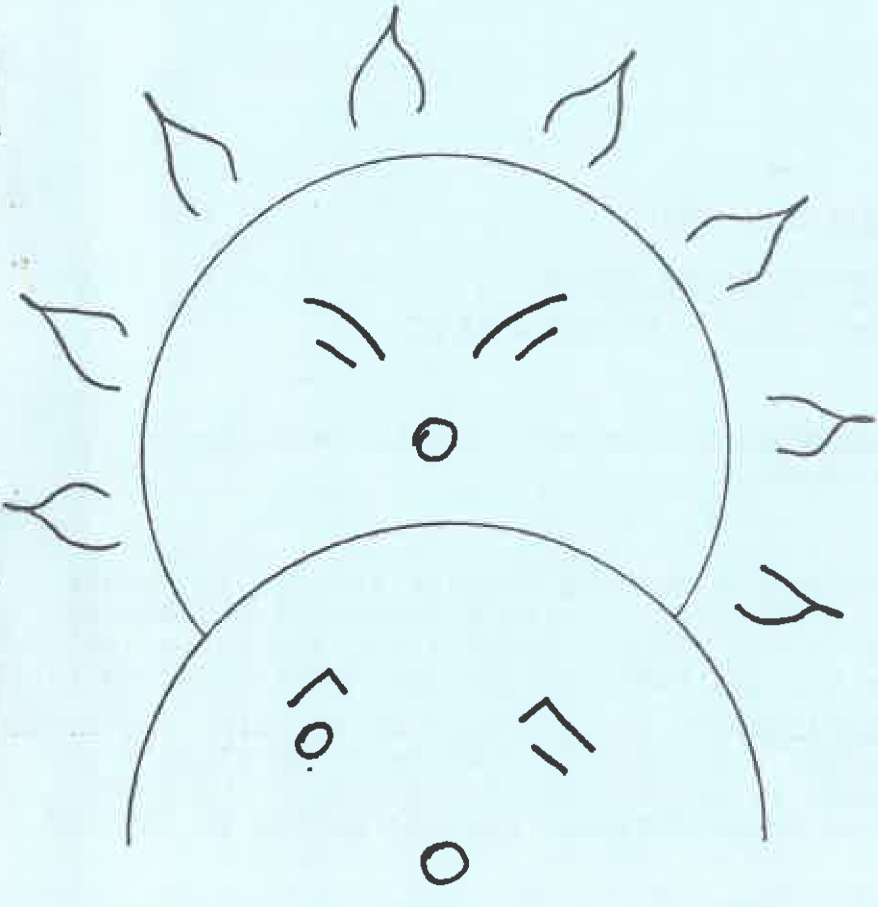
ISSN 0249 _ 4264

LA BULLE

Bulletin de liaison des Professeurs de Mathématiques de Champagne Ardennes

N° 15



Juin 1984

Semestriel

Prix 4 F

AVERTISSEMENT AU LECTEUR

Les articles paraissant dans la BULLE n'engagent que leur auteurs et en aucun cas l'A.P.M.E.P

DIRECTEUR DE LA PUBLICATION : B. TURCO

IMPRIME A LA FACULTE DES SCIENCES DE REIMS

Responsable de l'impression : MICHEL PILLET.

PERIODICITE

La BULLE est une publication semestrielle. Les mois de parution sont Juin et Décembre.

ABONNEMENT

Le prix de l'abonnement est de 8,00 F (huit francs) par année scolaire. Pour s'abonner il suffit d'envoyer un chéque à l'ordre de "Régionale APMEP de REIMS" à J.L VAN DEN HENDE 1 rue des Tuileries 51100 REIMS (N° CCP de la Régionale de Châlons-sur-Marne 1 262 80 L).

Cas particulier d'un adhérent de la Régionale de Reims : l'APMEP nationale fait une ristourne, à la Régionale de Reims de 25,00 F par adhérent (10,00 F en liquide et 15,00 F en brochures). L'abonnement de chaque adhérent est donc réglé d'office par une partie du montant de cette ristourne.

Dépot légal : 1er semestre 1984

EDITORIAL

Quelques décisions importantes ont été prises lors de la Journée Régionale du 7 mars à Epernay, entérinées par le Comité Régional réuni le 9 mai.

Tout d'abord, la Bulle continue de vivre, elle change cependant de rythme : sa parution est désormais semestrielle. J'en profite pour rappeler que toute personne désireuse de fournir un article est toujours la bienvenue :

une constatation : le nombre d'adhérents, tant au niveau national que régional, a tendance à diminuer. Aussi, dans un désir de toucher les nouveaux enseignants, décision a été prise d'abonner gratuitement et pour un an les stagiaires CPR et les gens en formation PEGC. Il s'agit d'un essai dont les résultats impliqueront la poursuite ou non de cette ouverture.

La Régionale dispose de divers matériels (filicoupeurs, disquettes) ou peut en disposer dans un avenir très proche (calculettes,....) aussi est-elle en mesure de coordoner quelques réunions décentralisées sur leur utilisation (du style soirée 1982). Pour mettre au point de telles actions, il est nécessaire que nous connaissions le potentiel des participants éventuels à ces réunions. Si vous êtes intéressé(e), faites nous le savoir le plus tôt possible en précisant votre établissement et le matériel que vous voudriez utiliser (la liste donnée n'est pas limitiative).

Enfin, la Mission a promis au Bureau des Associations, groupement académique d'Associations de Spécialistes dont l'APMEP fait partie, une subvention pour les Journées Nationales. Elle sera utilisée sous la forme suivante :

toute personne bénéficiaire de cette subvention pour les Journées Nationales devra en contre-partie assurer l'animation d'un groupe de travail lors de la Journée Régionale. Il s'agit donc d'un crédit-formation. Si une telle proposition vous intéresse, faites-nous le savoir de toute urgence, en précisant le ou les thèmes prioritaires sur lequels vous aimeriez travailler le crédit alloué ne permettra pas de prendre en compte de trop nombreuses candidatures et le Comité Régional sera peut-être amené à ne retenir que quelques projets.

Puisque l'on parle Journée Régionale, la parution de notre Journée 1985 se fera à la rentrée. Soyez vigilant et pensez à vous inscrire !

Il me reste à vous souhaitez de bonnes vacances et rendez-vous en décembre pour la prochaine Bulle.

Je rappelle mon adresse :

Bertrand TURCO
Faculté des Sciences
Département de Maths
Moulin de la Housse
51062 REIMS CEDEX
B.P 347

SOMMAIRE

Mise sur orbite de la navette informatique

Les TO 7 arrivent (ou sont déjà arrivés) dans de nombreux collèges. Les logiciels ne manquent pas dans les revues spécialisées d'informatique mais ils sont souvent trop longs et il faut consacrer un temps très important à leur entrée dans l'ordinateur.

Aussi la Régionale de l'APMEP vous propose deux actions :

1 - Constituons un dossier comportant des listes* de programmes et des cassettes(ou disquettes) sur lesquelles ces programmes seront enregistrés.

Ce dossier fera la navette entre les collèges (et collègues) qui le demanderont. A charge pour chacun d'apporter sa contribution en ajoutant à ce dossier un logiciel original ou adapté d'une revue puis de le faire parvenir au collège suivant.

2 - D'après une idée de notre ami Jacques Lombard de Sedan élaborons des miniatures comme aux échecs. Celles-ci seront des programmes courts (la liste devra tenir sur un écran) et utiles (classe, club, soutien....). La pratique des TI 57 et HP 25 de la première époque nous avait appris "à faire efficace" en moins de 50 pas de programme. Ces miniatures seront publiées dans la Bulle.

Envoyez votre inscription pour la navette et vos miniatures à :

Evelyne MINOT
La Charbonnière
Route de NOVION

08300 RETHEL

* Liste : mot remplaçant officiellement le franglais : Listing

Travail autonome en 2e

R. Granmont J.-M. Védrine

I) Historique

En 1980, sur proposition de l'A.P.M.E.P., des enseignants de mathématiques du lycée se portent volontaires pour expérimenter le nouveau programme de seconde en classe de 2eAB et principalement la partie FONCTIONS de ce programme.

a) 1980-81

Dans 3 classes (2 de 2eAB2 et 1 de 2eAB3), l'expérimentation a lieu, toute la classe vient 5h par semaine, un certain nombre de thèmes sont expérimentés.
On peut remarquer:
- la "faisabilité" du programme, même avec des élèves de sections dites non scientifiques (ce point n'apparaissait pas évident à certains collègues à cette époque . La situation a-t-elle évoluée favorablement ?)
- la nécessité de prendre beaucoup de temps pour faire passer les élèves d'une situation de récepteurs passifs à une situation plus active en mathématiques.

b) 1981-82

8 classes de 2e sont constituées au lycée,
-2 comprenant une option technologique (OTI)
-2 comprenant une option gestion
-4 autres sections

Les enseignants de ces sections se réunissent une demi-journée chaque semaine . Les heures en demi-classe sont utilisées pour les thèmes, certains sont issus du travail de l'année précédente, d'autres sont enrichis, de nouveaux sont constitués.

