UNIVERSITE DE REIMS

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Moulin de la Housse - B.P. 347 - 51062 REIMS Cédex

-:-:-:-:-:-:-:-

I. R. E. M.

UTILISATION DE CALCULETTES EN CLASSE DE SECONDE

Jean-Claude DANIEL
Professeur
Lycée de CHAUMONT

MAI 1981

II - Méthode :

631	17
121	37, $\boxed{117}$
$\boxed{2000}$	
$\boxed{30}$	
$\boxed{130}$	
$\boxed{11}$	

$37 = E\left(\frac{631}{17}\right)$ et le reste est 2

$117 = E\left(\frac{2 \times 1000}{17}\right)$ et le reste est 11

D'où la méthode : diviser a par b(entiers)

1) Calculer $q1 = E\left(\frac{a}{b}\right)$ et le reste r1

2) Calculer $q2 = E\left(\frac{r1 \times 10n}{b}\right)$ et le reste r2 etc...

III Calcul au T I 30 : (affichage : 8 chiffres), diviser a par b :

Succession de touches :

/a/sto/÷/ b/ =/Rcl/−/q1/ X/b/ =/10^n (x) /=/

lecture de q1 ; lecture éventuelle de r1

Choix de n : $n \leqslant 8$ - card b (on obtient n chiffres. Compléter au besoin par des 0 à gauche)

Exemple : a = 631 , b = 17 , n = 8 - 2 = 6

a : b = 37, 117 647 0 58 823 529411 769705 882 352 941 176

IV Calcul au HP 25 (10 chiffres affichés-programmable).($n \leqslant 10$ - card b)

Initialisation : a en Sto 0 - b en Sto 1 - 10^n en Sto 2 - f Fix o -

Programme :/Rcl 0/Rcl 1/÷/ g Int/R/S/Rcl 1/ X/Rcl 0/−/CHS/Rcl2/X/sto 0/goto 01/

Interprétation : 1er arrêt : lire q1.(virgule). R/S pour 2e calcul etc.....

Rque : pour lire n i appuyer 5 fois sur SST puis R/S pour un nouveau calcul.

Rque : avec n = 1 on lit la partie décimale chiffre par chiffre.

V Exercices : Trouver la période avec (a = 631, b = 17) ou (a = 263, b = 230) ou (a = 79, b = 14)

Comment démontrer qu'on a bien la période ?

T I 30 : reprendre le calcul. Comparer deux restes bien choisis (on peut varier 10^n à chaque boucle)

H P 25 : a) choisir n = 1 et lire les "bons restes".

b) changer n en cours de calcul (A l'arrêt faire $10^{n'}$ Sto 2 et R/S pour relancer les calculs).

§2 Approche de la racine carrée

Rappels

1 A étant un décimal positif ou nul, on appelle racine carrée décimale de A, le décimal positif ou nul a, s'il existe, dont le carré est A

on note alors $\sqrt{A} = a$

2 x,a et b étant positifs ou nuls si $a \leqslant x \leqslant b$ alors $a^2 \leqslant x^2 \leqslant b^2$

si $a^2 \leqslant x^2 \leqslant b^2$ alors $a \leqslant x \leqslant b$

3 On appelle décimal d'ordre 1 tout décimal dont l'écriture nécessite au plus 1 chiffre après la virgule
On appelle décimal d'ordre 2 tout décimal dont l'écriture nécessite au plus 2 chiffre après la virgule
On appelle décimal d'ordre 3 tout décimal dont l'écriture nécessite au plus 3 chiffre après la virgule.

Note : Dans cette fiche les encadrements utilisés seront fermés à gauche ouverts à droite.

1er exemple 37,8225 a-t-il une racine carrée décimale ?

1° Peut-on trouver un naturel dont le carré est 37,8225 ?

