MATHEMATIQUES 6 ème
Année scolaire 1986-1987

IREM DE REIMS

6

MATHEMATIQUES EN ACTIVITES

N° 2

Réalisé par :

Pierre BISSEY
Alain BOUTONNET
Robert CHAPOT
Bernard CHARLAIX
Gérard PAPA
Jean-Claude DUPERRET (animateur IREM)
Gérald GENTHON
Bernard HAMPE
Jean-Paul VICTORY

COLLEGE Albert CAMUS , 11 rue Mirabeau 10600 LA CHAPELLE ST LUC

MATHEMATIQUES EN ACTIVITES EN 6ème et 5ème

LE VECU DE DEUX ANNEES AU COLLEGE A. CAMUS

Les mathématiques ça ne sert à rien", "J'aime pas la géométrie" ou encore "Le niveau des élèves baisse", "ils ne savent pas réfléchir. Ils n'ont pas d'idée". Des réflexions déjà entendues de part et d'autre. Des réflexions d'autant plus réelles que le public auquel nous nous adressons comporte 50% d'élèves ayant déjà redoublé au moins une fois une classe dans le cycle primaire. Notre établissement est situé dans une Z.U.P., elle-même reconnue comme zone d'éducation prioritaire.

A plusieurs, nous avons voulu réagir, bénéficiant des expériences des uns et des autres, et de la réflexions des IREM. L'arrivée du nouveau programme en 1er cycle nous a permis de concrétiser cette volonté, et de mettre en place les dossiers qui suivent.

Cette formule de dossiers a été choisie pour regrouper à travers un thème donné, une démarche pédagogique complète :

- des activités de recherche permettant de mettre à jour des contenus mathématiques, des notions liés au thème,
- des activités d'apprentissage pour acquérir des notions propres au niveau des classes de 6ème, 5ème,
- des activités de réinvestissement permettant de mettre en oeuvre ces notions dans différentes situations.

Le fait d'aller jusqu'à une production pédagogique a stimulé la réflexion de l'équipe. Cette production s'imposait dans la mesure où aucun autre support n'existait, les livres à l'époque, n'étant pas encore sortis. Chaque dossier était sous la responsabilité d'une partie de l'équipe. Les présentations sont donc parfois sensiblement différentes. Ces différences nous ont paru être plus une richesse qu'une limite en sachant que la démarche et les objectifs étaient les mêmes.

L'objectif principal a été de mettre l'élève, la classe face à des activités variées utilisant des outils mathématiques. Nous avons voulu que dans une situation donnée, ils se situent en recherche, qu'ils soient actifs et mettent en oeuvre un maximum de connaissances par des dessins, des pliages, l'utilisation du papier calque, millimètré..... L'objectif était qu'ils se construisent, à travers ces activités, leur propre savoir, des images mentales sur lesquelles pourront se greffer progressivement d'autres savoirs.

Ces dossiers ne sont ni un modèle de cours, ni un modèle d'exercices. A la fin de certains dossiers, sont présentés les contenus, les savoirs mis en place. Il appartenait à chacun d'entre nous de placer cette mise en forme, de la compléter par d'autres exercices ou de modifier certaines progressions.

Nous n'avons pas voulu sélectionner, dans chaque dossier, les activités à priori les plus intéressantes. Nous vous les reproduisons telles quelles, telles que les élèves les recevaient sous forme de feuilles polycopiées, au fur et à mesure de leur progression. Opérer un choix, nous a semblé dénaturer le travail réalisé. De plus, nous n'avions pas le recul nécessaire pour le faire, investis dans la rédaction de nouveaux dossiers. Cet ensemble de dossier a certainement ses limites. Certaines sont apparues à l'utilisation. Un renforcement sur la maîtrise des techniques de calcul a été nécessaire.

S'il est difficile, objectivement, de tirer un bilan de cette expérimentation, bien que nous l'ayons prévue, nous pouvons témoigner qu'à la fin des deux années, en général, les élèves ont plus de facilités dans les représentations graphiques, en géométrie plane, plus de repères dans l'espace, une meilleure organisation dans leur travail et la capacité de se mettre en recherche face à un problème donné. Nous avons noté moins de progresion dans les calculs numériques.

Enfin et surtout, nous avons apprécié d'avoir pu travailler en équipe. En 6ème, (85-86), nous étions 6 collègues à nous lancer dans ce travail (toutes les classes du collège étaient cependant touchées). Cette année (86-87), toute l'équipe des professeurs a été volontaire pour le continuer en 5ème. Les dossiers qui sont dans ce fascicule sont tels qu'ils ont été donnés aux élèves, la frappe et la mise en ordre des différents documents ayant été effectuées par certains collègues de l'équipe, ce qui ne fut pas le moindre travail! Au niveau des moyens, nous avons pu bénéficier d'une heure supplémentaire avec nos élèves (en 6ème en 85-86, en 5ème en 86-87) et d'une heure de concertation par semaine, absolument nécessaire pour la coordination et la critique de notre travail.

La diffusion de notre travail n'était pas, a priori, pour nous un objectif, d'autant plus que nous nous sommes inspirés d'autres expérimentations notamment dans le cadre des IREM ou des publications de l'APMEP, et que sa réalisation représente plus un vécu qu'un livre. Mais nous apportons simplement notre contribution, poussés par la demande de nos collègues à qui nous avions présenté notre travail d'une année lors des journées départementales sur les programmes de 6ème.

Notre travail a pu se faire grâce à des apports extérieurs à l'équipe :

- L'équipe administrative du collège, avec Monsieur le Principal, Monsieur HALAIS, qui nous a soutenu et régla beaucoup de problèmes matériels,

- La Mairie de la Chapelle-Saint-Luc qui a pris en charge la reproduction importante des documents,

- le CRDP de Reims qui a pris en charge la publication du premier fascicule,

- l'Inspection, avec Monsieur J.P ORTHEAU, qui nous a encouragé dans notre travail,

- l'IREM de Reims, qui a été au départ de notre réflexion, et nous a permis de la confronter avec d'autres équipes académiques, ou dans d'autres académies, et, en particulier son directeur, Monsieur B. TURCO, qui a pris en charge les problèmes matériels de la publication et de la diffusion de ces différents documents.

Contenu des différents fascicules

Dossiers réalisés pour la 6ème (1985-86)

Equipe : Pierre BISSEY
Alain BOUTONNET
Jean-Claude DUPERRET
Alain FINET
Gérard PAPA
Jean-Paul VICTORY

Frappe des documents : Pierre BISSEY
Alain FINET
Jean-Paul VICTORY

Suivi et coordination : Alain FINET
Jean-Claude DUPERRET

Fascicule 1	Tests avant formation + grilles de capacité. (A. BOUTONNET, J.C DUPERRET, A. FINET)
(CRDP de Reims)	1 - Nombres et écritures, opérations, problèmes. (P. BISSEY) 2 - Pavages et aires. Introduction à la géométrie plane et à la symétrie axiale. (A. FINET) 3 - Repérage sur une demi-droite, dans un quart de plan (J.C DUPERRET) 4 - Représentation et organisation de données. Introduction des fractions . (J.C DUPERRET) 5 - Proportionnalité. (A. BOUTONNET, J.P VICTORY) 6 - Parallélépipède rectangle et cube. Géométrie dans l'espace. (P. BISSEY, G. PAPA) 6bis - Calculatrice. (A. FINET)
Fascicule 2	7 - Construire en géométrie plane. (J.C DUPERRET)
(IREM de Reims)	8 - Symétrie orthogonale (ou axiale ?) (D. ANTOINE, J.C DUPERRET) 9 - Problèmes et équations. (P. BISSEY) 10- Angles et triangles (A. BOUTONNET, J.P VICTORY) 11- Repérage sur une droite. Introduction des relatifs. (J.C DUPERRET) 12- Repérage dans le plan (J.C DUPERRET)

Remarques importantes : Dans la réalité, nous n'avons pu faire que les dossiers 1 à 8 en 6ème. Aussi avons-nous modifié le contenu et les objectifs des dossiers 9 à 12 de manière à couvrir un certain nombre de points du programme de 5ème à l'intérieur de ceux-ci (en particulier le dossier 10, angles et triangles).
Le dossier "calculatrice" ne se fait pas d'une traite, mais s'étale tout au long de l'année (ne serait-ce que pour une question pratique de gestion du "parc calculatrice").

Dossiers réalisés pour la 5ème (1986-87)

Equipe :

Pierre BISSEY
Alain BOUTONNET
Robert CHAPOT
Bernard CHARLAIX
Jean-Claude DUPERRET
Gérard GENTHON
Bernard HAMPE
Gérard PAPA
Jean-Claude VICTORY

Frappe des documents :
Pierre BISSEY
Bernard CHARLAIX
Gérald GENTHON
Jean-Paul VICTORY

Suivi et coordination :
Jean-Claude DUPERRET

Fascicule 3 (IREM de Reims)	13 - Addition dans les relatifs (R. CHAPOT, G. GENTHON)
	14 - Fraction (simplification, addition, multiplication, applications) (B. CHARLAIX, B. HAMPE)
	14bis- L'espace et l'art moderne. (P. BISSEY, C. RICORDEAU)
	15 - Géométrie dans l'espace (prisme droit et cylindre de revolution) (P. BISSEY, J.C DUPERRET)
	16 - Soustraction dans les relatifs. Simplification d'écriture. (R. CHAPOT, G. GENTHON)
	17 - Constructions et transformations en géométrie plane. Symétrie centrale. (D. ANTOINE, J.C DUPERRET)
Fascicule 4 (IREM de Reims)	18 - Ecritures littérales . Distributivité. Gestion de formule. (R. CHAPOT, G. PAPA)
	19 - Aires et volumes. Compléments sur les fonctions numériques. (J.C DUPERRET, G. GENTHON, G. PAPA)
	20 - Echelles et pourcentages (J.C DUPERRET)
	+ les 3 premiers dossiers de 4ème (87-88)

Le découpage en dossiers n'est pas non plus ici le reflet exact de notre progression. En particulier, le dossier 14 bis a été réalisé très tôt dans l'année (en octobre-novembre) pour pouvoir être réinvesti dans le dossier 15 au mois de février.

D'autre part, nous avons souvent mené de front 2 dossiers, l'un de type calcul, l'autre de type géométrie ce fut le cas notamment pour les dossiers 14 et 15, et pour les dossiers 17 et 16-18. Nous avons enfin utilisé une grande partie du 1er trimeste pour les dossiers 8 (réinvestissement), 9, 10, 11 initialement prévus pour la 6ème.

Et après ?

Bien que s'amoindrissant (suppression de postes !) et malgré le départ d'éléments particulièrement dynamiques :

Alain FINET, qui nous a quitté en juin 86 pour l'informatique, et ensuite pour le lycée, et qui fut un des élèments moteur du projet 6ème.

Jean-Paul VICTORY qui nous quittera en juin 87, pour le beau soleil de Toulouse, et qui a fait un travail particulièrement lourd et important au niveau de la frappe, et de la présentation des différents dossiers.

L'équipe restante continue !.

Si notre travail vous interesse, et si vous désirez recevoir le fascicule 4, qui comprendra les 3 derniers dossiers de 5ème et les 3 premiers de 4ème, et qui sera diffusé en novembre-décembre 1987, faites le savoir à :

IREM DE REIMS
(Faculté des Sciences)

Moulin de la Housse

51100 REIMS

MATHEMATIQUES 6ème
Année scolaire 1985-1986

DOSSIER N° 7

TITRE : CONSTRUIRE EN GEOMETRIE PLANE

PREREQUIS : (voir dossier n°2)

* Connaître et reconnaître les figures usuelles planes (carré, losange, rectangle, cercle)
* Utiliser les instruments de dessin mathématique (règle, équerre, compas)

OBJECTIFS :

* Observer et organiser des données
* Développer les qualités de soin et d'ordre
* Reconnaître et tracer des figures usuelles planes (droites, cercles, triangles, quadrilatères)
* Analyser une figure. Justifier une construction.
* Décoder une liste d'instructions pour construire une figure (lire un texte mathématique, utiliser un vocabulaire précis, utiliser les instruments de dessin.) Rédiger un programme de construction.

Réalisé par :
Pierre BISSEY
Alain BOUTONNET
Jean-Claude DUPERRET (animateur IREM)
Alain FINET (animateur IREM)
Gérard PAPA
Jean-Paul VICTORY

COLLEGE Albert CAMUS , 11 rue Mirabeau 10600 LA CHAPELLE ST LUC

DOSSIER n° 7

CONSTRUIRE EN GEOMETRIE PLANE
- POINTS - DROITES - CERCLES -

Matériel nécessaire : une règle , une équerre , un compas , du papier calque , des ciseaux .