En fin d'année, un essai de bilan fera apparaître les insuffisances suivantes:
(1) Certaines parties du programme n'ont pas été traitées, faute de temps : géométrie dans l'espace, statistiques (rejoignant hélas par là une large majorité des collègues enseignant en 2e)
(2) Faute d'avoir clairement défini au préalable les objectifs à atteindre, nous avons manqué d'ambition dans le niveau d'approfondissement demandé aux élèves.
(3) Malgré cela, nous n'avons pas su nous garder de certains aspects inflationnistes sur des parties du programme : réels, fonctions . La cause en est peut-être que par suite de l'expérimentation menée l'année précédente, nous disposions pour ces notions de plus de matériel.
(4) Contrairement à une idée répandue, si l'on constate certaines faiblesses, le niveau des élèves arrivant de 3e n'est, en général et en exceptant les cas d'espèce, pas rédhibitoire pour atteindre les objectifs affichés par le programme . Simplement, les exigences de celui-ci font apparaître plus clairement les difficultés des élèves à analyser une situation et bâtir un raisonnement.

c) 1982-83

Le lycée comporte 9 sections de seconde
-2 comprenant une option technologique industrielle (OTI)
-2 comprenant une option gestion

Le groupe de travail constitué rassemble chaque semaine les enseignants de 7 de

ces 9 sections.
Une tentative est faite pour corriger les défauts signalés plus haut .
(1) La géométrie dans l'espace est enfin abordée . Il nous a semblé préférable d'effectuer cette approche d'abord sous forme de thèmes en demi-classe, la formalisation n'intervenant qu'ensuite en classe entière . L'intéret des élèves pour ces notions a été soutenu.
(2) Nous avons une fois de plus sacrifié les statistiques . Nous espérons qu'il s'agit de la dernière année où cela se produit ! D'autant que l'enseigement du nouveau programme de 1eB nous a montré l'intérêt de commencer à aborder ces notions dès la classe de 2e.
(3) D'autres thèmes sont élaborés .
(4) Une heure par semaine, ouverte à tous les élèves de 2e est mise en place . Intitulée "Approfondissement en mathématiques" , elle nous a permis :

-d'essayer certains thèmes "plus difficiles" avec des élèves plus motivés (volontaires);

-de remettre en cause notre attitude face aux classes de 2e : cette expérience hors des contingences de programme et d'horaire nous a amenés à nous demander si ce que nous avions fait là n'était pas transposable ou interprétable à l'intérieur même de ces contingences . Nous avions surtout avec ce groupe un rôle d'animateur, les idées, la mise en forme de ces idées et le"tonus" indispensable à la recherche émanant du groupe lui-même.

N' était-il pas possible, en adaptant, de faire la même chose avec <u>TOUS</u> nos élèves ?

II) Vers le travail autonome

Les réflexions précédentes indiquent le point où nous en sommes parvenus à la fin de l'année scolaire.
La pédagogie que nous avons développée jusqu'ici dans les classes de 2e ne nous semble pas avoir atteint son objectif :

- face à un nouvel exercice les élèves sont toujours aussi désarmés, ils ne savent pas réinvestir les acquis des expériences antérieures (ils n'ont pas "appris à penser") et ils attendent toujours de nous le conseil salvateur .

Pour eux, la "Mathématique" reste un savoir figé, idéal et non pas un outil, construit par les hommes au cours de leur histoire pour répondre à des problèmes que leur posait le développement des sciences et des techniques . Le cours de mathématique leur apparait comme un recueil de "recettes" et de "trucs" et non pas comme un processus (individuel et collectif) de construction d'un savoir qui leur permettra d'analyser et d'agir sur un réel plus ou moins formalisé .
Il nous semble nécessaire et possible - surtout au niveau de la classe de 2e où les élèves sont déjà familiarisés avec le maniement de concepts et raisonnements mathématiques - de plus les associer à l'élaboration de leur savoir mathématique .
En ce sens, le travail autonome, les exercices de recherche, les problèmes sans question etc... nous semblent plus à même de vaincre ces difficultés (sans sombrer dans l'illusion d'avoir trouvé un remède miracle à l'échec en mathématiques) .

III) Comment travailler ?

Nous pensons articuler notre travail en classe de 2e autour de 3 axes :
-Le cours en utilisant le dictionnaire que nous avons constitué 1h/semaine .
-Les exercices 1,5h/semaine en demi-classe .
-Le travail sur les thèmes 1,5h/semaine .

1) Le cours

Présenté sous forme de 68 fiches (nous pensons avec ce nombre avoir gardé la mesure !) il couvre bien entendu tout le programme de la classe de 2e . C'est suivant la terminologie de l'A.P.M.E.P. le noyau.
Cette démarche pédagogique nous a paru réalisable dans la mesure où la plus

grande partie du programme de seconde apparait comme une remise en ordre, une mise à jour de notions qui ont été élaborées au cours du premier cycle, les concepts nouveaux étant relativement réduits ou n'apparaissant, pour la plupart, que sous forme d'un "défrichage" en vue des classes ultérieures .
Sur chaque fiche on trouve:

-Les connaissances (définitions,théorèmes, exemples);

-Des renvois à d'autres fiches pour des définitions de termes, des notions liées, des rapprochements utiles;

-Des repères historiques (à réaliser) .

Mais, et ceci est à nos yeux capital, il est accompagné d'un index très détaillé dans le but de multiplier les clés d'accès à ce " dictionnaire" . Il nous semble important de rompre avec la structure linéaire des cours et des ouvrages scolaires . Notre désir est que nos élèves puissent utiliser ces fiches de multiples façons, par exemple :

- Pour se rafraîchir la mémoire sur une notion ;
- Pour une "promenade" autour d'une notion (c'est une des utilités des renvois copieux d'une fiche à l'autre) ;
- Pour une acquisition des connaissances sur une partie du programme (d'où l'idée de dégager des familles de fiches) ;
- Pour contrôler que l'on a compris une notion ;
- Pour trouver des exemples illustrant une notion ;
- Pour une "promenade" au gré de la fantaisie dans le jardin mathématique (pourquoi pas ?) ;
- Pour trouver des pistes de prolongements possibles ;
- ....

2) Les exercices

Nos idées en ce domaine sont assez proches de celles exprimées dans Le livre du problème (vol. 1 I.R.E.M. de Strasbourg éd. Cedic) .
Il nous semble donc nécessaire de prévoir:

-une batterie d' exercices didactiques, de difficulté croissante que chaque élève traitera donc à son rythme;

- de vrais problèmes qui doivent susciter la curiosité et encourager la persévérance dans la recherche, permettant aux élèves de réinvestir leurs acquis etde construire des raisonnements plus ou moins complexes (par exemple problème sans question correspondant à des situations concrètes, problèmes qui conduisent à mettre en oeuvre des outils mathématiques nouveaux pour leur résolution, mathématisation d'une situation,etc...) .

Nous pensons constituer progressivement un cahier d'exercices pour compléter le dictionnaire (ce projet reste à préciser).
Une remarque s'impose ici .
Etant donné que toutes les heures que nous avons tous deux en seconde sont en parallèle, nous pensons créer assez rapidement - quand nous aurons pu situer les élèves - des groupes de niveaux permettant de "raccrocher" les élèves en situation d'échec, d'approfondir certains thèmes avec ceux qui le souhaitent, etc...
Il est clair que pour ne pas entériner une pseudo-hiérarchie en mathématique, nécessairement ces groupes ne seront pas figés et qu'ils n'auront pour but que de répondre à des problèmes ponctuels, sur telle ou telle partie du programme ou sur tel ou tel thème .

3) Le travail sur les thèmes

Il s'agit sans aucun doute de l'aspect qui touche le plus au travail autonome . Nous avons prévu un calendrier et des sujets de thèmes en indiquant pour chacun :

- le champ couvert,

- les objectifs,
- le niveau d'approfondissement souhaité,
- la méthode de travail, avec en particulier une indication de la durée prévisible,
- s'il s'agit d'un travail individuel
  en groupes de 3 ou 4
  en "groupe-classe" .

Un essai de ce type a été conduit l'an dernier en demandant aux élèves de rédiger un "herbier" des fonctions usuelles que nous avions rencontrées au cours de l'année . On peut noter le travail important fourni par la plupart des groupes.

Cette expérience et la relation des expériences de travail dont nous avons eu connaissance nous inspirent les réflexions suivantes :

(1) Cette méthode de travail nécessite de passer avec les élèves un véritable "contrat de travail" .

Ce contrat, fixant les objectifs, le temps passé, les moyens utilisés doit être établi d'un commun accord pour permettre d'évaluer correctement l'évolution de chaque élève au cours de l'année .

(2) Le travail des groupes exige l'utilisation intensive du C.D.I. et il faut que nous apprenions à nos élèves à utiliser les techniques d'information et de documentation .

Il reste à compléter sur beaucoup de points la documentation actuellement disponible.