2° Trouver deux naturels consécutifs dont les carrés encadrent 37,8225. Si la racine carrée décimale existe elle est donc comprise entre | | et | |

3° Trouver, avec la machine, deux décimaux consécutifs d'ordre 1 dont les carrés encadrent 37,8225.
Si la racine carrée décimale existe, elle est donc comprise entre | | et | |

4° Trouver, avec la machine deux décimaux consécutifs d'ordre 2 dont les carrés encadrent 37,8225 | | et | |
que peut-on remarquer ?

Conclusion

6,15 est la racine carrée décimale de 37,8225

$6,15 = \sqrt{37,8225}$

2e exemple

en appliquant la même méthode trouver, si elle existe, la racine carrée décimale de 52,432081
noter les encadrements successifs

Conclusion ?

3e exemple

reprendre le même exercice pour la racine carrée de 11 poursuivre jusqu'à un encadrement par des décimaux d'ordre 3, si on pouvait poursuivre on constaterait (on le démontrera plus tard) que 11 n'a pas de racine carrée décimale mais cette racine carrée existe dans un nouvel ensemble et pourra être représentée par un développement décimal illimité comme [illegible]

I - $a \in R^{+}$ Recherche d'une valeur approchée de $\sqrt{a}$

Rappels :

(1) A étant un réel positif ou nul, on appelle racine carrée (positive) de A le réel positif ou nul a dont le carré est A

on note alors $a = \sqrt{A}$

alors si b est positif ou nul $\sqrt{b^2} = b$

(2) A et B étant des réels positifs ou nuls si $A \leqslant B$ alors $\sqrt{A} \leqslant \sqrt{B}$

si $\sqrt{A} \leqslant \sqrt{B}$ alors $A \leqslant B$

Etude préliminaire a et b étant deux réels positifs non nuls

(1) si $\dfrac{a}{b} = b$ alors $a = b^2$ d'où $b = \sqrt{a}$

exemple $\dfrac{16}{4} = 4$ et on a $4 = \sqrt{16}$

(2) si $\dfrac{a}{b} < b$ alors $a < b^2$ d'où $\sqrt{a} < b$ b est une valeur approchée par excès de $\sqrt{a}$

exemple $\dfrac{18}{6} = 3$ et on a $\sqrt{18} < 6$

(3) si $\dfrac{a}{b} > b$ alors $a > b^2$ d'où $\sqrt{a} > b$ b est une valeur approchée par défaut de $\sqrt{a}$

exemple $\dfrac{18}{3} = 6$ et on a $\sqrt{18} > 3$

Recherche d'une valeur approchée de 18

(*) $3^2 = 9$ et $9 < 18$ donc $3 < \sqrt{18}$ 3 est une valeur approchée par défaut de $\sqrt{18}$

calculons le quotient de 18 par 3

on a $\dfrac{18}{3} = 6$ d'où $\dfrac{18}{6} = 3$ d'où d'après (2) 6 est une valeur approchée par excès de $\sqrt{18}$

on a donc $3 < \sqrt{18} < 6$

(*) $4{,}5^2 =$ donc 4,5 est une valeur approchée par excès de $\sqrt{18}$

calculons le quotient de 18 par 4,5

on a $\dfrac{18}{4{,}5} = 4$ d'où $\dfrac{18}{4} = 4{,}5$ d'ou d'après (3) 4 est une valeur approchée par défaut de $\sqrt{18}$

en déduire un nouvel encadrement de $\sqrt{18}$

il est plus fin que le précédent

regarder le premier encadrement

pourquoi pensez-vous que nous avons choisi l'étude avec 4,5 ?

4,5 est la moyenne de 3 et 6 on a $\frac{3+6}{2} = 4,5$

(*) pour obtenir un nouvel encadrement encore plus fin de $\sqrt{18}$

reprenons la même méthode

$4,25^2 =$ donc 4,25 est une valeur approchée par excès de $\sqrt{18}$

calculons le quotient de 18 par 4,25

la machine donne $\frac{18}{4,25} =$

ce nombre est une valeur approchée par défaut de $\sqrt{18}$

on obtient un nouvel encadrement de $\sqrt{18}$:

pour continuer et obtenir d'autres encadrements, plus fins encore, on a intérêt à conserver, si possible, dans la machine, un nombre que l'on utilisera ensuite.

d'où intérêt de rechercher la séquence de calcul que l'on repetera tant que l'on voudra ou tant que la machine donnera des valeurs approchées par défaut ou par excès distinctes.