ACTIVITE GEOMETRIQUE PREPARATOIRE : Reproduction de figures

Voici 8 figures qu'il te faut reproduire (copie conforme!) en utilisant ta règle , ton équerre et ton compas . Pour chacune d'entre elles :

* observe-la
* choisis une méthode de construction
* reproduis-la avec précision
* vérifie éventuellement en utilisant du papier calque

fig. 1

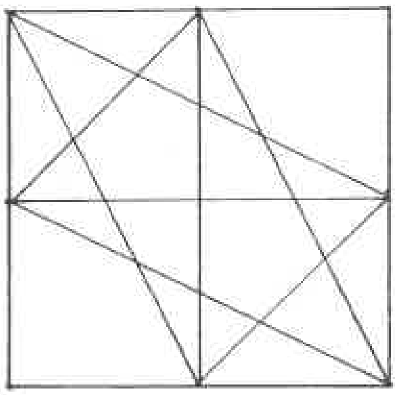


fig. 2

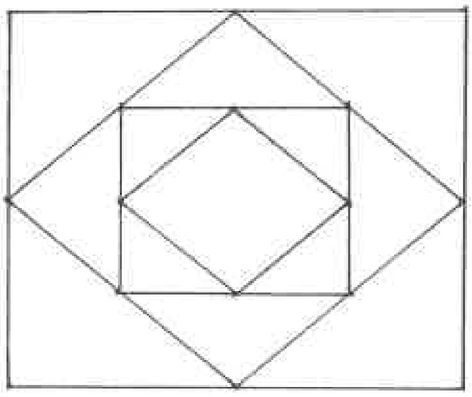


fig. 3

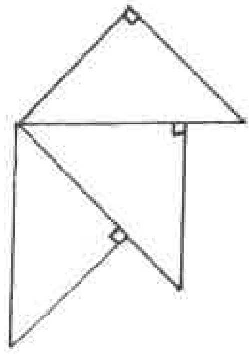


fig. 4

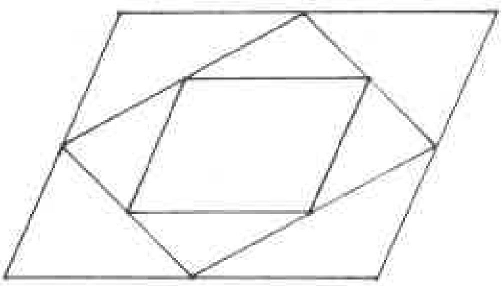


fig. 5

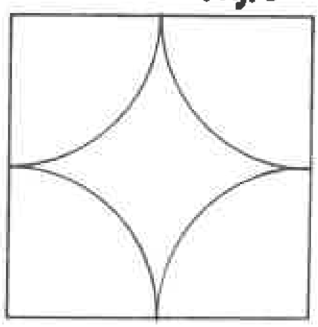


fig. 6

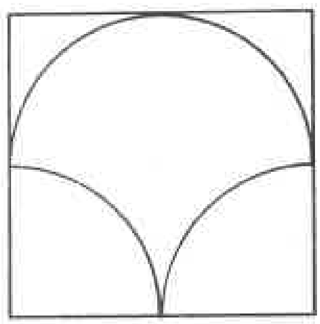


fig. 7

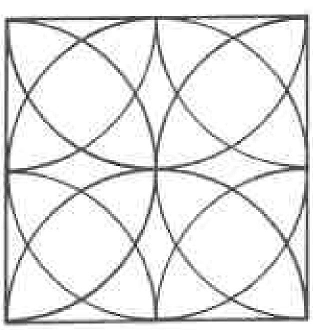
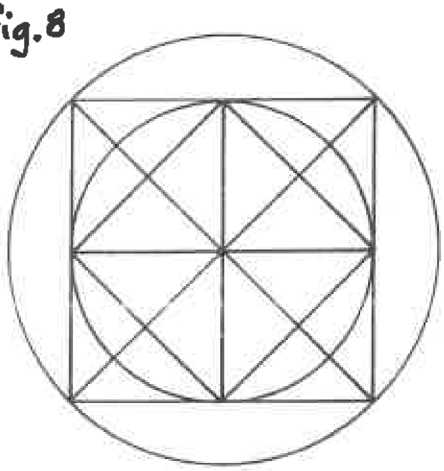
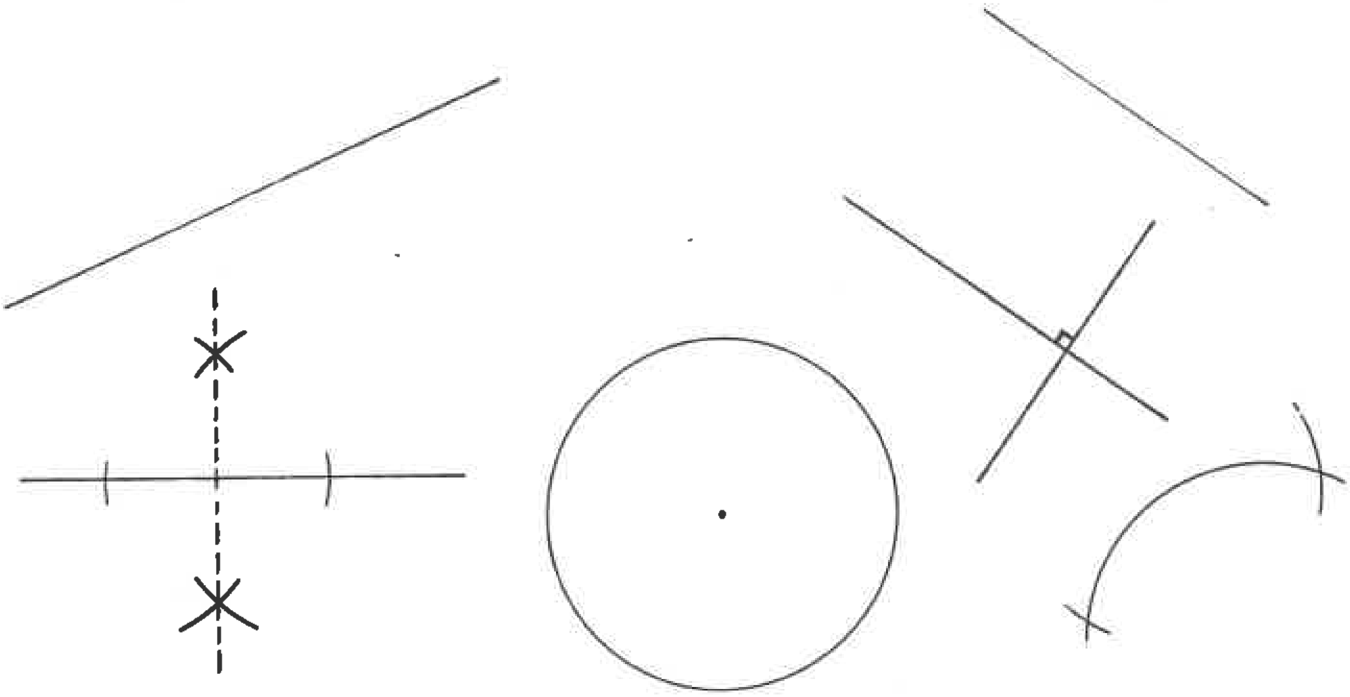


fig. 8



Tu as pu voir à travers ces quelques reproductions de figures les procédés élémentaires de construction en géométrie plane :

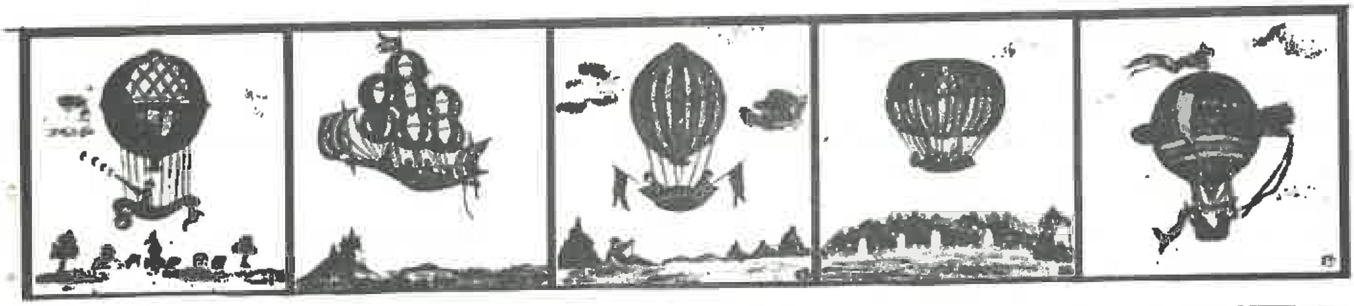
* tracer une droite , un segment (règle)
* tracer des parallèles , des perpendiculaires (règle et équerre)
* placer un milieu (compas)
* tracer des cercles , des arcs de cercle (compas) .



Dans ce dossier , tu vas te familiariser avec le vocabulaire mathématique utilisé en géométrie plane (droite , segment , milieu , parallèles , cercles , ...). Tu vas apprendre à lire un texte mathématique , décoder une liste d'instructions pour construire une figure , utiliser les instruments de construction (règle , équerre , compas).
Tu vas essayer de rédiger toi-même tes programmes de construction .
Tu verras que la plupart des constructions reviennent à trouver où se coupent :

. 2 droites
. 1 droite et 1 cercle
. 2 cercles

On se retrouve en fin de dossier pour de nouvelles reproductions de figures !



A. DROITES DU PLAN :

I) Première façon de déterminer et construire une droite

Exercice 1 : Place 2 points A et B sur ta feuille . Combien peux-tu tracer de droites "passant par A et B" ?

Retenons : Il existe une unique droite Δ passant par A et B

$$\Delta = (AB)$$

+++++++++++++

Exercice 2 : Place 3 points A,B et C sur ta feuille . Existe-t-il une droite " passant par A,B et C " ? Est-ce toujours vrai ?

Points alignés

3 points A , B et C sont alignés s'il existe une droite qui passe par A , B et C

On a alors : A appartient à la droite (BC) ($A \in (BC)$)
B appartient à la droite (AC) ($B \in (AC)$)
C appartient à la droite (AB) ($C \in (AB)$)

Exercice 3 : Place sur ta feuille 4 points A , B , C et D tels que

$$\begin{cases} A, B, C \text{ soient alignés} \\ A, B, D \text{ ne soient pas alignés} \end{cases}$$

Que peux-tu dire des points B , C , D ? Justifie-le .

Exercice 4 : a) Place 3 points non alignés A , B et C sur ta feuille . Trace toutes les droites passant par 2 de ces points . Combien obtiens-tu de droites ? (Reconnais-tu cette figure ?)

b) Place 4 points A , B , C , D tels que 3 quelconques de ces 4 points ne soient pas alignés .
Trace toutes les droites passant par 2 de ces points . Combien obtiens-tu de droites ?

c) Place 5 points A , B , C , D , E tels que 3 quelconques de ces 5 points ne soient pas alignés .
Trace toutes les droites passant par 2 de ces points . Combien obtiens-tu de droites ?

d) En comparant les différents nombres de droites obtenus suivant les cas , peux-tu dire combien il y en aura en prenant 6 points tels que 3 quelconques ne soient pas alignés . Vérifie-le .

+++++++++++++

II) Droites sécantes . Droites parallèles :

§ Droites ayant un point commun

Exercice 1 : Trace 2 droites Δ et Δ' ayant 1 point commun A .