IV) L' évaluation

Plus encore que sur les points précédents, notre réflexion, loin de nous satisfaire, suscite beaucoup d'interrogations de notre part .

En mathématiques, il semble nécessaire d'évaluer :

1) Le niveau des acquis de chaque élève (en utilisant QCM, courtes interrogations, etc...) Dans ce domaine, l'évaluation doit d'abord mesurer les acquis et non les manques, créant ainsi, autant que faire se peut, une dynamique de la réussite et non un blocage sur un échec qui en entrainera bien d'autres ("de toute façon, j'y arriverai jamais, je suis pas matheux") . Par exemple pourquoi ne pas rendre possible dans un devoir en classe de traiter seulement un certain nombre d'exercices parmi un éventail de problèmes permettant d'évaluer les mêmes acquis ?

2) Des savoir-faire :

- D'une part au niveau strictement mathématique : analyse d'une problématique, conjecture, construction d'un raisonnement, mise en forme, variété des outils mathématiques mis en oeuvre,etc...
- D'autre part au niveau du comportement général de l'élève et de sa capacité d'autonomie : tri et critique de l'information, réaction devant une difficulté, aptitude à communiquer sa réflexion, attitude dans un travail collectif, etc ...

Ce court rapport n'est bien entendu qu'une ébauche de ce que nous souhaitons faire cette année en seconde . Nous n'y avons indiqué que les pistes sur lesquelles nous poursuivons notre réflexion, en nous gardant le plus possible de l'utopie consistant à penser que ces quelques changements dans notre pédagogie vont résoudre tous les problèmes auxquels nous nous heurtons dans l'enseignement des mathémathiques . En conséquence, toutes les suggestions, toutes les critiques concernant ce projet seront les bienvenues.

LE COIN DES CALCULATRICES

I) TROUVEZ LE BON COMPTE !

Ce programme génère quatre naturels a, b, c et d compris au sens large entre 2 et 9. Il génère également trois opérations ①, ② et ③ qui appartiennent à l'ensemble {+,x,-} et calcule l'entier r = ((a①b)②c)③d.

Connaissant a, b, c, d ainsi que le résultat r, il s'agit de trouver les solutions possibles pour ①, ②, ③ (chacune de ces opérations pouvant être une addition, une multiplication ou une soustraction)

01 Cl x	14 RCL3	27 STO+3	40 gRTN
02 STO3	15 GTO 00	28 1	41 RCL0
03 GSB 41	16 1	29 STO+3	42 g→Deg
04 STO1	17 0	30 -	43 g FRAC
05 STO2	18 STOx2	31 GSB 41	44 STO0
06 GSB 16	19 STOx3	32 STO+2	45 8
07 GSB 16	20 RCL 0	33 x	46 x
08 GSB 16	21 g→Deg	34 g x=0	47 2
09 g NOP	22 g FRAC	35 GTO 38	48 +
10 RCL 1	23 STO 0	36 STO-1	49 g INT
11 R/S	24 3	37 g RTN	
12 RCL 2	25 x	38 f LAST x	
13 R/S	26 g INT	39 STOx1	

Mode d'emploi

- Préliminaires: 1) Introduire le programme.
  2) Taper f FIX 0.
  3) Initialiser par GTO 00.
  4) Afficher un décimal x tel que 0 < x < 1 et taper STO 0.
- Début: 1) Taper R/S. Lorsque la H.P. s'arrête, elle affiche r. Noter r.
  2) Taper R/S. La H.P. affiche alors un nombre $\overline{abcd}$ de quatre chiffres. Noter dans l'ordre les quatre chiffres a, b, c, d.
  3) Trouver 3 opérations ①, ②, ③ telles que r = ((a ① b) ② c) ③ d. Il existe toujours au moins une solution, il peut en exister plusieurs.

- Fin TaperR/S. La H.P. propose alors une solution à la question précédente sous la forme codée d'un nombre $\overline{ABC}$ de trois chiffres:

Si A = 1, (1) est une addition

Si A = 2, (1) est une multiplication

Si A = 3, (1) est une soustraction.

Conclusions analogues pour 2 en éxaminant B et pour 3 en éxaminant C.

- Exemples: 1) Si dans préliminaires 4) on tape 0,1982 STO 0, le début devient R/S→28, R/S→4859. Onpeut alors trouver que 28 = ((4x8)+5)-9. La fin confirme ce résultat: en tapant R/S on obtient 213 qui est le code pour x + - .

2) Si on retourne au début on obtient: R/S→31, R/S→9778, R/S→111 ce qui signifie que 31 = 9+7+7+8; (111 étant le code de +++)

- Remarques: 1) R/S→28 signifie: en tapant R/S la H.P. affiche 28.

2) On peut rendre le jeu plus difficile en remplaçant dans le programme le pas 09 par GSB 16. La H.P. génère alors un résultat formé à l'aide de 5 nombres naturels et de quatre opérations.

II) NOMBRE DE PARTITIONS D'UN ENSEMBLE

Soit E un ensemble ayant n éléments ($n \in \mathbb{N}^*$). On rappelle qu'une partition de E est un ensemble de parties non vides de E tel que chaque élément de E appartienne à une et une seule de ces parties. Ce programme calcule le nombre p(n) de partitions de E.

01 f REG	12 GTO 21	23 RCL 0	34 STO-1
02 STO 0	13 CHS	24 f y^x	35 STO+4
03 1	14 STOx2	25 RCL 3	36 RCL 1
04 STO 1	15 RCL 2	26 x	37 CHS
05 STO 2	16 g 1/x	27 RCL 5	38 g x=0
06 STO 3	17 STO+3	28 ÷	39 GTO 42
07 STO 4	18 1	29 STO+6	40 STO÷2
08 STO 5	19 STO+1	30 RCL 2	41 GTO 21
09 RCL 0	20 GTO 09	31 g 1/x	42 RCL 6
10 RCL 1	21 RCL 4	32 STO-3	43 GTO 00
11 f x=y	22 STOx5	33 1	

Mode d'emploi

- Préliminaires: 1) Introduire le programme.
  2) Taper f FIX 0.
  3) Initialiser par GTO 00.
- Début: Afficher n et taper R/S.
- Fin: Lorsque la H.P. s'arrête, elle affiche p(n) et est reinitialisée.
- Exemples: 1) Si n=4 le début devient: 4 R/S . La HP s'arrêtera en affichant p(n) = 15. Dans un ensemble ayant 4 éléments, on peut donc définir 15 partitions.
  2) On a de même p(2) = 2 et p(10) = 115 975.
- Remarques:

1) Si $n \geqslant 16$ alors p(n) s'écrit avec plus de dix chiffres. La H.P. ne peut donc les fournir tous.

2) Si $n \geqslant 57$, la H.P. est saturée par le programme et donne des résultats inexacts.

3) Pour calculer p(n) on a utilisé la formule suivante:

$$p(n) = \sum_{j=1}^{n} \frac{j^n}{j!} \sum_{i=0}^{n-j} \frac{(-1)^i}{i!}$$

Germain SCHACHERER

(Epernay)

- ALGORITHME POUR UN LOGARITHME -

Un objectif en classe peut être de construire des (un) homomorphismes vérifiant $E \subset \mathbb{R}$ $\forall (xy) \in E^2$ $f(xy)=f(x)+f(y)$

$$f : E \longrightarrow \mathbb{R}$$

et donc de "calculer" $f(x)$ pour $x \in E$

1. Définir E et f

Pour ce faire, on peut mettre en place un homomorphisme à l'aide de suite géométrique et arthmétique.

Exemple : $E_o = \{10^n / n \in \mathbb{N}\}$ $F_o = \mathbb{N}$

$$f : E_o \longrightarrow F_o$$
$$10^n \longmapsto n$$

il est donc maintenant nécessaire ou utile d'agrandir Eo en respectant les caractères de Eo et de Fo.

Aux questions "Quel est le terme que l'on insère entre

1 et 10, 10 et 100, ... 10^n et 10^{n+1}
0 et 1, 1 et 2, ... n et n+1

il s'en suit une discussion sur les suites et l'on obtient

$$E_o \subset E_1 = \left\{ (\sqrt{10})^n, \ n \in \mathbb{N} \right\}$$
$$F_o \subset F_1 = \left\{ \frac{n}{2}, \ n \in \mathbb{N} \right\}$$

processus que l'on réïtère pour obtenir E2, F2 ... Ep, Fp

Il est raisonnable alors de (re)définir les récines n^e d'un nombre ainsi que les exposants rationnels et d'en énoncer quelques propriétés (si cela n'est déjà pas connu des élèves) que l'on démontrera à l'occasion.

Quelques questions du type $f(1)$, $f(10)$... $f(10\ 000)$ $f(\sqrt{10})$,...
$f((\sqrt{10})^3)$ $f(\sqrt[4]{10^5})$
permettent de s'assurer du suivi de la classe.