2 - $a \in R^+$ Séquences de calcul pour une valeur approchée de $\sqrt{\ }$

Clavier	Affichage	Mémoire
3	3	0
Σ+ou Sto ou M +	3	3
18	18	3
:	18	3
Rcl ou RM	3	3
=	6 (18:3)	3
+	6	3
Rcl ou RM	3	3
=	9 (6+3)	3
:	9	3
2	2	3
=	4,5 (9:2)	3 notez le résultat
CM	4,5	0

remarque : = il n'est pas nécessaire de taper sur = sur toutes les machines l'opération s'éffectuant dès que l'on tape sur la touche suivante; au bout de 3 où 4 séquences de ce type, le résultat noté ne change plus on a donc la meilleure approximation que peut donner la machine de $\sqrt{18}$

notez la

recommencer avec cette méthode pour une valeur approchée de $\sqrt{28,2}$ puis pour la racine carrée du nombre positif que vous voudrez

§3 DIFFERENCES FINIES

Exercice 1 : Tableau ①

	x	0	1	2	3	4	5	6	...
(1)	$f(x)$	1	1	3	7	13	...		
(2)	$\Delta_1(x)$	0	2	4	6	...			

On considère la fonction polynôme $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto f(x)$ $\quad f(x) = x^2 - x + 1$

1) Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, etc.. jusqu'à $f(10)$ et porter les résultats dans le tableau ① ligne (1).

2) Pour tout x réel calculer $f(x + 1)$ puis $f(x + 1) - f(x) = \Delta_1(x)$
Que peut-on dire de $\Delta_1(x)$?

3) Calculer $\Delta_1(0)$, $\Delta_1(1)$, ..., $\Delta_1(9)$ et porter les résultats obtenus dans le tableau ① ligne (2).

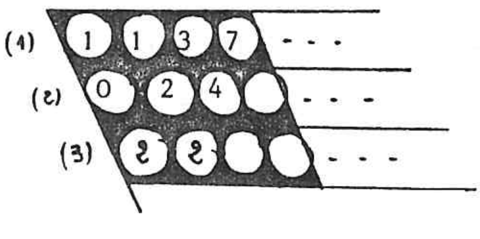
4) Quelle remarque fait-on pour le passage pratique de la ligne (1) à la ligne (2) ? Cette remarque justifie la présentation du tableau ②. Le compléter.

5) Compléter la ligne (3) du tableau ② en utilisant la même règle que lors du passage de la ligne (1) à la ligne (2).

6) Que constate-t-on pour la ligne (3) ? Justifier ce résultat en calculant pour tout réel x, $\Delta_2(x) = \Delta_1(x + 1) - \Delta_1(x)$

Tableau ② ou tableau ②

(1)	1		1		3		7	...
(2)		0		2		4		...
(3)			2		2			...



Exercice (2) sera construit sur une fiche spéciale :

1) Mise en évidence sur des exemples de séquences de touches permettant des calculs "automatiques" (machines non programmables)

2) Entraînement à partir de différents types de machines au calcul de f (x) pour différentes valeurs de la variable, où f désigne une fonction de type donné.

Exercice (3) utilisation de la machine.