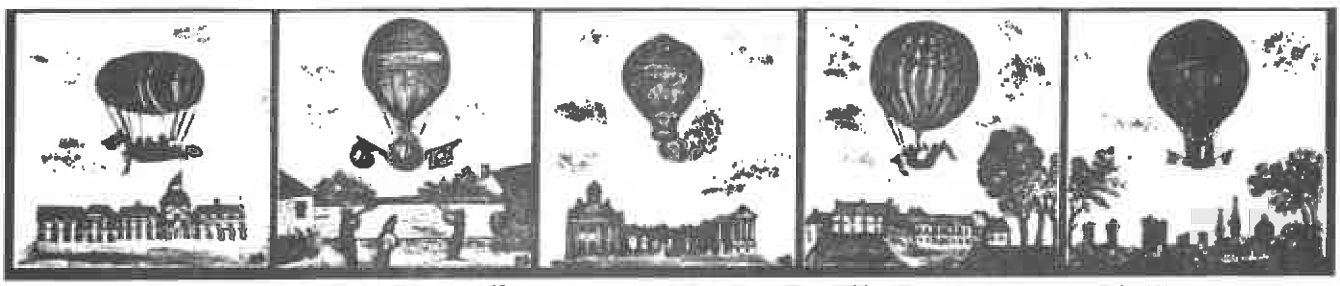
Retenons : On dit que les droites Δ et Δ' se coupent en A
Δ et Δ' sont sécantes en A
A est le point d'intersection de Δ et Δ'

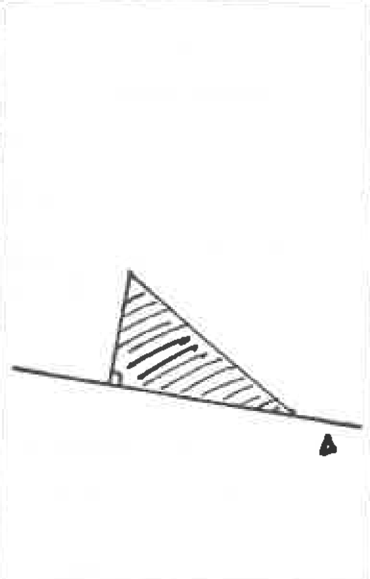
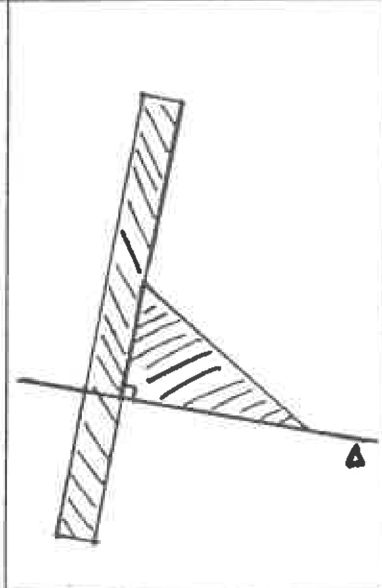
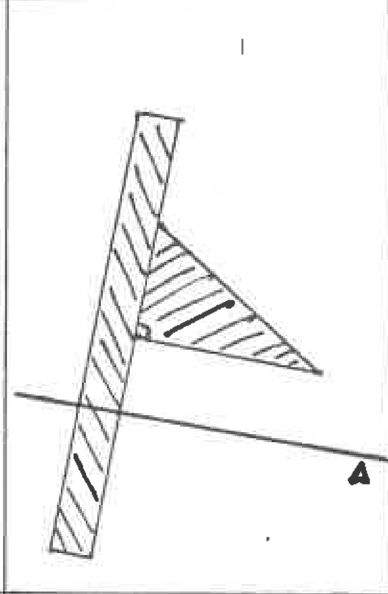
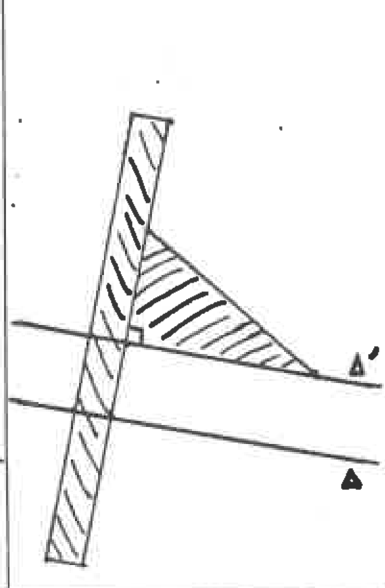
Attention !!
Exercice 2 : Trace 2 droites Δ et Δ' qui se coupent en un point A qui est en dehors de ta feuille .

Retenons : 2 droites peuvent être sécantes sans que leur point d'intersection soit sur la feuille où on travaille .

§ Droites n'ayant pas de point commun

Tu viens de voir que tu peux tracer 2 droites qui ne se coupent pas sur ta feuille , mais qui ont cependant un point commun .
Comment tracer 2 droites qui n'ont pas de point commun ?
Voici une méthode utilisant une règle et une équerre



1	2	3	4
			
Trace une droite Δ Place ton équerre comme ci-dessous	Place alors ta règle comme ci-dessous	Fais glisser l'équerre le long de ta règle (en évitant de bouger)	Trace alors une droite Δ' comme ci-dessous

<u>Retenons:</u> Si Δ et Δ' n'ont pas de point de commun , on dit qu'elles sont <u>parallèles</u> .

On note $\Delta \,//\, \Delta'$ (Δ est parallèle à Δ')

<u>Exercice 3</u> : Trace 2 droites parallèles Δ_1 et Δ_2
Trace une droite Δ_3 qui coupe Δ_1 en A
Que peut-on dire de Δ_2 et Δ_3 ? Soit B le point obtenu
Trace une droite Δ_4 parallèle à Δ_3
Que peut-on dire de Δ_1 et Δ_4 ? Soit D le point obtenu
Que peut-on dire de Δ_2 et Δ_4 ? Soit C le point obtenu

Connais-tu la figure formée par les 4 points A , B , C , D ? Si tu l'as oubliée , demande le nom à un camarade ou à ton professeur .

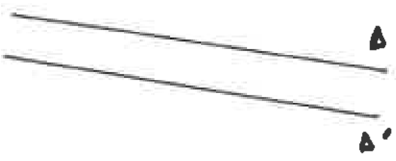
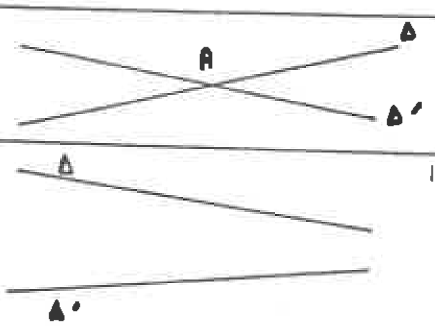
<u>Cas particulier : droites ayant plus d'un point commun</u>

<u>Exercice 4</u> : Trace 2 droites Δ et Δ' ayant 2 points communs A et B .
Que se passe-t-il ? Peux-tu le justifier ?

<u>Retenons :</u> Si 2 droites Δ et Δ' ont 2 points communs A et B , tous leurs points sont communs . On dit que <u>les droites Δ et Δ' sont confondues</u> .

$$\Delta = \Delta'$$

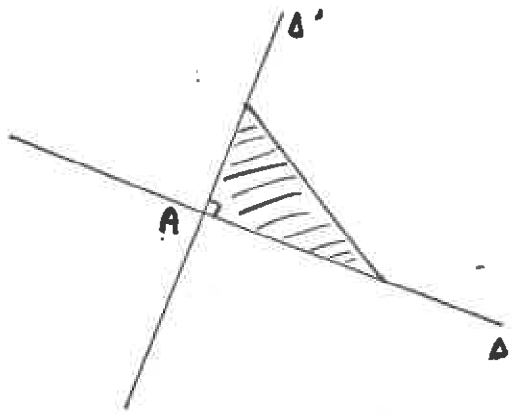
2 droites Δ et Δ' peuvent être

parallèles	sécantes	confondues
		
pas de point commun	1 point commun	tous les points communs

Droites perpendiculaires

C'est un cas particulier de droites sécantes que tu connais bien et dont nous aurons besoin souvent par la suite .

Pour tracer 2 droites perpendiculaires , on utilise l'équerre (nous apprendrons à les construire avec le compas plus loin).



Notation : On note $\Delta \perp \Delta'$ (Δ est perpendiculaire à Δ')

Exercice 5 : Reprends l'exercice 3 en traçant une droite Δ_3 perpendiculaire à Δ_1 . Quelle figure obtiens-tu ?

III) Deuxième façon de déterminer et construire une droite

Exercice 1 : Trace une droite Δ . Place un point A qui n'appartient pas à Δ.
Trace une droite Δ' passant par A et parallèle à Δ .
Combien y a-t-il de telles droites Δ' ?

Retenons : Si Δ est une droite , A un point qui n'appartient pas à Δ , il existe une unique droite Δ' telle que :

$$A \in \Delta' \qquad \text{et} \qquad \Delta // \Delta'$$

Exercice 2 : Trace 2 droites Δ_1 et Δ_2 sécantes en un point M
Place un point N n'appartenant ni à Δ_1 , ni à Δ_2
Trace la droite Δ'_1 parallèle à Δ_1 passant par N
Trace la droite Δ'_2 parallèle à Δ_2 passant par N
Quelle figure obtiens-tu ?

++++++++++

IV) Demi-droite ; segment ; longueur ; milieu :

Demi-droites et segments sont des " morceaux " de droite , rappelons leur définition :

Demi-droite

Considérons une droite Δ , et un point A de cette droite .
A partage Δ en 2 parties, qui sont les demi-droites d'origine A et de support Δ .

§ Pour caractériser une demi-droite

Considérons 2 points B et C de Δ , chacun sur une des 2 demi-droites d'origine A et de support Δ

Demi-droite d'origine A passant par B (notation [AB))

Demi-droite d'origine A passant par C (notation [AC))

Exercice 1 : Place 3 points non alignés A , B , C
Trace la demi-droite d'origine A passant par B ([AB))
Trace la demi-droite d'origine B passant par C ([BC))
Trace la demi-droite d'origine C passant par A ([CA))

++++++++++++

Segment

__Exercice 2__ : Trace une droite Δ ; place 2 points A et B sur Δ (Δ = (AB))
Trace en rouge la demi-droite d'origine A passant par B ([AB))
Trace en vert la demi-droite d'origine B passant par A ([BA))
Reconnais-tu l'ensemble des points à la fois rouge et vert ?

__Retenons__ : L'ensemble des points de (AB) situés entre A et B est appelé segment [AB] , et noté [AB] .

Longueur d'un segment

C'est une notion que tu connais bien . Nous rappellerons simplement :

la longueur d'un segment est un nombre
on note AB la longueur du segment [AB]

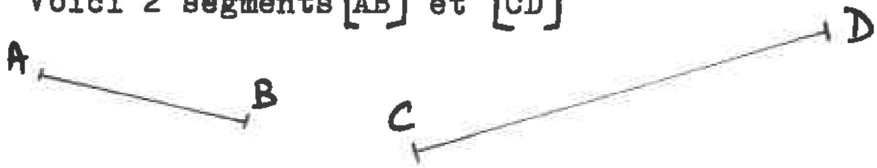
__Attention__ : Chaque segment a une longueur , mais à une longueur donnée , correspond une infinité de segments .

Segments superposables ou isométriques

__Retenons__ : Deux segments [AB] et [CD] sont __isométriques__ , ou __superpo-sables__ , s'ils ont la même longueur , c'est à dire AB = CD .

__Attention__ : [AB] $\neq$ [CD]

__Exercice 3__ : Voici 2 segments [AB] et [CD]



a) Vérifie avec ton compas que [AB] et [CD] ne sont pas superposables
b) Avec ton compas , trace sur ta feuille un segment [EF] isométrique à [AB] et un segment [GH] isométrique à [CD] .

Mesurer la longueur d'un segment

Pour mesurer la longueur d'un segment , il faut fixer une unité (on prend en général le centimètre ou le millimètre).

Exercice 4 : a) Unité : le centimètre
Trace sur ta feuille 3 segments [AB] ; [CD] ; [EF] tels que
AB = 3 CD = 4,3 EF = 2,7
b) Unité : le millimètre
Trace sur ta feuille 3 segments [GH] ; [IJ] ; [KL] tels que GH = 25 IJ = 37 KL = 40 .

Milieu d'un segment

Retenons : Le milieu d'un segment [AB] est l'unique point I $\in$ [AB] tel que IA = IB

Construire le milieu d'un segment

§ Avec une règle graduée

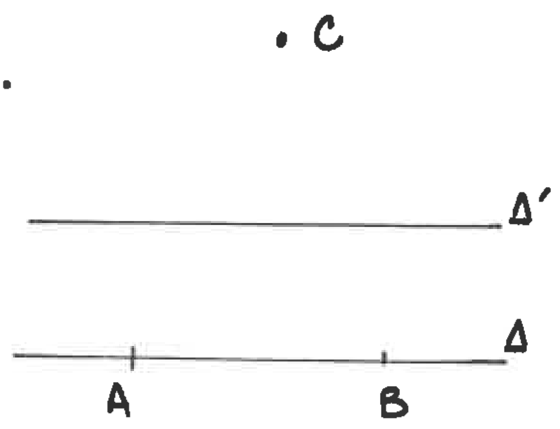
On mesure la longueur de [AB] , et on divise le nombre obtenu par 2, pour placer le point I .