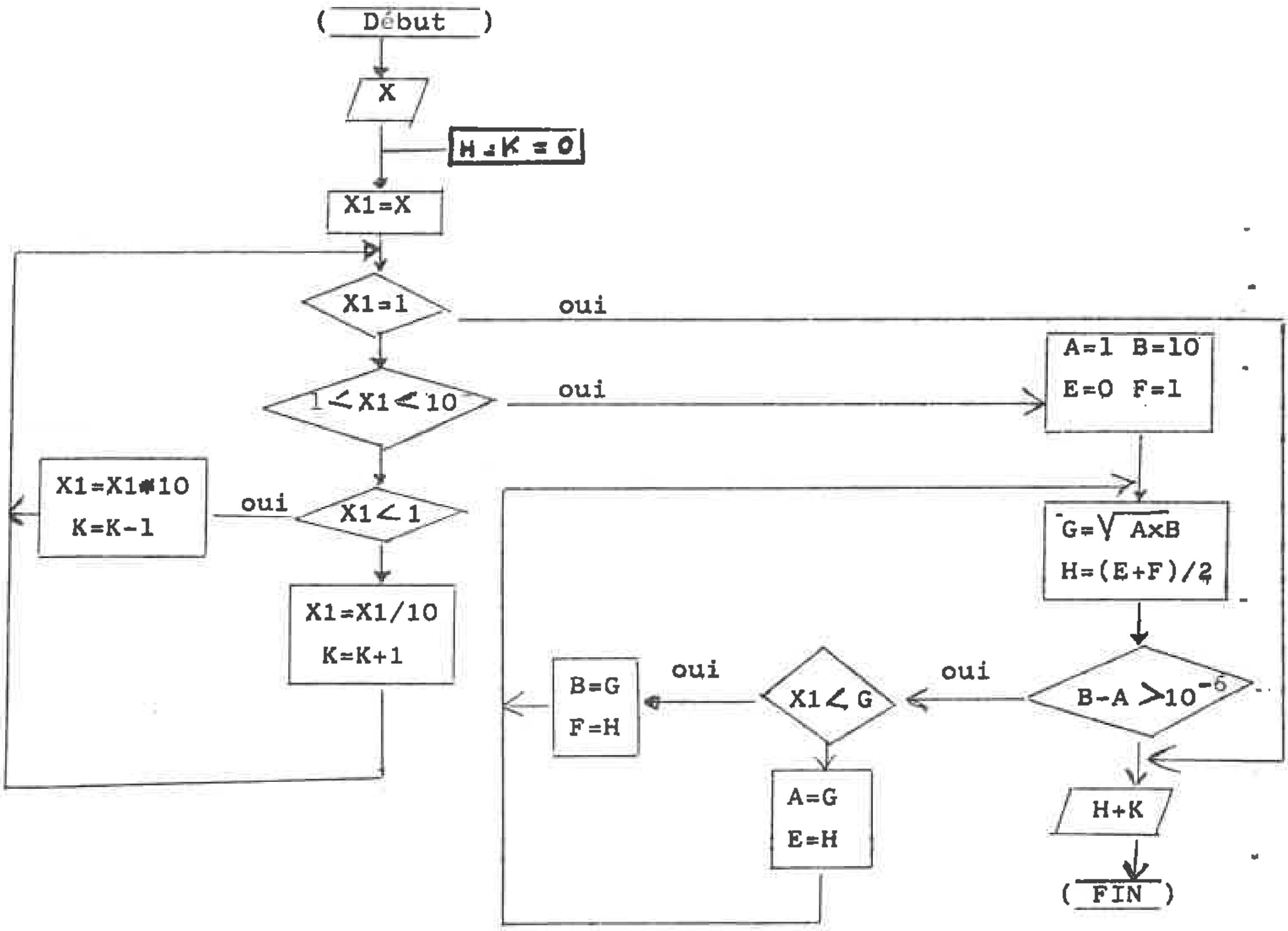
2. CALCUL de f(x)

* Si on peut encadrer $x \in \mathbb{R}_+^*$, par deux éléments de Ep, il est raisonnable de penser que l'on peut encadrer $f(x)$ par deux éléments de Fp ; et après avoir laissé bricoler les élèves avec $f(2)$ par exemple, on peut leur proposer de définir un algorithme et d'en faire son organigramme, puis de passer à la programmation sur leurs calculatrices ou ordinateurs.

* l'algorithme suivant utilise la formule $f(\sqrt{ab}) = \frac{f(a)+f(b)}{2}$

pour calculer $f(x)$ x compris entre 1 et 10 ($f(x)=\log x$)

* ORGANIGRAMME pour le calcul du logarithme décimal de X, $X \in \mathbb{R}_+^*$



Liste des Variables

X nombre dont on calcule le logarithme

$X1 = Xx10^{-K}$

K caractéristique de X

A, B, G éléments de la suite géométrique encadrant X1

E, F, H les logarithmes décimaux de A, B, G.

1. On pose a=1, b=10
   f(a)=0, f(b)=1

2. On calcule $g=\sqrt{ab}$ $f(g)=\frac{1}{2}\,(f(a)+f(b))$

3. Si $x<g$ alors b=g et f(b)=f(g)
   sinon a=g et f(a)=f(g)

4. Si $b-a<\varepsilon$ aller en 2
   sinon FIN avec comme réponse
   $f(x)=\frac{1}{2}\,(f(a)+f(b))$

```
5 CLS
10 INPUT"ENTREZ  UN NOMBRE STICTEMENT POSITIF "; X
15 REM              RAMENE X ENTRE 1 ET 10
20 X1=X
30 IF X1=1 THEN 160
40 IF X1>10 THEN 70
50 IF X1>1 THEN 90
60 X1=X1*10:K=K-1:GOTO 30
70 X1=X1/10:K=K+1:GOTO 30
80 REM                    CALCUL DU LOG(X1)
90 A=1:B=10:E=0:F=1
100 G=SQR(A*B):H=(E+F)/2
110 IF B-A<10E-6 THEN 160
120 IF X1<G THEN 140
130 A=G:E=H:GOTO 100
140 B=G:F=H:GOTO 100
150 REM                  IMPRESSION DU  RESULTAT
160 Y=H+K:PRINT"LE  LOGARITHME  DECIMAL DE :";X;" EST ";Y  :END
```

3. Quelques QUESTIONS.

* la fonction f ici présentée, est le logarithme décimal, que faut-il modifier dans l'algorithme, et l'organigramme ci-dessus, pour calculer logarithme de x en base quelconque ?

* La phrase "il est raisonnable de penser" est bien peu mathématique ; que recouvre-t-elle ?

4. L'étude du logarithme décimal peut être poursuivie en montrant son intérêt historique (ce qui a pu être fait en introduction) par un calcul du type

$$1000^x = \frac{\sqrt[3]{0{,}02174}}{1{,}7534} \quad \text{(issu des annales)}$$

en utilisant la touche $\boxed{\text{log}}$ ou les tables bien connues.

Référence :

* mathématique élémentaire d'un point de vue algorithmique
Arthur ENGEL. Cedic.

* Histoire de la découverte des logarithmes A P M E P n° 299.

M. MALCUIT

ENSEIGNEMENT, LOGARITHME et INFORMATIQUE

La question "Que se passe-t-il lorsque j'appuie sur la touche $\boxed{\ln x}$ de ma machine ?" m'a permis de redonner un intérêt à la classe et par la même occasion d'approfondir la connaissance du logarithme népérien, de sa machine et de faire de l'informatique.

Cet article se propose de faire plus ample connaissance avec les machines dans la mesure où celles-ci utilisent l'algarithme C O R D I C. (COordinate Rotation for DIgital Computeur)

1 - LE PRINCIPE : soit à calculer $\ln X$ avec $X \in R_+^*$

X se met dans un 1er temps sous la forme $A \times 10^k$

avec $k \in \mathbb{Z}$ et $A \in [1;10[$

A s'approche par le nombre $\dfrac{10}{A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n}$

ou les A_i sont des nombres de la forme $1+10^{-p}$, $p \in \mathbb{N}$

alors $\ln X = k\ln 10 + \ln 10 - (\ln A_1 + \ln A_2 + \ldots + \ln A_n)$

Pour faire ce calcul une machine doit donc connaître $\ln 10$ et $\ln(1+10^{-p})$ pour p variant de 0 à un certain nombre.