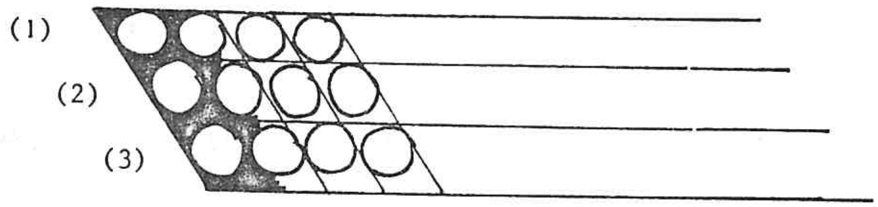
. On se propose de compléter selon les mêmes règles que dans l'exercice n° (1), le tableau (2) pour la fonction polynôme :

$f \; : \; \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \longrightarrow f\,(x)$ avec $f(x) = 43{,}6\, x^2 - 92{,}42\, x + 1{,}759$

pour les valeurs de x : 11, 12, 13, 14, 15, 16

Compléter le tableau : type (2)



N.B
Construire de tels tableaux sur stencil pour les élèves.

Exercice n° 4 Trouve une fonction polynôme donnée par certaines de ses valeurs.

. f est une fonction polynôme de second degré. Pour tout nombre réel x, on pose $f(x) = ax^2 + bx + c$. Déterminer f, c'est déterminer la valeur de chacun des trois coefficients. a, b, c

on donne

x	3	4	5	6
f(x)	12	25	44	69

1) Construire un tableau du type (2) en descendant de ligne en ligne

2) Utiliser ce tableau pour calculer f(2), f(1), f(0), f(8)

3) Utiliser les résultats précédents pour déterminer la fonction polynôme f

4) Autre méthode (a) pour tout x réel calculer $f\,(x + 1) - f\,(x) = \Delta_1(x)$

b) Calculer pour tout x réel $\Delta_1\,(x + 1) - \Delta_1(x) = \Delta_2(x)$

c) Utiliser alors les différentes lignes du tableau pour calculer a, b, c.

Exercice n° (5) :

1) Soit la fonction polynôme f : $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \longmapsto f(x)$ telle que $f(x) = 3,2\,x^3 - 10\,x + 1,7$

a) Compléter un tableau du type (2) pour x = 0 x = 1 ...... x = 10

b) Que remarque-t-on pour la dernière ligne ? Ajouter une ligne au tableau selon la méthode habituelle. Remarque ?

Le tabeau obtenu sera appelé tableau type (3)

2) Soit g une fonction polynôme telle que :

x	6	7	8	9	10	11
g(x)	831,779	1 337,719	2 016,059	2 892,059	3 990,979	5 338,079

a) Compléter un tableau du type (3) pour les valeurs données de x.

b) Une erreur a dû se glisser dans les valeurs données de g (x) Pourquoi ?

c) A votre avis quelle valeur est fausse ?

d) Corriger cette erreur.

Exercice n° (6) :

Soit la fonction polynôme f : $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ du second degré

$x \longmapsto f(x)$

telle que :

x	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
f(x)	-65	-90	-119	-158	-189	-230	-275	-324	-377	-434	-495

1) Compléter un tableau du type (2) pour les valeurs données.

2) Compléter un tableau du type (2) selon la méthode habituelle :

a) pour $x \in \{6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

b) pour $x \in \{6, 9, 12, 15\}$

c) pour $x \in \{6, 11, 16\}$

Que constate-t-on pour la dernière ligne ?

3) Utiliser les résultats de la seconde question pour calculer le plus simplement possible f(4), f(18), f(1), f(0)

4) Déterminer f.

§4 DIFFERENCES FINIES

Elements destinés à la construction de fiches d'exercices concernant le second cycle

1 Table de différences Finies

* Définition : Soit f une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et la suite $\big(f(i)\big)_{i\in\mathbb{N}}$, des images des entiers naturels. On appelle suite des différences premières, la suite de terme général $\Delta_1(i) = f(i+1) - f(i) \quad i \in \mathbb{N}$. On appelle de même suite des différences secondes, la suite de terme général

$$\Delta_2(i) = \Delta_1(i+1) - \Delta_1(i) \qquad i \in \mathbb{N}$$

(on définirait ainsi les suites des différences troisièmes,... n iemes,...)