§ Avec un compas

Nous verrons un peu plus loin comment construire le milieu d'un segment avec un compas en utilisant la médiatrice .

§ Avec une règle et une parallèle !

. Reproduis sur ta feuille la figure ci-contre ($\Delta // \Delta'$)
Trace la demi-droite d'origine C passant par A
[CA) coupe Δ' en D
Trace la demi-droite d'origine C passant par B
[CB) coupe Δ' en E . (AE) coupe (BD) en K .
Trace la demi-droite d'origine C passant par K
[CK) coupe Δ en I
Que peux-tu dire de I pour le segment [AB] ?
Vois-tu un autre milieu ?



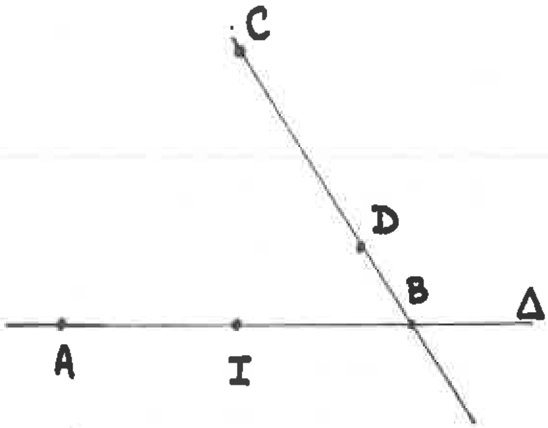
Résumé sur les notions et les notations vues dans ce paragraphe

Tu viens de voir (ou revoir) un certain nombre d'objets géométriques , et les notations correspondantes . Ces notions sont souvent très commodes pour rédiger une construction .

A partir de 2 points A et B , on a donc

Objet géométrique	Notation
Droite passant par A et B	(AB)
Demi-droite d'origine A passant par B	[AB)
Segment d'extrémités A et B	[AB]
Longueur du segment [AB]	AB

Voici quelques exercices où tu vas construire en utilisant les notations précédentes :



Exercice 1 : Reproduis sur ta feuille la figure ci-contre (I est le milieu de [AB]).
- [CI) coupe (AD) en K ; construis K.
- [CA) coupe (BK) en E ; construis E.
- Trace $\Delta' = $ (DE)

Que peux-tu dire entre Δ et Δ' ?

+++++++

Exercice 2 : Construis 4 points A,B,C,D tels que (AB)//(CD) et (AD)//(BC) .
- (AC) et (BD) se coupent en O . Que peux-tu dire de O ?
- Place un point M sur [AB] qui ne soit pas le milieu de [AB] , construis N sur [CD] tel que (AN)//(CM) .

Que peux-tu dire de O pour le segment [MN] ?

Que peux-tu dire entre les droites (DM) et (BN) ?

++++++++

Exercice 3 : Place 2 points A et B sur ta feuille . Soit $\Delta = $ (AB) , trace Δ ; Place le milieu I de [AB] .
- Colorie en vert tous les points M de Δ tel que MA < MB
- Colorie en rouge tous les points N de Δ tel que NA > NB
- Quel est le seul point de Δ qui ne soit pas colorié ?

B. CERCLES

I) Première façon de déterminer et construire un cercle :

Exercice 1 : Unité le centimètre .
Place un point O sur ta feuille . Avec ta règle graduée , construis 4 points A , B , C , D tels que :

OA = 5 ; OB = 5 ; OC = 5 ; OD = 5

Y a-t-il d'autres points M tels que OM = 5 ?
Avec quel instrument peux-tu tous les construire ?

Retenons : Soit O un point du plan , r un nombre , on appelle cercle de centre O et de rayon r l'ensemble des points M tels que

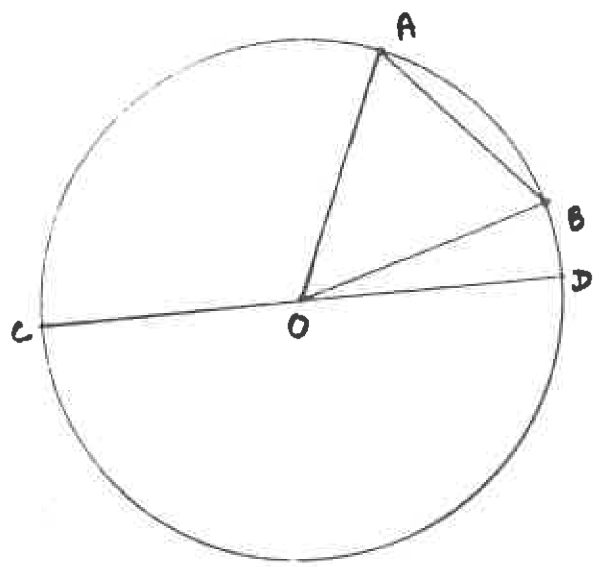
OM = r

Notation : on note C(O,r) un tel cercle

Instrument : le compas (pointe en O , ouverture : r)

Exercice 2 : Unité : le centimètre
a) Place un point O . Trace les cercles C(O,3) ; C(O,4) ; C(O,5) .
b) Place 2 points A et B tels que AB=6
Trace les cercles C(A,4) et C(B,4)
As-tu alors une idée pour construire le milieu I de [AB] ?

Ce qu'il faut connaître sur le cercle



C est un cercle de centre O et de rayon r.

. Soit A ∈ C , alors OA = r
On appelle aussi [OA] rayon du cercle
le mot rayon désigne :
-soit un segment : ex [OA]
-soit un nombre : OA = r

. Soit B ∈ C , alors OB = r
le segment [AB] est appelé corde

. Si une corde contient le centre , on dit que c'est un diamètre
ex [CD] ; on a CD = 2r
le mot diamètre désigne :
-soit un segment : ex [CD]
-soit un nombre : d = CD = 2r

On en déduit 2 autres façons de déterminer et construire un cercle

II) Deuxième façon de déterminer et construire un cercle

Soit O et A 2 points . Il existe un unique cercle de centre O passant par A . Le segment [OA] est un rayon .

Exercice 3 : Place 2 points A et B
Trace le cercle de centre A passant par B
Trace le cercle de centre B passant par A
As-tu alors une idée pour construire le milieu I de [AB] ?

III) Troisième façon de déterminer et construire un cercle

Soit A et B 2 points . Il existe un unique cercle de diamètre [AB]

Quel est son centre ?
Que vaut son rayon (nombre) ?

+++++++++++

Exercice 4 : a) Place 3 points alignés A , B , C .
Trace les cercles de diamètre [AB] , [AC] , [BC]
b) Place 3 points non alignés A , B , C .
Trace les cercles de diamètre [AB] , [AC] , [BC] .

++++++++++++

Exercice 5 : Un cas intéressant
a) Place 2 points B et C . Trace le cercle de diamètre [BC] .
Place un point A sur le cercle .
Que peux-tu dire des droites (AB) et (AC) ?
Comment s'appellè le triangle (A,B,C) ?
b) Construis un triangle (A,B,C) rectangle en A .
Trace le cercle de diamètre [BC] . Que constates-tu ?

§ C'est ainsi qu'on établit des résultats en géométrie !
Voici celui que tu viens de voir :

* Si (A,B,C) est un triangle rectangle en A , A est sur le cercle de diamètre [BC]

" Réciproquement " ,

* Si A , B , C sont sur un cercle de diamètre [BC] , (A,B,C) est un triangle rectangle en A .

§ Plus tard , tu apprendras à " montrer " ce résultat !

Exercice 6 : Cercles et quadrilatères

a) Trace 2 cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ de même centre O et de rayons différents
Trace un diamètre $[AC]$ de $\mathscr{C}$ et un diamètre $[BD]$ de $\mathscr{C}'$ tels que
(AC) et (BD) ne soient pas perpendiculaires .
Trace le quadrilatère (A,B,C,D). Le reconnais-tu ?

b) Même problème que a) , mais en prenant $(AC) \perp (BD)$.
Reconnais-tu (A,B,C,D) ?

c) Trace un cercle $\mathscr{C}$ de centre O
Trace 2 diamètres $[AC]$ et $[BD]$ de $\mathscr{C}$ non perpendiculaires .
Trace le quadrilatère (A,B,C,D) . Le reconnais-tu ?

d) Même problème que c) , mais en prenant $(AC) \perp (BD)$.
Reconnais-tu (A,B,C,D) ?

++++++++++++

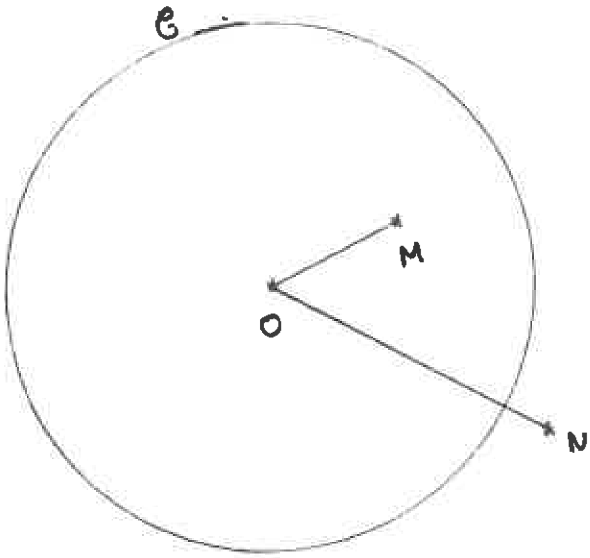
IV) Intérieur , extérieur d'un cercle - Disque :

Exercice 7 : Unité : le centimètre
Trace un cercle de centre O et de rayon 5 .

a) Place des points A , B , C , D tels que
OA = 3   OB = 2   OC = 4   OD = 1
Où sont-ils ?
Comment doit être OM pour que M soit comme eux ?

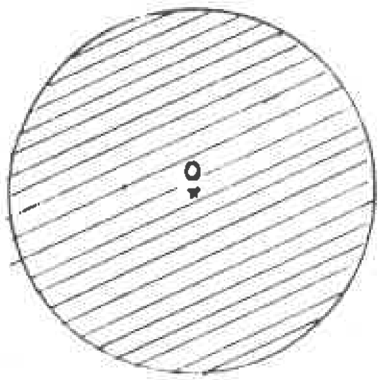
b) Place des points E , F , G , H tels que
OE = 6   OF = 5,5   OG = 7   OH = 8
Où sont-ils ?
Comment doit être ON pour que N soit comme eux ?

Retenons : $\mathscr{C}$ cercle de centre O et de rayon r



. Un point M est à l'intérieur du cercle
si $OM < r$
L'ensemble des points M tels que $OM < r$
est l' intérieur du cercle

. Un point N est à l'extérieur du cercle
si $ON > r$
L'ensemble des points N tels que $ON > r$
est l'extérieur du cercle .



Le disque de centre O et de rayon r est la surface obtenue en prenant le cercle de centre O et de rayon r et son intérieur , c'est-à-dire l'ensemble des points M du plan tels que $\boxed{OM \leqslant r}$

Exercice 8 : Unité : le centimètre

Place 2 points A et B tels que AB= 5

Colorie en vert l'ensemble des points M tels que $AM < 4$

Colorie en rouge l'ensemble des points M tels que $BM < 3$

Où se trouvent les points M tels que l'on ait à la fois

$$AM < 4 \quad \text{et} \quad BM < 3$$

Exercice 9 : Unité : le centimètre

En utilisant ton compas(et ta règle) , construis les triangles suivants dont tu connais la longueur des côtés :

a) Triangle (A,B,C) AB = 4 AC = 5 BC = 7

b) Triangle (A,B,C) AB = 3 AC = 4 BC = 5

Que peux-tu dire de ce triangle ?

c) Triangle (A,B,C) isocèle en A AB = 4 BC = 6

d) Triangle (A,B,C) équilatéral AB = 5

Exercice 10 : Beaucoup plus difficile !

Unité : le centimètre

Construis un triangle (A,B,C) tel que AB = 4 AC = 5 BC = 5,5

Trouve et colorie en vert l'ensemble des points M tels que

$$MA < 3,5 \quad ; \quad MB < 3,5 \quad ; \quad MC < 3,5$$

+++++++++++++

C. CERCLES ET DROITES

Exercice 1 :
- Trace un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon r sur ton cahier
- Trace une droite Δ sur un morceau de papier calque
- Déplace ton papier calque sur ton cahier , et regarde les différentes positions de ton cercle $\mathcal{C}$ et de la droite Δ
- Combien $\mathcal{C}$ et Δ ont-ils de points communs dans chacun des cas que tu as trouvés ?
- Range ces cas suivant le nombre de points communs .