2 - UN EXEMPLE : X=4,9

calculatrice à 4 chiffres

$$4{,}9 = \frac{9{,}8}{2} = \frac{9{,}898}{2 \times 1{,}01} = \frac{9{,}997}{2 \times 1{,}01 \times 1{,}01}$$

$$4{,}9 = \frac{10}{2 \times 1{,}01 \times 1{,}01}$$

et $\ln 4{,}9 = \ln 10 - \ln 2 - \ln 1{,}01 - \ln 1{,}01$

$= 2{,}303 - .693 - .01 - .01$

$$\boxed{\ln 4{,}9 = 1{,}590}$$

3 - UN ORGANIGRAMME :

Liste des variables

$B = \ln 10$

$I \in \{0, 1 \ldots ; 7\}$

$A(I) = 1 + 10^{-I}$

$B(I) = \ln(A(I))$

X le nombre dont on calcule le logarithme népérien

A le nombre X ramené entre 1 et 10 et les différents numérateurs

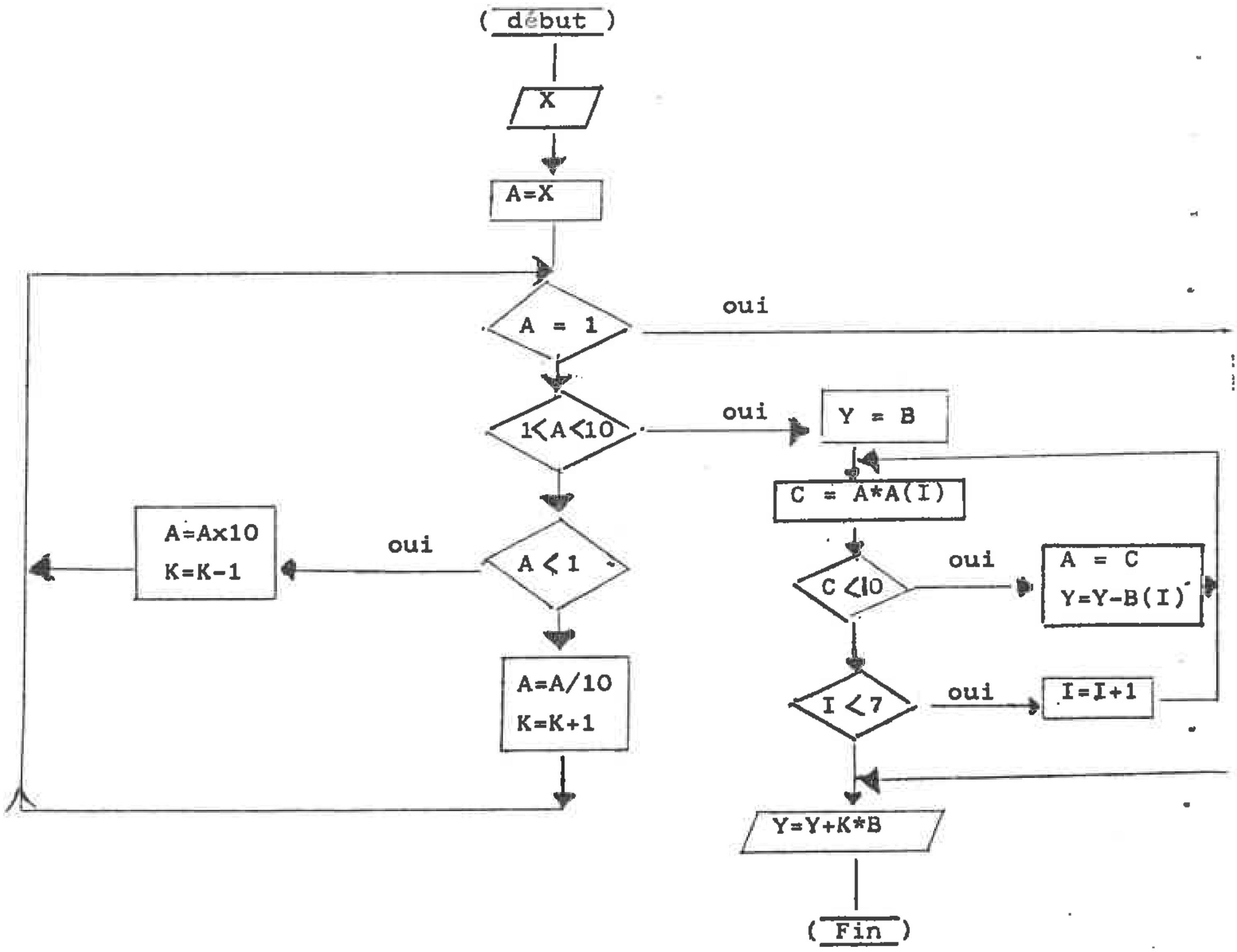
K la caractéristique de X

C variable de comparaison permettant de définir A pour le calcul suivant

Y Somme des différents logarithmes avec comme fin

$Y = \ln X$

ORGANIGRAMME pour une machine à 8 chiffres



4 - QUELQUES COMMENTAIRES

- les multiplications par Ai sont faciles d'exécutions car elles nécessitent un décalage et une addition (penser à la multiplication par 11) ce qui réduit le temps de calcul.

- il est possible de calculer un terme d'ajustement Lire à cette occasion le bulletin de l' A P M E P n° 332 fév 82 qui étudie aussi les touches

  $\boxed{\text{sin}}$ $\boxed{\text{cos}}$ et $\boxed{\text{INV lnx}}$

- autres références :

  Ordinateur Individuel fév 81 n° 24

  Dimathème T.C information

  Que sais-je n° 850 (pour comparer...)

- En guise de conclusion :

Comment prouver qu'une machine donnée utilise cet algorithme sans poser la question au constructeur ?

M. MALCUIT

LITTERATURE ET GEOMETRIE

La lecture de romans réserve parfois quelques surprises, témoin le livre de H. Vincenot : "Les Etoiles de Compostelle", paru chez Dénoël en 1982. Si la présentation des résultats géomètriques qui y figurent peuvent surprendre, voire indigner, un habitué des bouquins de maths, celle-ci ne doit pas nous en cacher leur intérêt.

L'apparition d'un triangle d'or est au premier abord bien intriguante : celui-ci étant défini comme suit :

"Il construisit un carré ABCD, piqua la pointe fixe du compas en C et traça une courbe BO. L'oblique OA était la pente cherchée...... Mais ce que le maître ajouta, c'est que le triangle ACO était son triangle d'or".

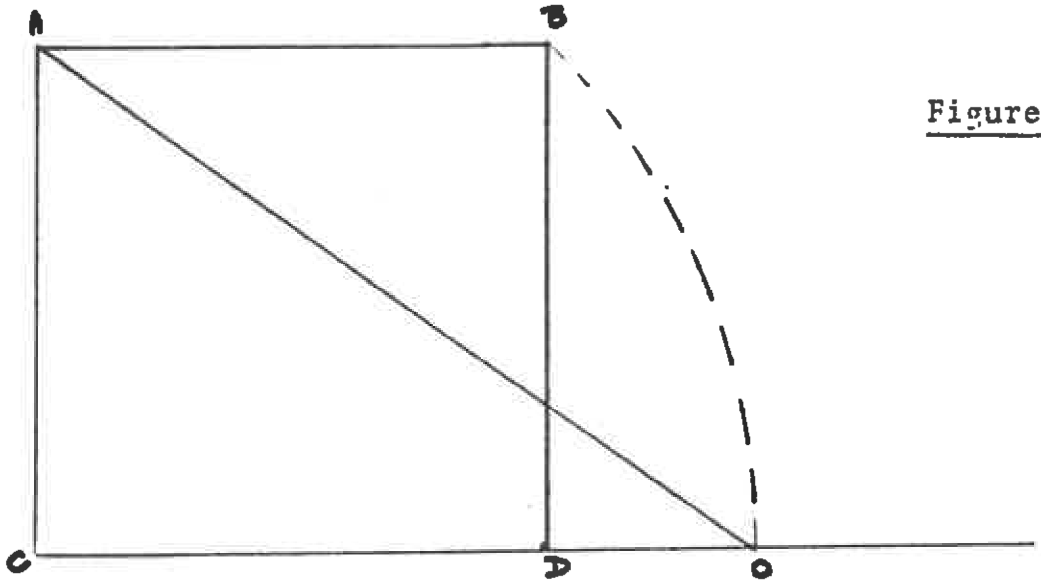


Figure 1

On remarquera au passage l'ordre non canonique dans lequel sont pris les sommets du carré. Ceci ne surprendra pas le lecteur de livres de maths relativement anciens.

Il s'agit donc d'un triangle rectangle dont les côtés sont proportionnels respectivement à 1, $\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$. Outre le côté utilitaire (il s'agit de déterminer la pente d'un toit recouvert de lauzes), une construction géométrique suit, qui nous éclaire sur cette appellation d'un "triangle d'or".

Notons cependant que si Φ désigne le nombre d'or, ce fameux $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, alors :

$$\left| \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\Phi}{2} \right| < 10^{-2}$$

Poursuivons la lecture :

"et il construisit le triangle d'or AOC, traça en pointillé la médiane de l'angle O, construisit sa perpendiculaire EF, plaça la pointe de son compas en E et traça l'arc FG. Piquant ensuite la pointe de son compas en F, il traça l'arc EH et s'écria.... Et je dis que GEFH donne les trois côtés du pentagramme ! Et c'est un jeu ensuite de construire le point I......."