Dans la pratique on dispose ces suites sous forme de Tables de différences finies :

$$\begin{array}{l} \big(f(i)\big)_{i\in\mathbb{N}} \\ \big(\Delta_1(i)\big)_{i\in\mathbb{N}} \\ \big(\Delta_2(i)\big)_{i\in\mathbb{N}} \\ \vdots \end{array} \quad \left[\begin{array}{ccccccc} f(0) & & f(1) & & f(2) & & f(3) \;\dots \\ & \Delta_1(0) & & \Delta_1(1) & & \Delta_1(2) & \dots \\ & & \Delta_2(0) & & \Delta_2(1) & \dots & \\ & & & \ddots & & \ddots & \end{array}\right] = T(f)$$

* Exemples :

$$f(x) = x^2 + x + 1 \qquad T(f) = \left[\begin{array}{ccccccccccc} 1 & & 3 & & 7 & & 13 & & 21 & & 31 \;\dots \\ & 2 & & 4 & & 6 & & 8 & & 10 & \dots \\ & & 2 & & 2 & & 2 & & 2 & & \dots \\ & & & 0 & & 0 & & 0 & & & \dots \\ & & & & 0 & & 0 & & & & \dots \end{array}\right]$$

$$f(x) = 2^x \qquad T(f) = \left[\begin{array}{ccccccccccc} 1 & & 2 & & 4 & & 8 & & 16 & & 32 \dots \\ & 1 & & 2 & & 4 & & 8 & & 16 & \dots \\ & & 1 & & 2 & & 4 & & 8 & & \dots \\ & & & 1 & & 2 & & 4 & & & \dots \\ & & & & 1 & & 2 & & & & \dots \\ & & & & & \ddots & & & & & \end{array}\right]$$

* Quelques propriétés dans le cas ou f est une fonction polynôme

il est possible d'établir :

1) si f fonction polynôme de degré n, la suite des différences n-ièmes est constante, et celle des différences (n + 1) ième est nulle.

2) Soit $\mathcal{C}$ l'ensemble des tables dont toutes les lignes à partir d'un certain rang sont nulles.

a) Toute table $T \in \mathcal{C}$ est déterminée par son bord gauche (dans le premier exemple précédent le bord gauche serait $1 \; 2 \; 2 \; 0 \ldots$

b) On peut additionner terme à terme deux tables de $\mathcal{C}$. On peut multiplier une table de $\mathcal{C}$ par un « scalaire réel λ en multipliant chaque terme de cette table par λ. $(\mathcal{C},+,\cdot)$ est un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$.

c) Les tables To, T_1, T_2 ... Tn ... de bord gauche :

$1 \; 0 \; 0 \; 0 \; 0 \ldots \qquad 0 \; 1 \; 0 \; 0 \; 0 \ldots \qquad 0 \; 0 \; 1 \; 0 \; 0 \ldots \qquad 0 \; 0 \; 0 \; 1 \; 0 \ldots \qquad 0 \; 0 \; 0 \; 0 \; 1 \ldots \qquad \ldots$

forment une base de $\mathcal{C}$.

d) On démontre que $\forall n \in \mathbb{N}, T_n$ est la table du polynôme $f_n(x) = \dfrac{x(x-1)\ldots(x-n+1)}{n!}$ les polynômes fo,f ... fn... forment une base de $\mathcal{P}$ ensemble des fonctions polynômes de la variable réelle x.

e) L'application

$$\begin{aligned} \varphi : \mathcal{P} &\longrightarrow \mathcal{C} \\ f_n &\longmapsto \varphi(f_n) = T_n \end{aligned}$$

est un isomorphisme d espaces vectoriels.