Exercice 2 :. Trace sur ta feuille une droite Δ , et place un point O qui ne soit pas sur Δ

. Trace la droite Δ' perpendiculaire à Δ passant par O

. Δ et Δ' se coupent en un point que tu appelleras H .

----

a) Place un point A sur le segment [OH] (A $\neq$ O et A $\neq$ H)
Trace le cercle $\mathscr{C}_1$ de centre O passant par A
Combien $\mathscr{C}_1$ et Δ ont-ils de point commun ?
Le rayon de $\mathscr{C}_1$ est r_1 = OA . Compare r_1 et OH .

----

b) Place un point B sur la demi-droite [OH) , mais qui ne soit pas sur le segment [OH]
Trace le cercle $\mathscr{C}_2$ de centre O passant par B
Combien $\mathscr{C}_2$ et Δ ont-ils de point commun ?
Le rayon de $\mathscr{C}_2$ est r_2 = OB . Compare r_2 et OH .

----

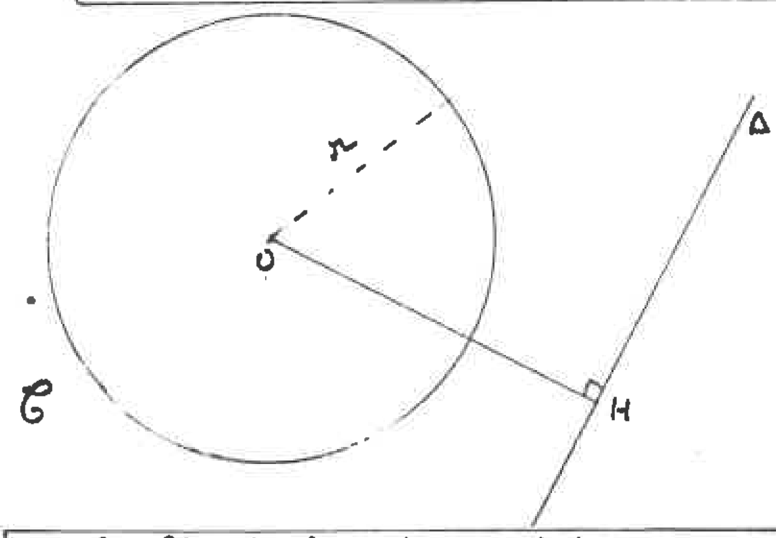
c) Trace le cercle $\mathscr{C}_3$ de centre O passant par H
Combien $\mathscr{C}_3$ et Δ ont-ils de point commun ?
Le rayon de $\mathscr{C}_3$ est r_3 = OH . Compare r_3 et OH .

+++++++++++

RETENONS

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de rayon r
soit Δ une droite

Ou $\mathscr{C}$ et Δ n'ont aucun point commun



Δ et $\mathscr{C}$ ne se coupent pas

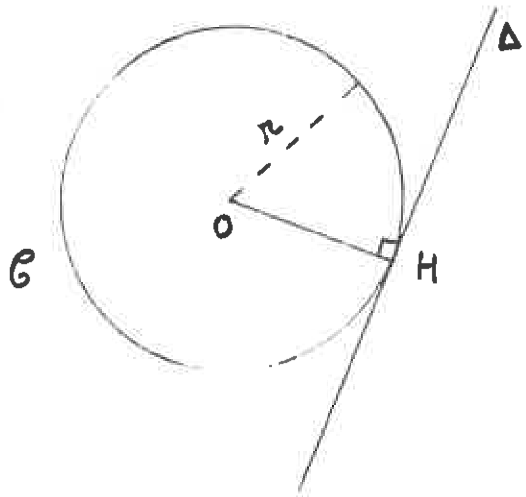
(on dit aussi que Δ et $\mathscr{C}$ sont disjoints)

on a $\boxed{r < OH}$

Ou $\mathscr{C}$ et Δ ont un point commun : (H)

Δ et $\mathscr{C}$ sont tangents en H

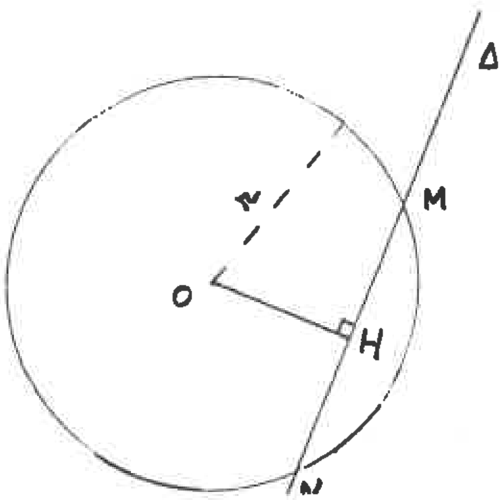
$\boxed{r = OH}$



Δ est la tangente à $\mathscr{C}$ en H

→ Pour tracer correctement une tangente, il faut utiliser l'équerre

Ou $\mathscr{C}$ et Δ ont 2 points communs : (M,N)



Δ et $\mathscr{C}$ sont sécants

Δ et $\mathscr{C}$ se coupent en M et N

$\boxed{r > OH}$

Ex: Donne un cas particulier de droite .

D. CERCLES ET CERCLES :

Exercice 1 : Unité : le centimètre

- Trace sur ton cahier un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 5
- Trace sur un morceau de papier calque un cercle $\mathscr{C}'$ de centre O' et de rayon 4
- Déplace ton calque sur ton cahier , et regarde les différentes positions de tes cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$
- Combien $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ ont-ils de points communs dans chacun des cas ?

Exercice 2 : Tu t'es aperçu qu'il y avait de nombreux cas possibles dans l'exercice 1 . Nous allons essayer de les ranger .
Pour ceci , tu vas découper dans une feuille de papier 6 disques de rayon 4 (pense à marquer leurs centres). On appellera $\mathscr{C}'$ les cercles ainsi obtenus .

---

a) Les cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ n'ont pas de point commun

- Trace sur ton cahier un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 5
- Colle 2 de tes disques de façon que :
  - * les disques n'aient pas de point commun
  - * chacun des cercles $\mathscr{C}'$ n'aient pas de point commun avec $\mathscr{C}$

Comment sont chacun des 2 cercles $\mathscr{C}'$ par rapport au cercle $\mathscr{C}$?

- Cas particulier :
  Trace sur ton cahier un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 5
  Colle un de tes disques de façon qu'il ait pour centre O
  Combien $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ ont-ils de points communs ?

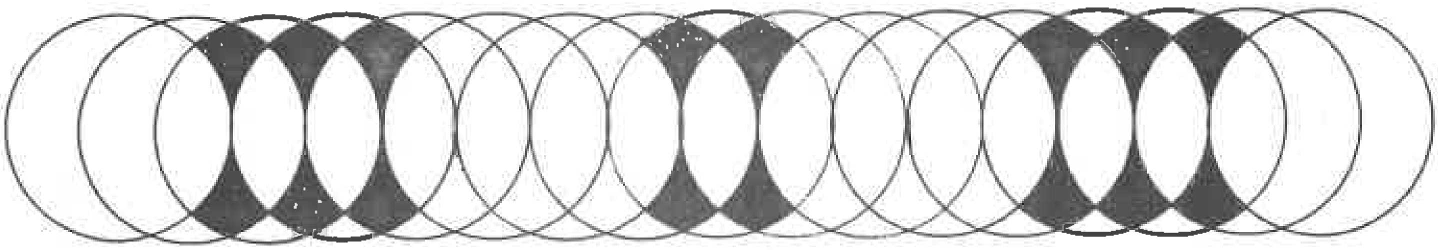
b) Les cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ ont un point commun

Trace sur ton cahier un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 5
Colle 2 de tes disques de façon que :
- * les disques n'aient pas de point commun
- * chacun des cercles $\mathscr{C}'$ ait 1 point commun avec

c) Les cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ ont 2 points communs

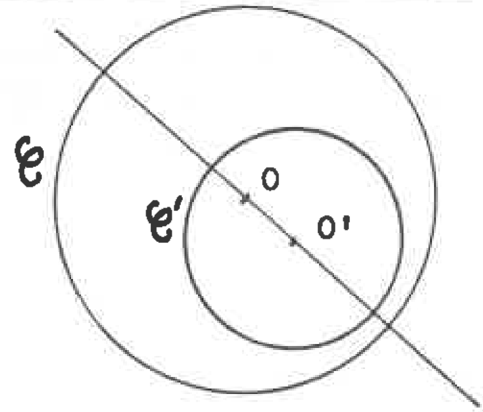
Trace sur ton cahier un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 5
Colle ton dernier disque de façon que $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ aient 2 points communs .

RETENONS Soit un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon r
Soit un cercle $\mathscr{C}'$ de centre O' et de rayon r' $\boxed{r' < r}$



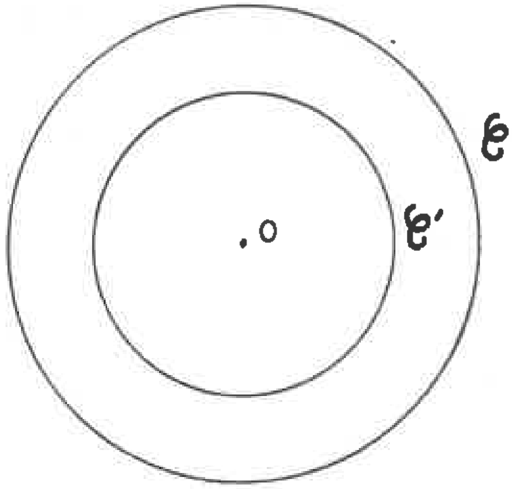
Ou $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ n'ont pas de point commun

O' est à l'intérieur de $\mathcal{C}$	O' est à l'extérieur de $\mathcal{C}$

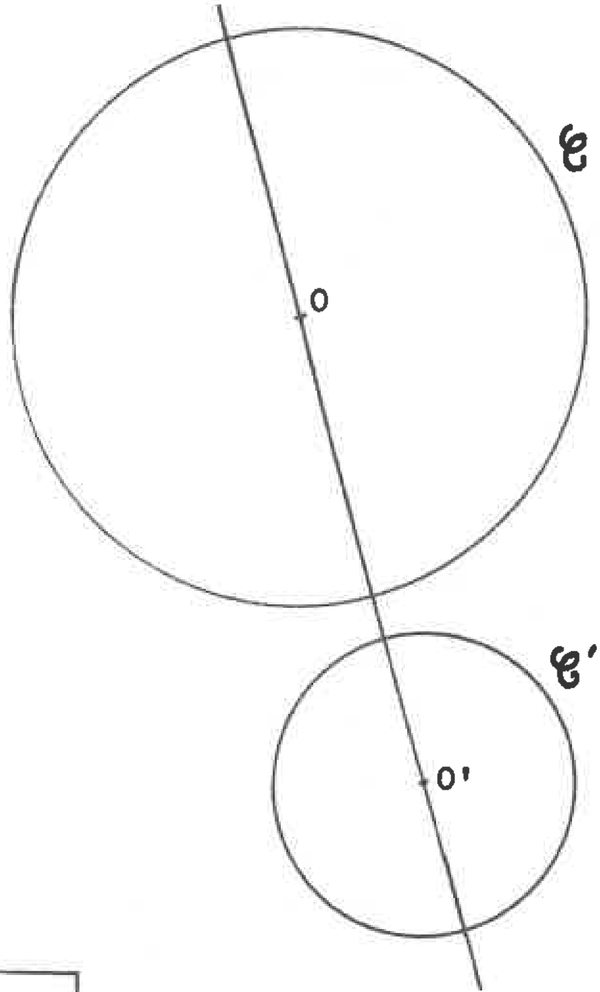


$\mathcal{C}'$ est à l'intérieur de $\mathcal{C}$

cas particulier O = O'