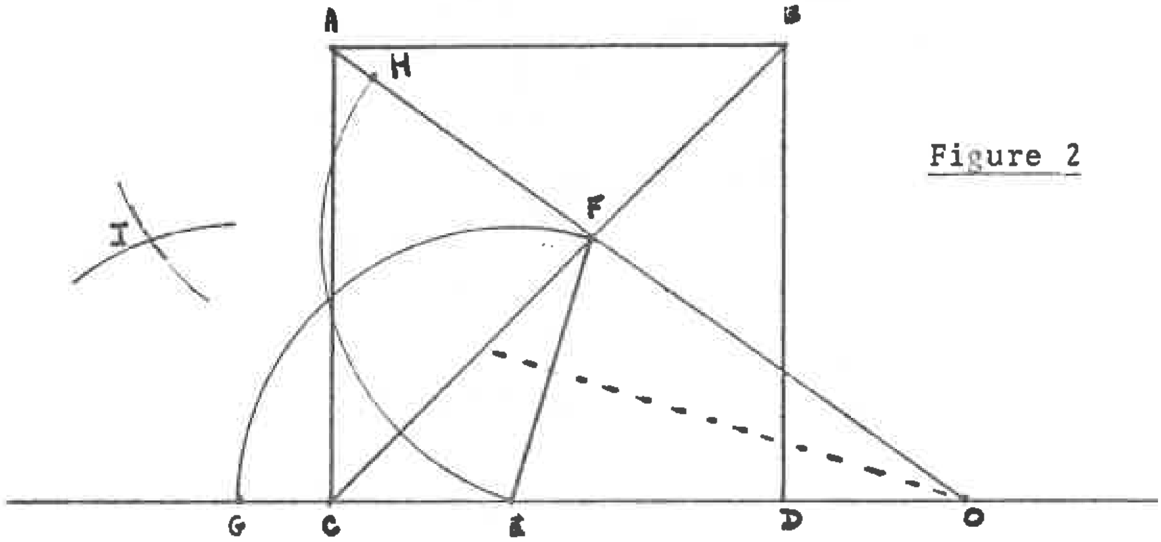


Figure 2

Surprenante aisance de construction, quoi que le tracé de l'arc FE, de centre O, eut été plus habile que celui de la perpendiculaire à la "médiane" de l'angle O.

Cependant, si le pentagone obtenu a effectivement une "bonne tête", un calcul très simple nous permet de voir qu'il est équilatère, certes, mais malheureusement pas tout à fait équiangle.

En effet, de $\sin \widehat{AOC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, on tire aisément une valeur approchée pour $\widehat{AFE}$: 107° 38'.

22' d'écart avec l'angle du bon pentagone ! Voilà après tout qui n'est pas si mal lorsque l'on se réfère à la construction "exacte" et que l'on constate les imprécisions dues à la technique utilisée.

Un petit reproche que je ferai à cette construction : à priori, impossible de savoir avec certitude où va se situer le pentagone obtenu. Alors pourquoi ne pas se pencher sur le cas suivant : comment retrouver le pentagone régulier lorsqu'on se donne au départ un de ses côtés.

L'écart constaté de 22' fait penser immédiatement à la construction dite de Dürer :

AB étant donné de longueur 1, on trace les cercles C_A et C_B de rayon 1 et de centre respectif A et B.

Ces cercles se coupent en deux points : T et U.
Le cercle C_U de rayon 1 et de centre U recoupe C_A en K, C_B en L et la médiatrice de AB en I.
Enfin la droite (K, I) recoupe C_B en C et la droite (L, I) recoupe C_A en E. Le point D étant obtenu de façon évidente.

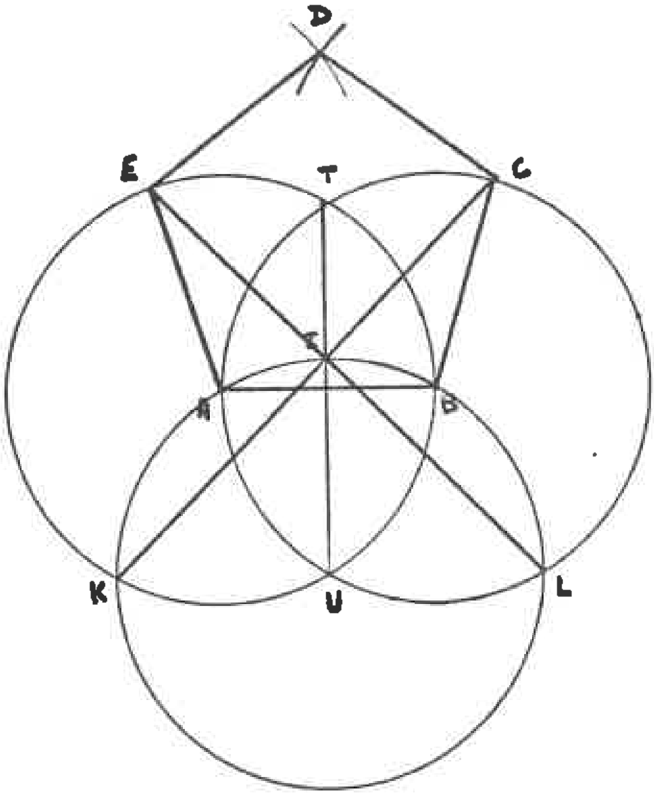


Figure 3

L'avantage d'une telle construction réside bien sûr dans le fait d'utiliser des cercles ayant tous le même rayon. Quelle fiabilité lui accorder ? De même que pour le cas précédent, nous allons rechercher une valeur approchée pour l'angle en B du pentagone obtenu :

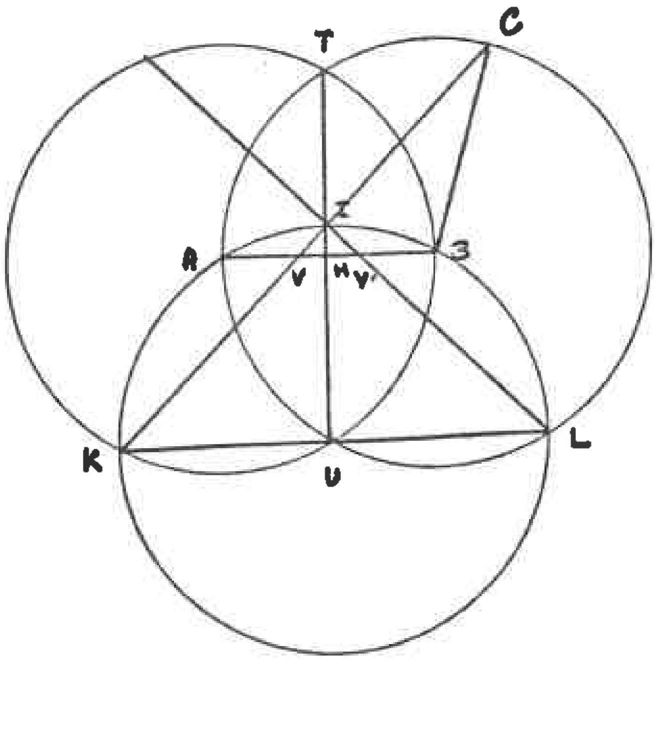


Figure 4

il est immédiat que $\widehat{CVB} = 45°$.
Les triangles IVV' et IKL étant homothétiques avec :

$$\frac{IH}{IU} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2},$$

on en déduit :

$$VH = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{d'où } BV = \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$$

comme $\dfrac{BV}{\sin \widehat{BCV}} = \dfrac{BC}{\sin \widehat{BVC}} = \sqrt{2}$,

$$\sin \widehat{BCV} = \frac{3 - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

d'où $\widehat{BCV} \simeq 26°\ 38'$

et donc $\widehat{ABC} \simeq 180° - (45° - 26°\ 38')$

$\widehat{ABC} \simeq 108°\ 22'$

Décidemment, ces 22' d'écart nous poursuivront !
Sont-ils donc inévitables ?

Non, bien sûr, alors pourquoi se priver d'une construction simple et "exacte" du pentagone régulier dont on connait un côté AB

On construit le carré ABFG

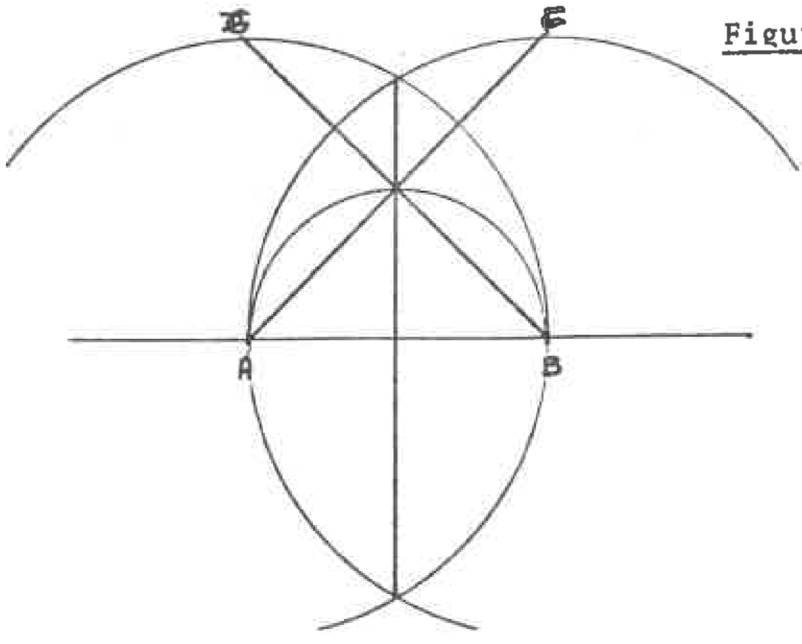


Figure 5

Soit I le milieu de AB . Le cercle de centre I et de rayon IF (ou IG) recoupe la droite (A,B) en T et U. Les cercles de centre A, de rayon 1 et de centre B, de rayon BT se coupent en E. De même, les cercles de centre B, de rayon 1 et de centre A de rayon AU et de centre B, de rayon BT se coupent en D.