2 Exemples d'utilisation

* Calcul numérique :

Exercice f est fonction dérivée d'une fonction polynôme F. On donne la table :

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	2	3	25	91	225	451	793

a) les valeurs données dans cette table vous semblent-elles correctes ?

b) aprés correction éventuelle, déterminer f(x) puis la suite des différences premières de F.

$$T(f) = \begin{bmatrix} 2 & & 3 & & 25 & & 91 & & 225 & & 451 & & 793 \\ & 1 & & 22 & & 66 & & 134 & & 226 & & 342 & \\ & & 21 & & 44 & & 68 & & 92 & & 116 & \ldots & \\ & & & 23 & & 24 & & 24 & & 24 & \ldots & & \\ & & & & 1 & & 0 & & 0 & \ldots & & & \end{bmatrix}$$

La cinquième ligne, ne comporte que des zéros sauf le premier terme, ceci suggére :

1) que f est une fonction polynôme de degré trois

2) qu'il y a une erreur de table sur f(o) erreur reportée sur tout le bord gauche, erreur d'une unité.

d'où la table corrigée :

$$T(f) = \begin{bmatrix} 1 & & 3 & & 25 & & 91 & & 225 & & 451 & & 793 \\ & 2 & & 22 & & 66 & & 134 & & 226 & & 342 & \\ & & 20 & & 44 & & 68 & & 92 & & 116 & & \\ & & & 24 & & 24 & & 24 & & 24 & & & \\ & & & & 0 & & 0 & & 0 & & & & \end{bmatrix}$$

La connaissance du bord gauche permet la détermination de f :

$$f(x) = 1 \cdot f_0(x) + 2\, f_1(x) + 20\, f_2(x) + 24\, f_3(x)$$

$$f(x) = 1 \cdot 1 + 2 \cdot x + 20 \cdot \frac{x(x-1)}{2} + 24\, \frac{(x)(x-1)(x-2)}{6} = 4x^3 - 2x^2 + 1$$

donc $F(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x + c$ d'où la table :

$$T(F) = \begin{bmatrix} c & & 4/3 + c & & 28/3 + c & & 138/3 + c & & \ldots \\ & 4/3 & & 34/3 & & 160/3 & & \ldots & \\ & & 10 & & 42 & & \ldots & & \\ & & & 32 & & \ldots & & & \end{bmatrix}$$

* Approche d'une fonction

Table de différence d une exponentielle $f(x) = a^x$ $a \neq 1$

$$T(f) = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 & a^4 & a^5 & \ldots \\ a-1 & a(a-1) & a^2(a-1) & a^3(a-1) & \ldots & & \\ (a-1)^2 & a(a-1)^2 & a^2(a-1)^2 & \ldots & & & \\ (a-1)^3 & \ldots & & & & & \\ \ddots & & & & & & \end{bmatrix}$$

Cette table suggére la décomposition $f(x) = a^x = f_0(x) + (a-1)\, f_1(x) + \ldots + (a-1)^n f_n(x) + \ldots$

* Vers la dérivation, l'intégration, les équations différentielles

I) Dans l'exercice précédent (calcul numérique), il est possible (en utilisant une machine) de construire des tables de différences de F pour un pas $h = 1/n$

x	..... x_0	$x_0 + h$	$x_0 + 2h$ ...
$F(x)$	$F(x_0)$	$F(x_0+h)$	$F(x_0+2h)$ ...
$\Delta_1(x)$	$F(x_0+h) - F(x_0)$	$F(x_0+2h) - F(x_0+h)$	...

il est alors possible d'introduire sous forme numérique les nombres $\dfrac{F(x_0+h) - F(x_0)}{h}$ etc

En utilisant la machine on peut examiner les cas $h = \frac{I}{IO}$, $h = \frac{I}{IOO}$, $h = \frac{I}{IOOO}$ .....

on constatera que la suite des nombres de la forme $\dfrac{F(x_0+h) - F(x_0)}{h}$ pour x_0 fixé, quand h diminue est une suite convergente vers $f(x_0) = F'(x_0)$

2) Equations aux différences fines

L'analogie avec la dérivation conduit à une analogie avec les équations différentielles, qu'il serait possible d'exploiter.