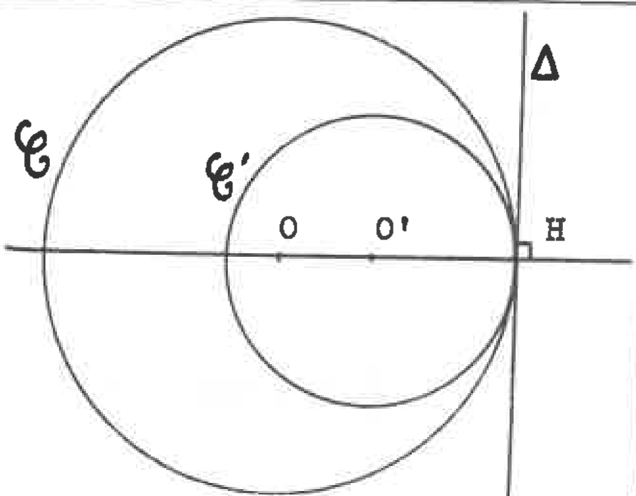
$\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sont des cercles concentriques



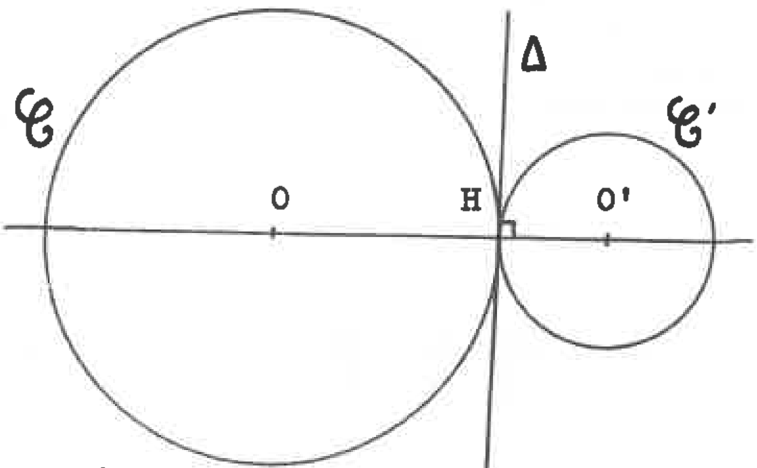
$\mathcal{C}'$ est à l'extérieur de $\mathcal{C}$

Ou $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ ont 1 point commun

O' est à l'intérieur de $\mathcal{C}$	O' est à l'extérieur de $\mathcal{C}$



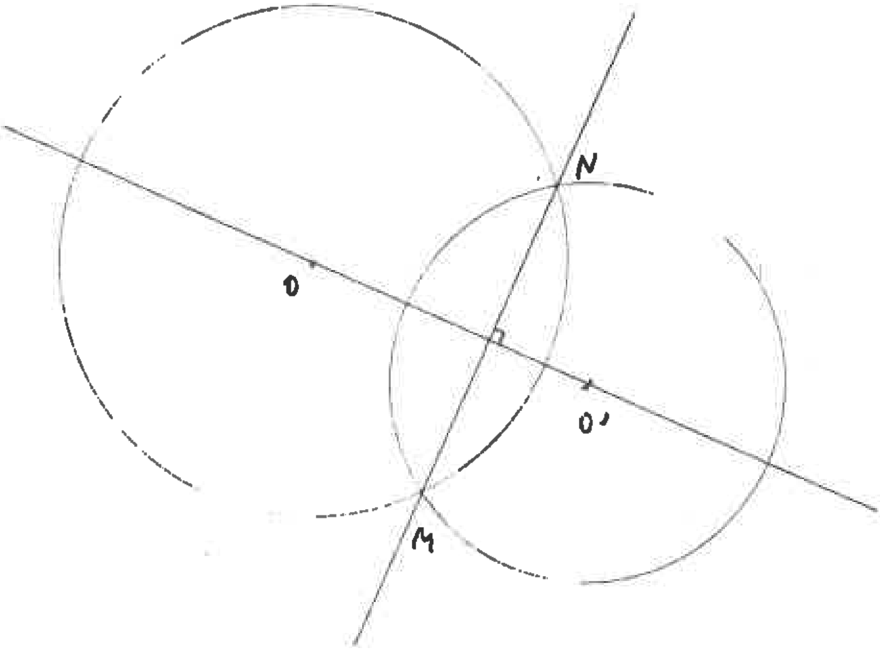
$\mathcal{C}'$ est tangent intérieurement à $\mathcal{C}$



$\mathcal{C}'$ est tangent extérieurement à $\mathcal{C}$

Δ est une tangente commune à $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$

Ou $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ ont 2 points communs (M,N)



$\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sont sécants . $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ se coupent en M et N , on a alors

$(OO') \perp (MN)$

<u>Exercice 3</u> : En reprenant les notations ci-dessus , trace 2 cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sécants dans les cas où a) O' est à l'intérieur de $\mathcal{C}$

b) $O' \in \mathcal{C}$

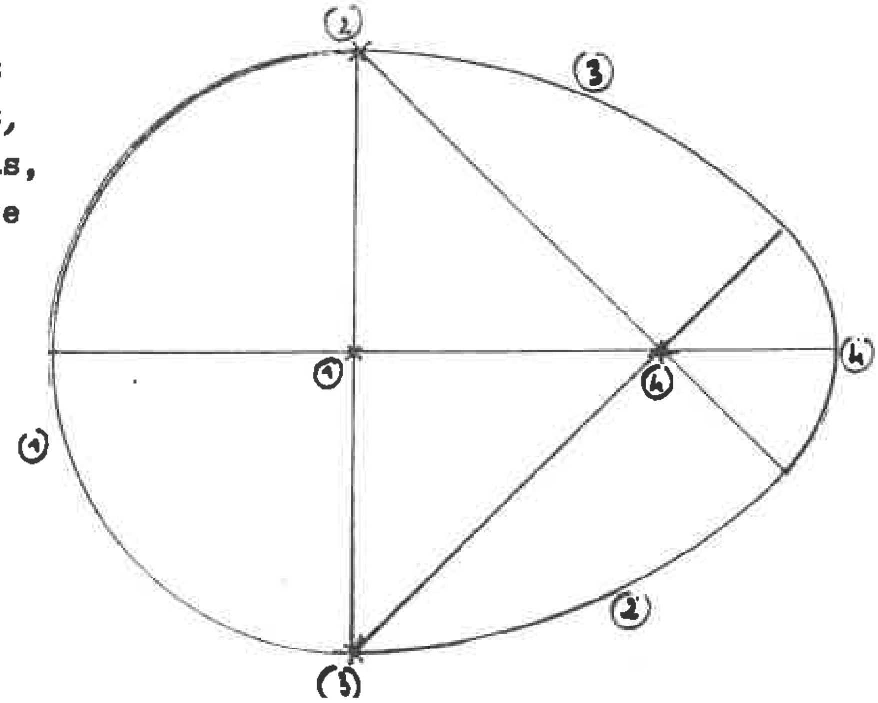
<u>Exercice 4</u> : Etudie ce que devient chacun des cas précédents si les cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ ont même rayon r

---

<u>Exercice 5</u> : L'oeuf magique

Pour terminer, maintenant que tu es devenu très fort, avec ta règle et ton compas, je te propose de construire l'oeuf magique ci-contre . Les centres des différents cercles utilisés ont été marqués d'une croix.

Fais bien l'oeuf !



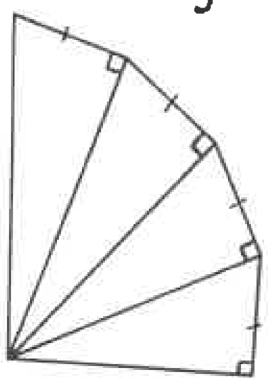
Retour aux reproductions de figures !

Voici les figures qu'il te faut reproduire (copie conforme) en utilisant ta règle , ton compas , ton équerre .

Pour chacune d'entre elles :

* Observe la
* Choisis une méthode de construction
* Rédige alors le programme de ta construction
* Reproduis la avec précision

fig.1



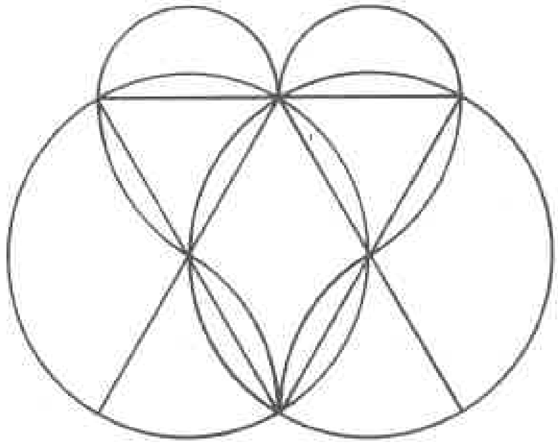


fig.2

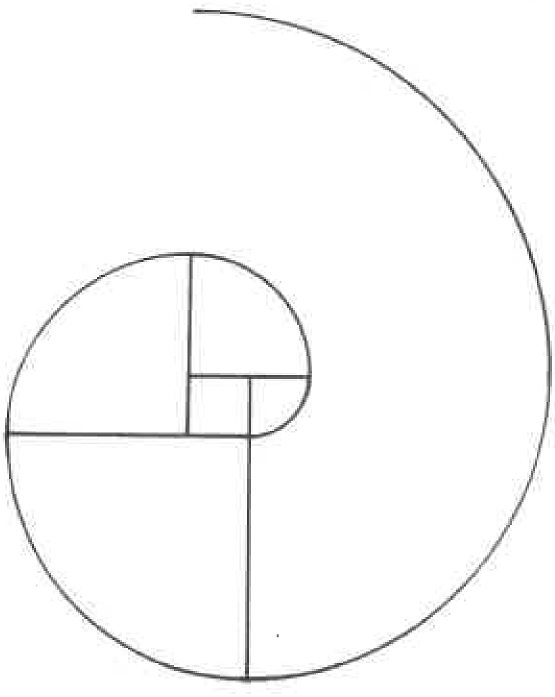
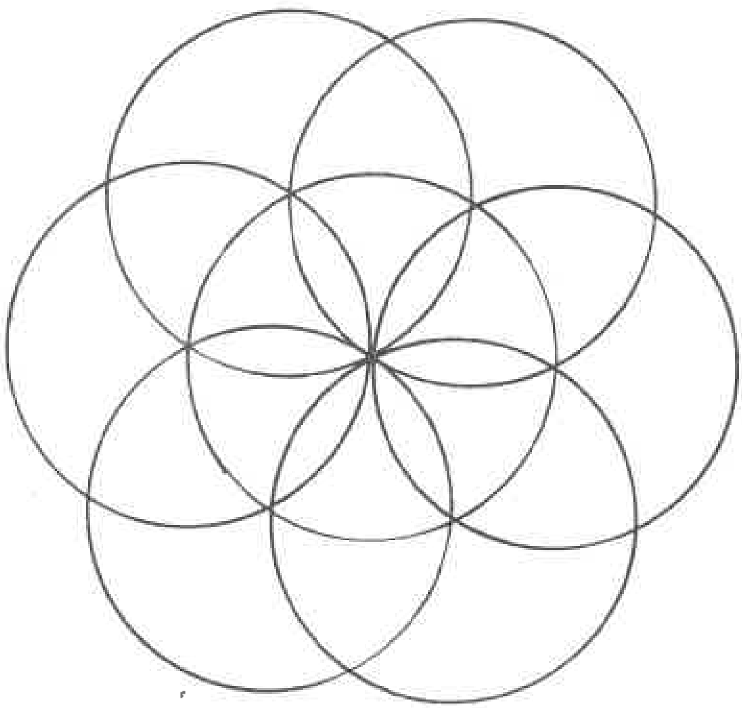


fig.3

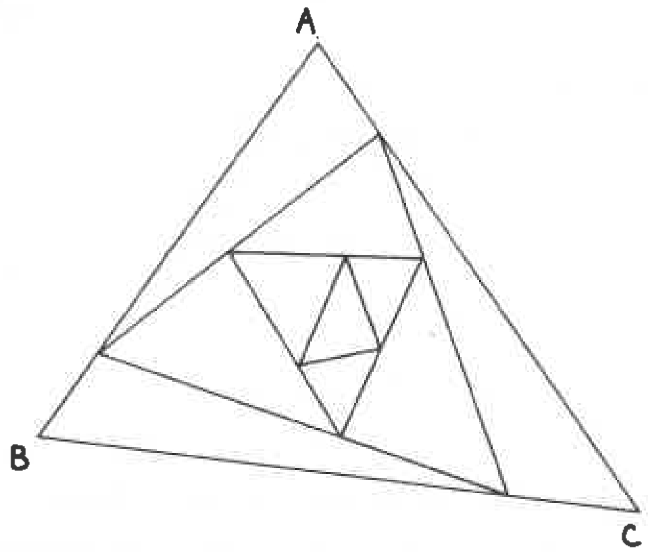
fig.4



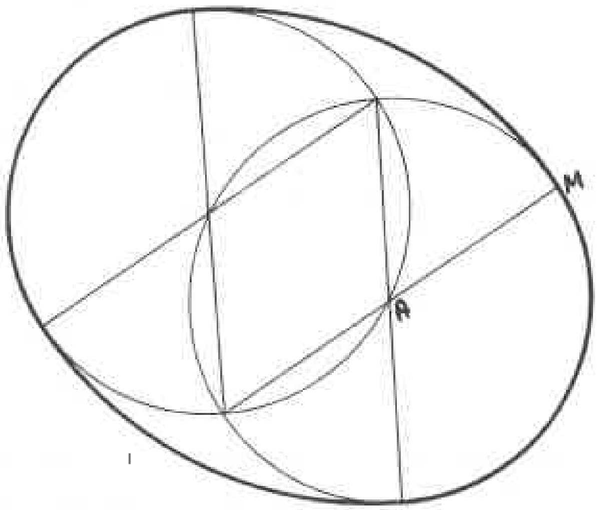
Combien y a-t-il de cercles tracés ?