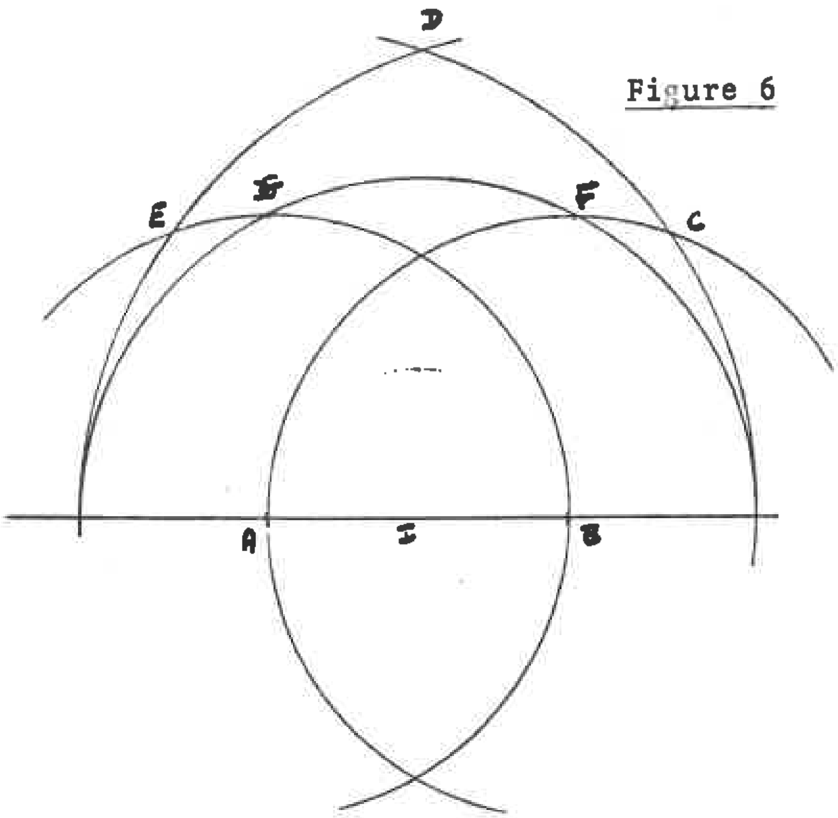


Figure 6

Mais revenons-en au roman de H. Vincenot, sa partie géométrie du pentagone est terminée et le plus intéressant commence : comment construire effectivement le côté d'un polyèdre platonicien inscrit dans une sphère donnée. Enfin de la géométrie dans l'espace ! Mais ceci est une autre histoire dont je vous entretiendrai dans la prochaine 'bulle".

(à suivre)

B. TURCO

Quelque chose ne tourne pas rond !

$\pi.a.b$ Il y a de ces formules bien franches,bien carrées qui vous chantent à l'oreille!

Peut-on imaginer plus équilibré,oserais-je dire plus rationnel , que ce $\pi.a.b$?

L'ellipse pourrait-elle avoir meilleure aire que celle d'un super disque, le produit RxR (aire carrée?) étant remplacé par a.b le produit des demi-axes.

Ce sont de tels résultats qui nous donnent le plaisir d'enseigner , d exposer les beautés du monde scientif...Mais qu'est-ce qu'il veut celui-là?

Quoi? Le périmètre? Ben réfléchis!, induis, extrapole,.... cela doit être (a+b) bien sûr!.... enfin sûr.....C'est vite dit!.Je ne suis pas certain de ce résultat.Je n'ai même pas l'impression de l'avoir déja rencontré ..... ILS NE ME L'ONT PAS APPRIS!

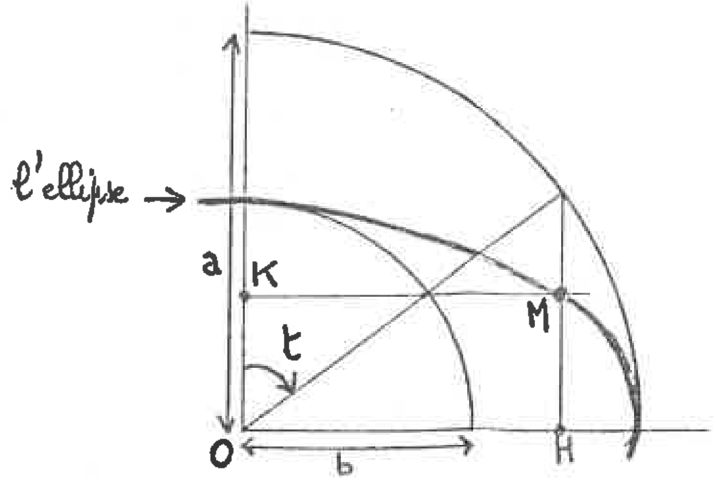
Bon, il va falloir se renseigner. << Ah mais ! Ce n'est pas dans le dictionnaire .... Ils n'y ont pas pensé! >>

Dans le U? Non plus! Il est vrai que ce n'est guère le genre de la maison de condescendre à de tels calculs...

Dans le BASS alors!...... C'est curieux , j'aurais pourtant juré que TOUT était dans ce bouquin.

Il ne me reste donc plus qu'à le calculer moi-même ce périmètre. Ce ne doit pas être si difficile... Une petite intégration va nous résoudre cela.

D'abord un petit dessin... a le grand axe , b le petit .



OH = a . sin t
OK = b . cos t

Utilisons la représentation paramétrique : $x = a.\sin t$ et $y = b.\cos t$

Nous intégrerons sur un quart de tour seulement, il suffira de multiplier par quatre le résultat obtenu. Ainsi on se contentera de faire varier t de 0 à $\pi/2$.

$$dx = a \cos t \, dt \quad \text{et} \quad dy = -b \sin t \, dt$$

Donc $dl = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{a^2\cos^2 t + b^2\sin^2 t}\; dt$

Une petite transformation de l'écriture:

$$a^2\cos^2 t + b^2\sin^2 t = a^2(1-\sin^2 t) + b^2\sin^2 t = a^2 - (a^2 - b^2)\sin^2 t$$

$$= a^2(1 - (1 - b^2/a^2)\sin^2 t)$$

C'est le moment de se souvenir que l'on pose habituellement $e^2 = (a^2 - b^2)/a^2$ et que e est appelé l'excentricité de l'ellipse.

Me voici donc avec $P = 4a \int \sqrt{1 - e^2\sin^2 t}\, dt$ avec $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

Oui mais voila: le catalogue de primitives est muet sur la question!

<< Il n'y a pas d'abonné à la fonction que vous avez demandée.........>>

Bien! Ne nous décourageons pas, réfléchissons un peu!
Ellipse...elliptique......Il doit y avoir un rapport, reprenons le BASS

Tome I page 248:<< On pose: $E(k,v) = \int_0^v \sqrt{1 - k^2\sin^2 t}\, dt$, l'intégrale définie dite de deuxième espèce....On en trouve les valeurs numériques dans les tables usuelles pour les valeurs réelles de k >>

Me voilà bien avancé une fois de plus! Usuelles .. usuelles .... c'est vite dit! Je n'en ai pas moi de << tables usuelles >>!

Retour à la case départ, il faut d'autres moyens. Il y a bien la fonction INTG des nouvelles HEWLETT-PACKARD (ou le programme ML 09 du module des TI 58 et 59):
Intégration selon la méthode de SIMPSON.

Essayons toujours: Par exemple pour a=5 et b=4, l'exentricité e est 0,6.
La fonction INTG d'une HP41 donne pour le périmètre cherché : 28,36166792

Enfin un résultat concret et qui nous prouve que le résultat cherché n'est pas (a+b). En effet $\pi \times (4+5) = 28,274334$.
Pour le calcul c'est parfait mais il faut reconnaitre que sur le plan théorique tout cela n'est guère satisfaisant.

C'est la PETITE ENCYCLOPEDIE DES MATHEMATIQUES (Editions DIDIER) qui m'a finalement donné la réponse.

