

Cycle 3 - Activité 2

Nombre d'or et croissance d'une population de lapins

La suite de Fibonacci, apparaît aux endroits les plus inattendus : comme par exemple dans la croissance d'une population de lapins. Celle-ci aurait donc un rapport direct avec le nombre d'or.

Léonard de Pise (appelé aussi Fibonacci) a proposé ce petit casse tête :

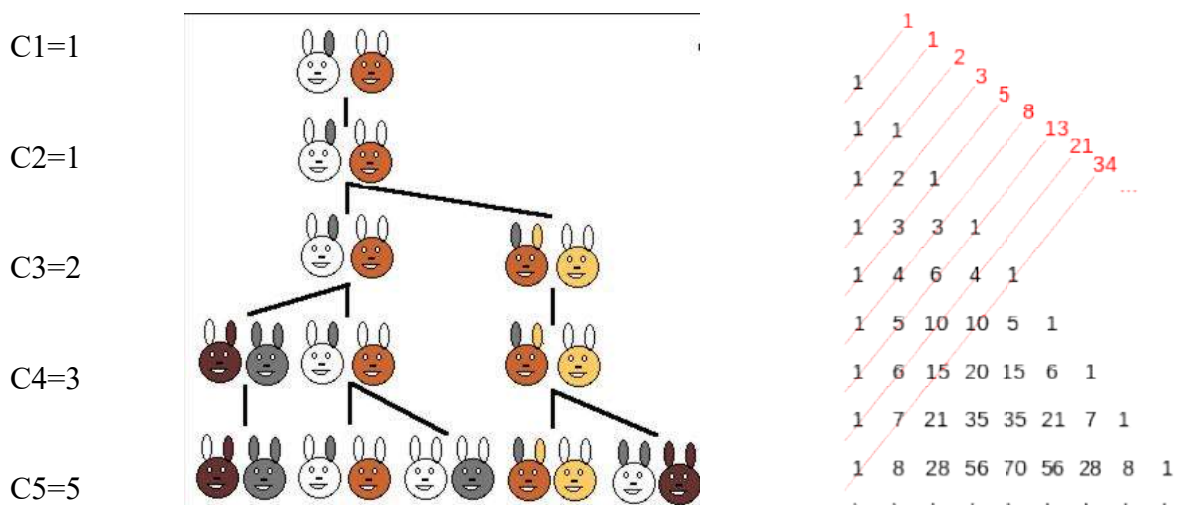
« Un couple de lapins, né le 1^{er} janvier, donne naissance à un autre couple de lapins, chaque mois, dès qu'il a atteint l'âge de deux mois. Les nouveaux couples suivent la même loi de reproduction. »

Combien y aura-t-il de lapins le 1er janvier de l'année suivante en supposant qu'aucun couple n'ait disparu entre temps ? »

Pour t'aider dans ta recherche, voici une représentation imagée de la population de lapins jusqu'au 5^{ème} mois. On note C_1 le nombre de couples au mois numéro 1 ($C_1=1$) et C_n le nombre de couples de lapins au n ème mois.

Observe bien aussi le graphique à droite, appelé « Triangle de Pascal ». Les nombres rouges sont formés par le total des chiffres noirs de leur diagonale mais tu peux aussi trouver le nouveau nombre rouge en regardant les précédents...

Bonne recherche !



Correction : Le nombre de couples au mois n est égal à la somme du nombre de couples au mois $n-1$ et du nombre de couple au mois $n-2$.

C'est à dire $C_n = C_{n-1} + C_{n-2}$ avec n au moins égal à 3

On remarque donc que la croissance d'une population de lapins dans des conditions idéales serait une croissance conforme à la suite de Fibonacci.

Pour être conforme à cette suite, au douzième mois, la population de lapins sera égale à C_{12} (en effet décembre est le douzième mois).

$$C_6 = C_5 + C_4 = 5 + 3 = 8$$

$$C_7 = C_6 + C_5 = 8 + 5 = 13$$

$$C_8 = C_7 + C_6 = 13 + 8 = 21$$

$$C_9 = C_8 + C_7 = 21 + 13 = 34$$

$$C_{10} = C_9 + C_8 = 34 + 21 = 55$$

$$C_{11} = C_{10} + C_9 = 55 + 34 = 89$$

$$C_{12} = C_{11} + C_{10} = 89 + 55 = 144$$

Au douzième mois, il y a donc 144 couples de lapins, soit 288 lapins !

On retrouve ce genre de suite dans la croissance de la population d'autres êtres vivants, tel que les abeilles par exemple.