathématiques à l'Université*. Cahier Didirem 59*, IREM de Paris 7.

Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 237-254.

Jaworski, B. & Matthews, J. (2011). How we teach mathematics: discourses on/in university teaching. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2022-2032). Rzeszów, Poland: University of Rzeszów and ERME.

Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving, *Educational Studies in Mathematics* 41, 165-190.

Nardi, E., & Iannone, P., (2005). To appear and to be: acquiring the « genre speech » of university mathematics. In Bosch, M. (Ed.) *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1800-1809). Barcelona: Universitat Ramon Llull. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME4/

Rämö, J., Oinonen, L. & Vikberg, T. (2016). Extreme Apprenticeship – Emphasising conceptualunderstanding in undergraduate mathematics. In K. Krainer & N. Vondrova *Proceedings of* *the Ninth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2242-2248). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague and ERME.

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université *Recherches en Didactique des Mathématiques, 18*(2), 139-190.

Vandebrouck, F. (2011) Points de vue et domaines de travail en analyse*. Annales de didactique de Strasbourg. 16*. pp 149-185.