TEST 7/1

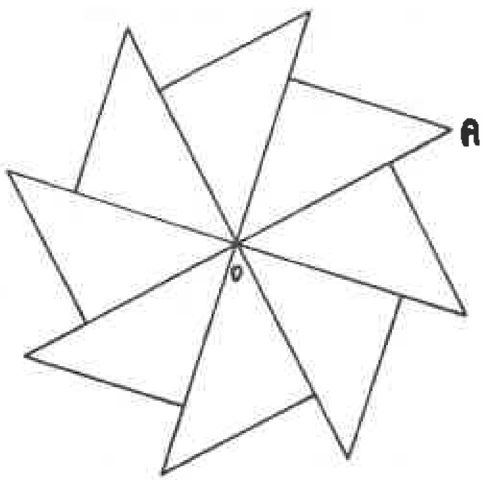
Exercice n°1 : En utilisant ta règle et ton compas, reproduis la figure ci-dessous (copie conforme):



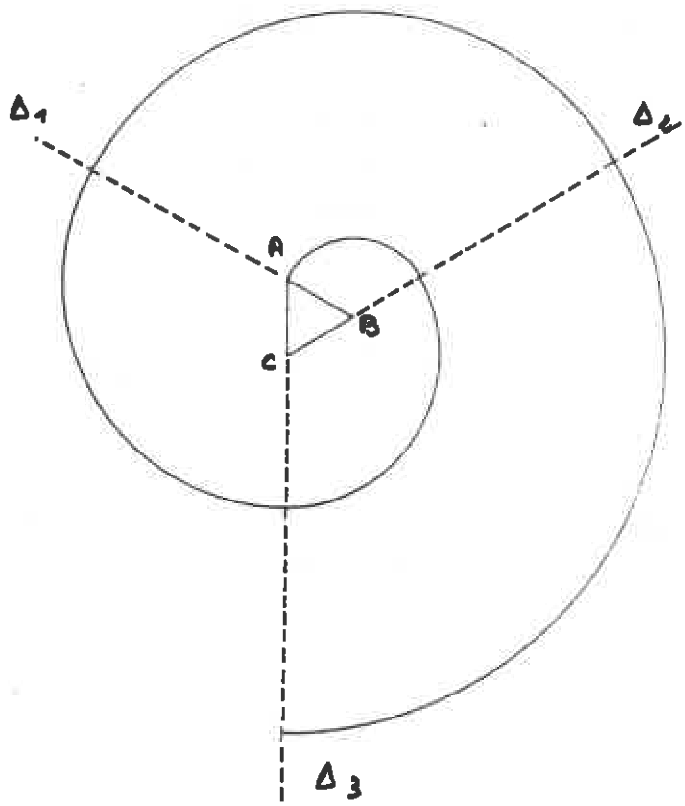
Exercice n°2 : Tu vas dessiner un ovale comme celui ci-dessous, mais plus gros . Pour ceci , tu prendras AM = 4 cm :



Exercice n°3 : Reproduis la figure ci-dessous , en prenant OA = 5 cm :



Exercice n°4 : Rédige le programme de construction de la figure ci-dessous . Reproduis la avec précision (copie conforme) :



TEST 7/2

Question : Donne et dessine les 3 positions possibles d'une droite Δ et d'un cercle $\mathcal{C}$ suivant le nombre de leurs points communs . Précise les " noms " dans les différentes situations .

Exercice n°1 : Trace 3 triangles (ABC) tels que : (unité : cm)

a) AB = 7 AC = 6 BC = 5

b) (ABC) est rectangle en A et AB = 4 et BC = 6
(pense à tracer un demi-cercle de diamètre [BC])

c) (ABC) est isocèle en A : AB = 5 et BC = 4 .

Exercice n°2 : Trace un triangle (ABC) tel que : (unité: cm)

AB = 5 BC = 5 AC = 5

a) Que peux-tu dire de ce triangle ?

b) Colorie en vert l'ensemble des points M tels que :
$MA < 4$ et $MB < 4$ et $MC < 4$.

Exercice n°3 : Dessine un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 4 cm . Soit [BC] un diamètre de $\mathcal{C}$. Place un point A à l'intérieur du cercle tel que $AB \neq AC$.
[BA) coupe $\mathcal{C}$ en E . [CA) coupe $\mathcal{C}$ en D .
Les droites (ED) et (BC) se coupent en F .
Les droites (BD) et (EC) se coupent en H .
Que peut-on dire entre les droites (BE) et (CE) ?
" " " " " " (AH) et (BC) ?
" " " " " " (OH) et (AF) ?

Exercice n°4 : Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et de rayon 3 cm .
Place sur $\mathcal{C}$ 3 points A , B , C tels que [BC] ne soit pas un diamètre de $\mathcal{C}$.
Les tangentes à $\mathcal{C}$ en B et C se coupent en D .
Trace par D la parallèle à la tangente en A .
Cette parallèle coupe en E la droite (AB) et en F la droite (AC) .
Marque sur la droite (OD) un point K tel que KD = DE .
Que remarques-tu pour les triangles (KEF) et (DKF) ?

Pour les exercices 3 et 4 , prévoir 2 grandes feuilles blanches et commencer au centre de la feuille !

MATHEMATIQUES 6ème
Année scolaire 1985-1986

DOSSIER N° 8

TITRE : SYMETRIE ORTHOGONALE (ou AXIALE)

PREREQUIS : (Voir dossier n°7)

* Connaître le vocabulaire usuel de la géométrie plane de 6ème
* Reconnaître les figures usuelles
* Utiliser les instruments de dessin géométrique

OBJECTIFS :

* Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'une ligne polygonale, d'un cercle
* Tracer le ou les axes de symétrie des figures usuelles planes
* Construire la médiatrice d'un segment
* Reconnaître une figure ayant un axe de symétrie
* Connaître et utiliser les propriétés de la symétrie axiale.

Réalisé par :
Pierre BISSEY
Alain BOUTONNET
Jean-Claude DUPERRET (animateur IREM)
Alain FINET (animateur IREM)
Gérard PAPA
Jean-Paul VICTORY
Dominique ANTOINE (animateur IREM)

COLLEGE Albert CAMUS , 11 rue Mirabeau 10600 LA CHAPELLE ST LUC

DOSSIER n° 8

SYMETRIE ORTHOGONALE (ou AXIALE) PAR RAPPORT A UNE DROITE

<u>Matériel nécessaire</u> : une règle , une équerre , un compas , du papier calque , des ciseaux .

ACTIVITES PREPARATOIRES :

Tu as déjà vu dans le dossier n°2 la notion d'axe de symétrie . Tu vas pouvoir vérifier dans ces premières activités si tu as acquis cette notion .

<u>ACTIVITE 1</u> : Voici un certain nombre de figures ; observe-les , et trace le ou les axes de symétrie pour celles qui en ont . Justifie tes réponses :

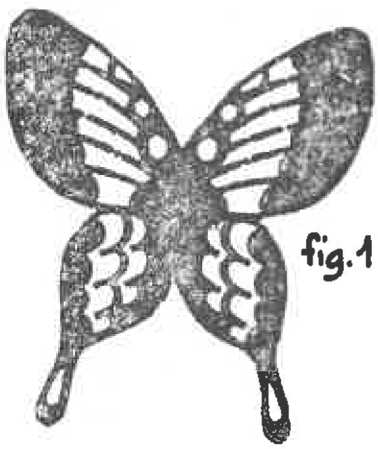


fig.1

fig.2

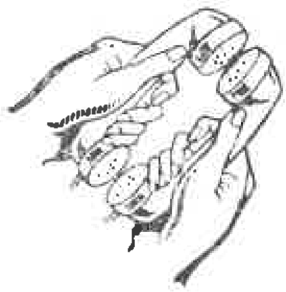


fig.3

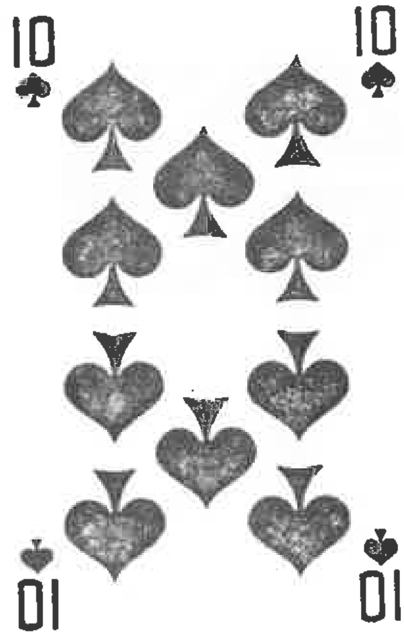


fig.4

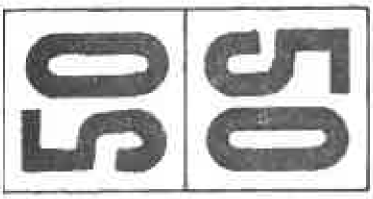


fig.5

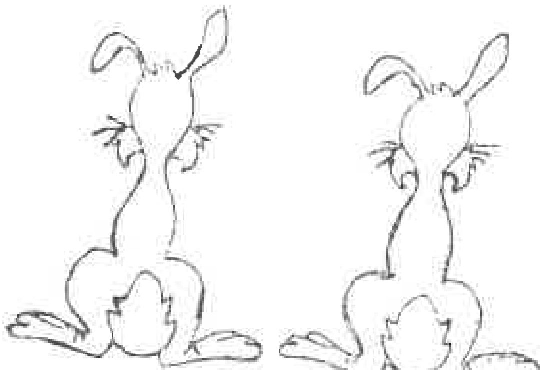
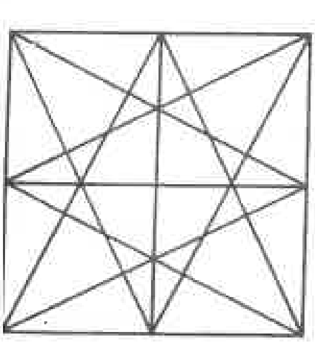