. Exemple d'équation d'ordre I $\quad (u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ suite réelle

$$u_n - a\,u_{n-1} = f(n) \quad (1)$$

équation sans second membre : $\quad u_n - a\,u_{n-1} = 0 \quad (2)$

on recherche une solution générale de (2) notée SG_2 de la forme $u_n = \lambda a^n$

on recherche une solution particulière de (I) notée SP_I

La solution générale de (I)on alors de la forme $SG_I = SG_2 + SP_I$

on montre que :

a) si f(n) polynome de degré k pour $a \neq 1$ SP_I en un polynome de degré k
pour $a = 1$ SP_I produit de n par un polynome degré k

b) si f(n) de la forme $A\,q^n$ pour $a \neq q$ SP_I en de la forme Bq^n
pour $a = q$ SP_I en de la forme $B\,n\,q^n$

Exemples : Déterminer la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que :

1) $-3u_n + 2u_{n-1} + 3 = 0 \qquad u_0 = 1$

2) $u_n - u_{n-1} = n(n-1) \qquad u_1 = 2$

3) $u_{n+1} - 3u_n = 3^n \qquad u_0 = 1$

4) $2u_n - u_{n-1} = n^2 \times \frac{1}{2^n} \qquad u_0 = 1$

. Exemples d'équations d'ordre 2

soit l'équation $a\,u_n + b\,u_{n-1} + c\,U_{n-2} = f(n) \qquad (I)$

et l'équation sans second membre $a\,u_n + b\,u_{n-1} + c\,u_{n-2} = 0 \qquad (2)$

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ suite réelle ou complexe

. on recherche une solution générale du (2) notée SG_2 à l'aide de l'équation :

(3) $a r^2 + b r + c = 0$

si $\Delta > 0$ deux racines r_1, r_2 $\quad SG_2$ de la forme $\lambda r_1^n + \mu r_2^n$

$\Delta = 0$ $\quad r_1 = r_2$ $\quad SG_2$ " $(\lambda + \mu n) r_1^n$

$\Delta < 0$ $\quad r_1 = [\rho, \theta]$, $r_2 = [\rho, -\theta]$ $\quad SG_2 : \rho^n(\lambda \cos n\theta + \mu\, i \sin n\theta)$

. on recherche une solution particulière de (I) notre SP_I la solution générale de (I) est de la forme $SG_I = SG_2 + SP_I$

<u>on montre que</u> si $f(n)$ polynome degré k

- 1 non solution de (3) SP_1 : polynôme degré k : $P_k(n)$
- 1 solution simple de (3) SP_1 : $n\,P_k(n)$
- 1 solution double de (3) SP_1 : $n^2\,P_k(n)$

si $f(n) = A q^n$

- q non solution de (3) SP_1 : $B q^n$
- q solution simple de (3) SP_1 : $B n q^n$
- q solution double de (3) SP_1 : $B n^2 q^n$

<u>Exemples</u> : déterminer la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifiant

1) $u_n - 5u_{n-1} + 6u_{n-2} = n + 2^n + 4^n$ avec $u_0 = 0$ et $u_1 = 1$

2) $u_n + u_{n-1} + u_{n-2} = (-1)^n + \frac{n}{2^n}$ $u_0 = 0$ et $u_1 = 1$

<u>X Utilisation en physique</u>

Signalon enfin que le physicien, dans le cadre des nouveaux programmes va expérimenter sur règle à coussin d'air, ou table soufflante, pour étudier le déplacement d'un mobile au cours du temps.

La position du mobile sera inscrite à intervalles de temps réguliers,par intermédiaire d'étincelle au de spots lumineux.

L'élève mesurera la distance parcourrue pour calculer les "vitesses moyennes"

$$\frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{\Delta t}$$ (vers la conservation de la quantité de mouvement)

Ce sera l'occasion de construire expérimentalement des tables de différences finies

Quand Δ t deviendra de plus en plus petit, ceci conduira à une première approche, numérique et expérimentale de la dérivation.

L'observation sera d'autant plus interessante que dans bien des cas la vitesse (sur règle à coussin d'air) sera une fonction polynôme du temps que l'on pourra déterminer.