<< Puisque $|e| < 1$, $\sqrt{1 - e^2\sin^2 t}$ peut être développée en une série uniformément convergente puis intégrée terme à terme !

$$\sqrt{1 - e^2\sin^2 t} = 1 - \frac{1}{2}e^2\sin^2 t - \frac{1}{2\times 4}e^4\sin^4 t - \frac{1\times 3}{2\times 4\times 6}e^6\sin^6 t - \frac{1\times 3\times 5}{2\times 4\times 6\times 8}e^8\sin^8 t - \dots$$

puisque $\sqrt{1 - x} = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2\times 4}x^2 - \frac{1\times 3}{2\times 4\times 6}x^3 - \frac{1\times 3\times 5}{2\times 4\times 6\times 8}x^4 - \dots$

comme cas particulier de $(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{1\times 2}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1\times 2\times 3}x^3 + \dots$

D'où $\displaystyle\int_0^v \sqrt{1-e^2\sin^2 t}\, dt = \int_0^v \left(1 - \frac{1}{2}e^2\sin^2 t - \frac{1}{2\times 4}e^4\sin^4 t \ldots\right) dt$

$$= v - \frac{e^2}{2}\int_0^v \sin^2 t\, dt - \frac{e^4}{2\times 4}\int_0^v \sin^4 t\, dt - \frac{1\times 3}{2\times 4\times 6}\int_0^v \sin^6 t\, dt \ldots$$

(avec $v = \frac{\pi}{2}$ pour notre calcul.)

terme général :

$$- \frac{1\times 3\times 5\times ..(2k-3)}{2\times 4\times 6\times ..(2k)}\int_0^v \sin^{2k} t\, dt$$

au numérateur : $(2k-1)$ manque

De plus on peut vérifier que:

$$\int \sin^n t\, dt = -\frac{\cos t \cdot \sin^{n-1} t}{n} + \frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2} t\, dt$$

$$\text{donc } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n t\, dt = \frac{n-1}{n}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-2} t\, dt$$

On déduit de cela ce qui nous intéresse:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n} t\, dt = \frac{(2n-1).(2n-3).(2n-5).....(1)}{2n.(2n-2)(2n-4)\cdots(2)} \times \frac{\pi}{2}$$

au numérateur : tous les impairs inférieurs à $2k$
au dénominateur : tous les pairs inf. à $2k$

(résultat qui permet d'obtenir la formule de WALLIS

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{k\to\infty} \frac{2^2\times 4^2\times \ldots \times (2k)^2}{1^2\times 3^2\times 5^2\times \ldots \times (2k-1)^2\times(2k+1)}$$
)

[$(2k+1)$ n'est pas à la puissance 2]

On a donc :

$$\boxed{P = 2\pi a\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 e^2 - \left(\frac{1\times 3}{2\times 4}\right)^2 \frac{e^4}{3} - \left(\frac{1\times 3\times 5}{2\times 4\times 6}\right)^2 \frac{e^6}{5} - \left(\frac{1\times 3\times 5\times 7}{2\times 4\times 6\times 8}\right)^2 \frac{e^8}{7} \cdots\cdots\cdots \right]}$$

Longueur de l'ellipse de grand axe : a d'excentricité : e

Nous y voilà enfin. Notons pour être complet que la PETITE ENCYCLOPEDIE donne également une formule d'approximation :

$$\boxed{P = 3.(a+b) - \sqrt{ab} \text{ avec une erreur inférieure à } 0,4.e^2(1-e^2)}$$

Au fait: Connaissez-vous la distance parcourue par la TERRE en un AN au cours de sa translation autour du SOLEIL? (a 149 600 000 Km et e = 0,0017)

FM

Brochure n° 47

Obstacles et déblocages en maths

Parution : 1982

par Michel BRUSTON et Claude ROUXEL

Prix : 51,30 F (port compris) ; 45 F (sans le port)
130 pages

Cette brochure est constituée de quatre articles :

- **"Hypothèses et propositions pédagogiques pour l'enseignement des maths"**

  Les difficultés objectives que rencontrent les étudiants dans l'apprentissage des maths (notamment avec la logique, l'écriture symbolique, le vocabulaire, etc...).

- **"Inconnues et Variables"**

  L'emploi des lettres, le passage de l'arithmétique à l'algèbre.

- **"Note sur la question des nombres"**

  Les représentations mentales des étudiants de "bas niveau" à propos des distinctions :

  — entre mesures de grandeurs, et nombres "purs";

  — entre nombre entiers ou décimaux, et nombres "réels".

- **"Utilisation des schémas d'opérateurs en algèbre élémentaire"**

  Des outils pour séparer :

  — le traitement des difficultés conceptuelles,

  — le traitement des difficultés d'écriture symbolique; et pour éclairer des notions comme "fonction", "équation", "croissance et décroissance", etc...

La publication par l'A.P.M.E.P. de cette brochure, dont le contenu intéresse l'ensemble des enseignants de mathématiques, est un exemple de ces "retombées" possibles de la formation continue des adultes sur la formation initiale.

En effet, ces textes sont issus d'une expérimentation pédagogique en formation d'adultes, dans le cadre des enseignements préparatoires au Conservatoire National des Arts et Métiers.

Cette expérimentation intitulée "Introduction aux Enseignements Scientifiques" est réalisée sous la responsabilité de Michel Bruston et Claude Rouxel.

Elle vise à analyser les difficultés en mathématiques des publics de "niveau moyen" (classes de 6e à 3e), et à élaborer des méthodes pédagogiques adaptées pour leur permettre de progresser, jusqu'au niveau du baccalauréat. La brochure fait un bilan des analyses, et des méthodes qui ont été élaborées en conséquence. Celles-ci sont transposables à d'autres publics, en formation initiale et continue, et même à d'autres niveaux.

Brochure n° 49

Aides pédagogiques pour le cycle moyen : Géométrie

Parution : 1983

Commission Permanente des IREM
pour l'enseignement élémentaire (COPIRELEM)
réunissant des représentants des équipes sur l'enseignement élémentaire de divers IREM

Prix : 31,20 F (port compris) ; 25 F (sans le port)
160 pages

Collection ELEM-MATH VII

PUBLIC

Cette brochure présente des activités géométriques illustrant des objectifs du Cycle Moyen; c'est dire qu'elle s'adresse principalement aux maîtres de l'école élémentaire enseignant à ce niveau, mais elle peut également intéresser les professeurs des classes de 6ᵉ et 5ᵉ par la plupart des thèmes abordés et les prolongements suggérés.

CONTENU

Après quelques réflexions sur l'enseignement de la géométrie, ses objectifs et ses méthodes, les thèmes énumérés ci-dessous sont abordés à travers des descriptions d'activités en classe : le matériel utilisé, les objectifs pédagogiques et comportementaux, des exemples de séquences d'enseignement et l'indication de variantes possibles, quelques réflexions théoriques et indications de réactions d'élèves.

THÈMES

— Utilisations de jeux de construction.

— Problèmes de constructions de solides géométriques (octaèdre, dodécaèdre, tétraèdres et cubes tronqués) et les dessins plans correspondants.

— Activités sur les lignes et les surfaces.

— Repérage dans le plan - pavages - puzzles.

— L'utilisation des instruments de dessin - reproduction de dessins.

— La géométrie comme outil : représentation plane d'objets de l'espace, production de boîtes, dessin et utilisation de plan ou carte.

Bien que beaucoup de ces activités fassent appel à la mesure, l'étude de celle-ci n'est pas abordée systématiquement et fera l'objet d'une autre brochure.

Brochure n° 48

Présence d'Evariste Galois 1811-1832

Parution : 1982

par R. TATON, J. DIEUDONNÉ, A. DAHAN, D. GUY

Prix : 51,30 F (port compris) - 45 F (sans le port)
56 pages - Format 21/29,5

OBJECTIFS

A l'occasion du cent cinquantenaire de la mort de Galois, présenter des textes de Galois qui peuvent être lus et commentés aux élèves du secondaire ; rappeler en même temps l'importance des grandes idées que Galois a introduites dans de nombreux domaines mathématiques. S'il n'a pu, faute de temps, les développer comme il l'aurait certainement fait, elles ont fécondé le progrès des mathématiques et, dans ce sens, il y a une présence de Galois dans la science d'aujourd'hui.

SOMMAIRE

Evariste Galois et nous (G. WALUSINSKI).

Evariste Galois et ses contemporains (R. TATON).
Article suivi d'une bibliographie complète des œuvres de Galois et des études sur Galois ainsi que de documents divers sur la vie de Galois, en particulier sa lettre-testament à Auguste Chevalier reproduite photographiquement en face du texte imprimé.

L'influence de Galois (J. DIEUDONNÉ).

Résolubilité des équations par radicaux et premier mémoire d'Evariste Galois (A. DAHAN).

"Mathématiques en fête" aux Collège et Lycée Romain-Rolland d'Argenteuil (D. GUY).

IMPRIME A LA FACULTE DES SCIENCES : IREM