fig.6



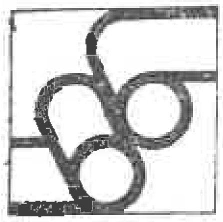


fig.7

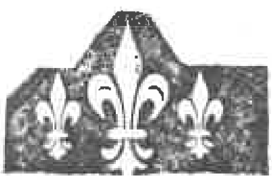


fig.8

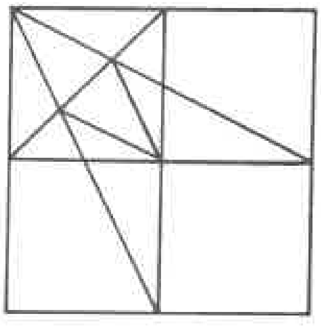
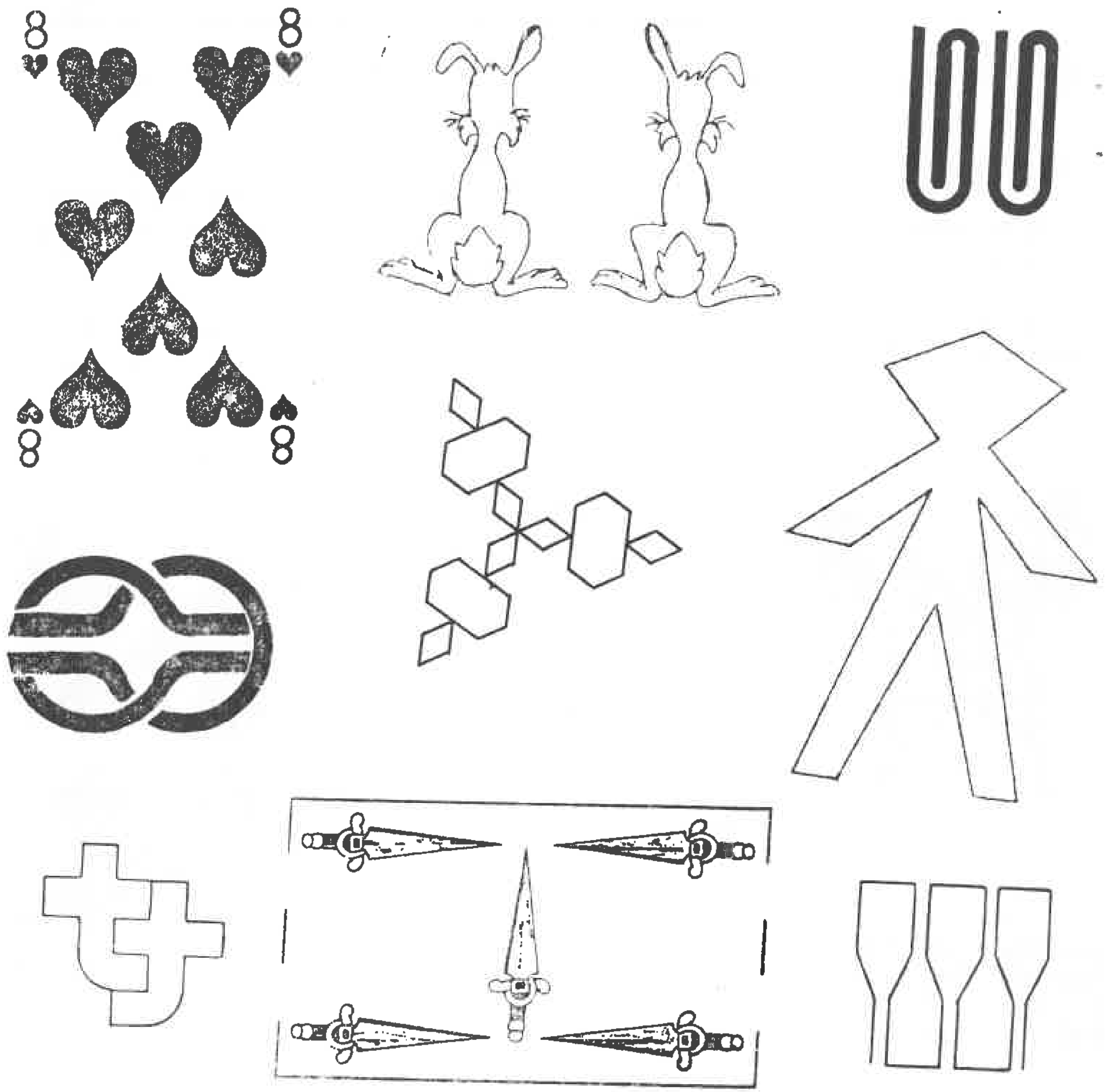


fig.9



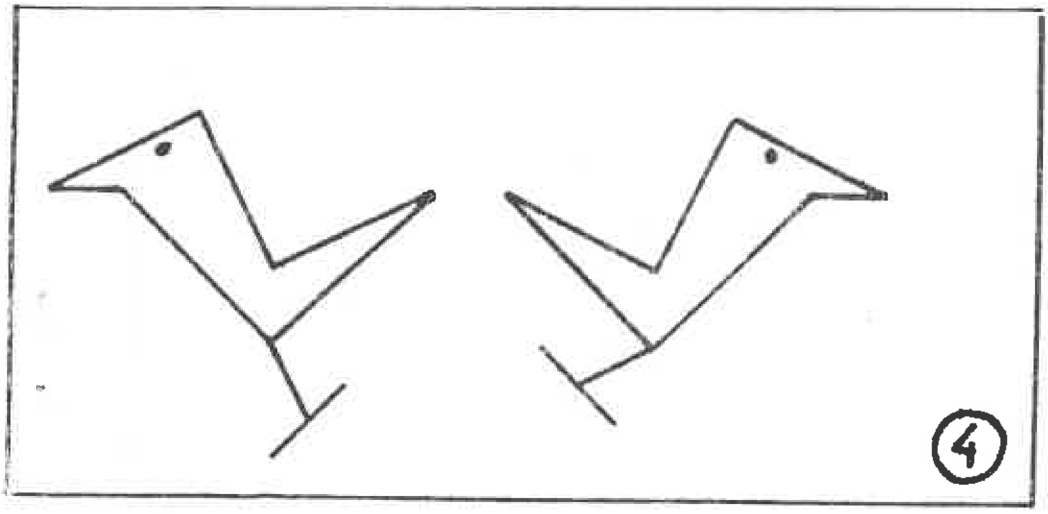
ACTIVITE 2 : Les cocottes de l'IREM de Poitiers

Dans les deux pages suivantes sont représentées 11 couples de cocottes .

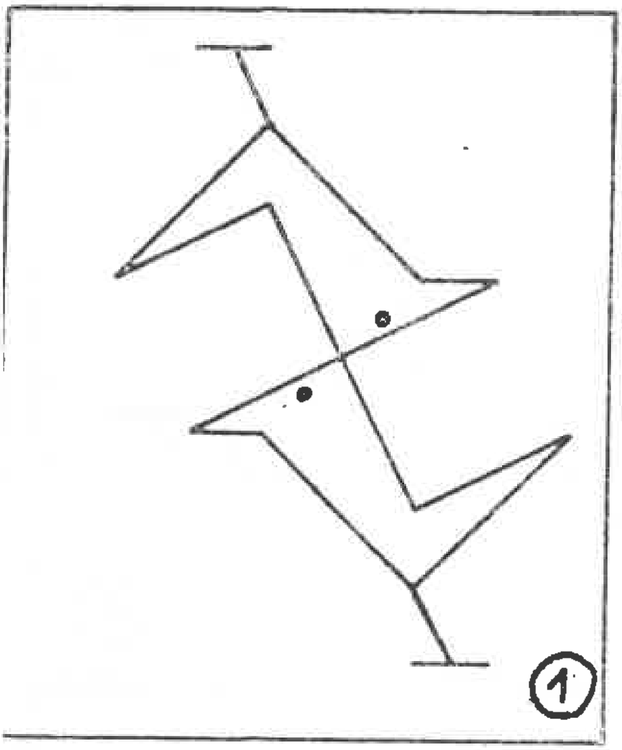
a) Retrouve tous les couples ayant un axe de symétrie

b) Pour les autres couples , essaie de les classer en justifiant ton classement

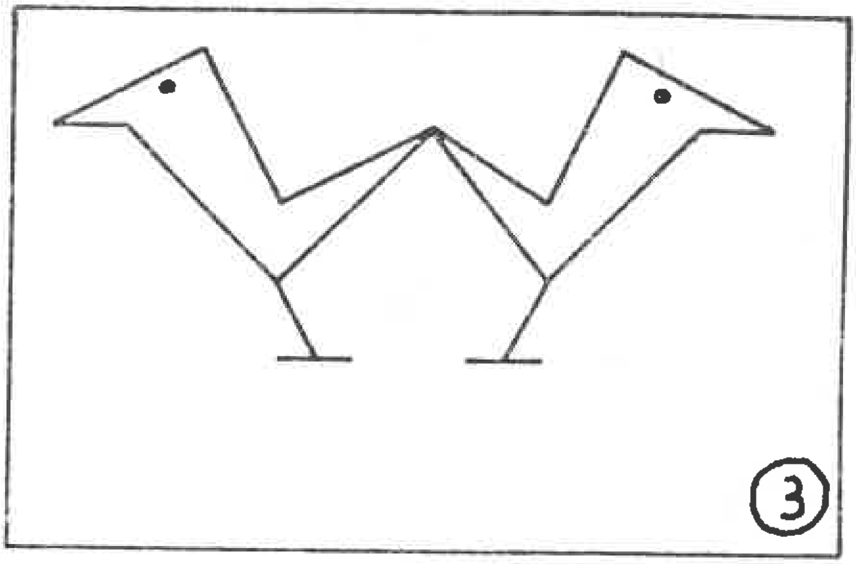
c) Avec un calque , amuse-toi à créer d'autres couples de cocottes symétriques .



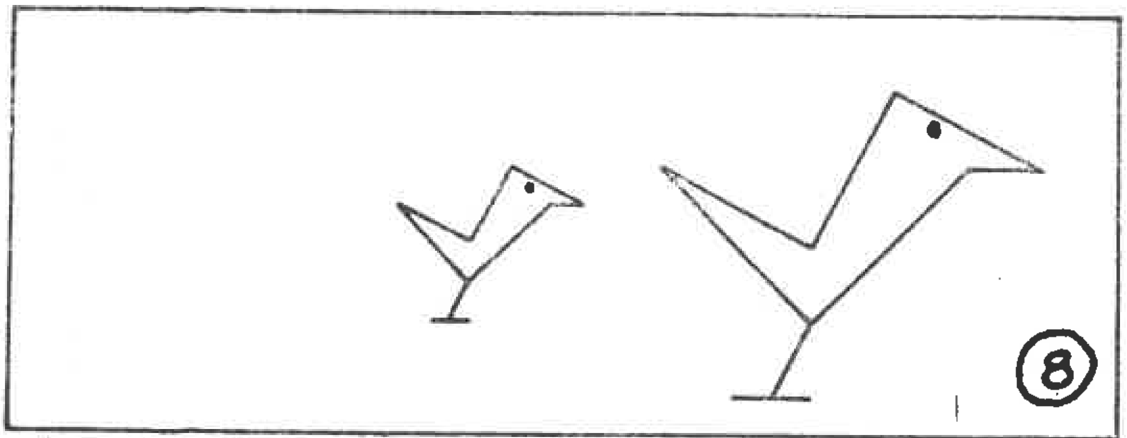
4



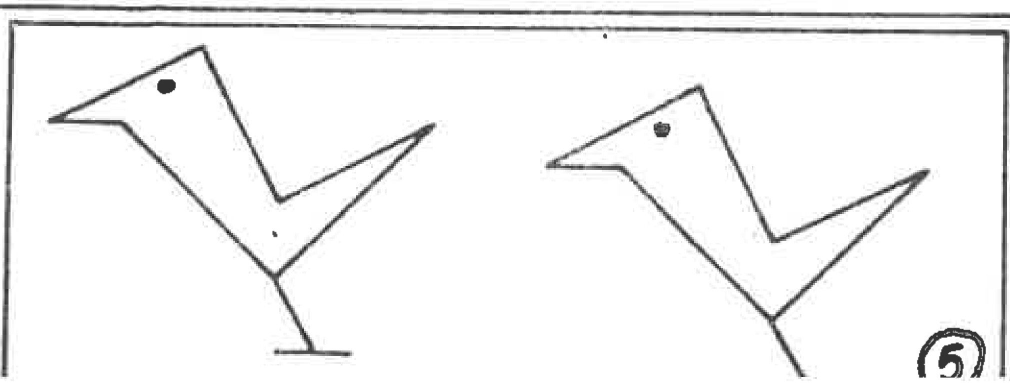
1



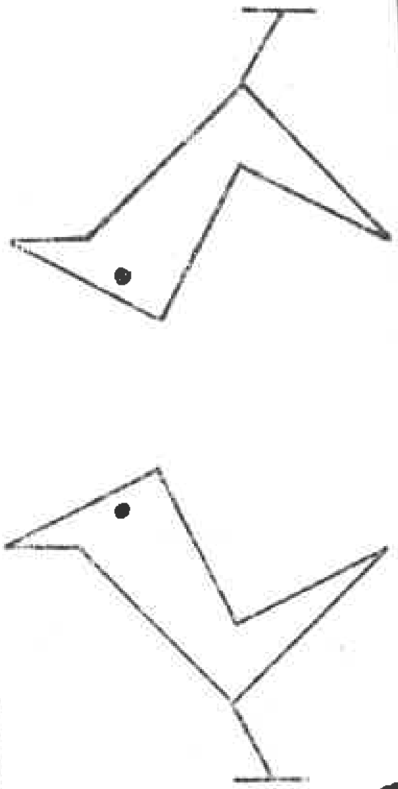
3



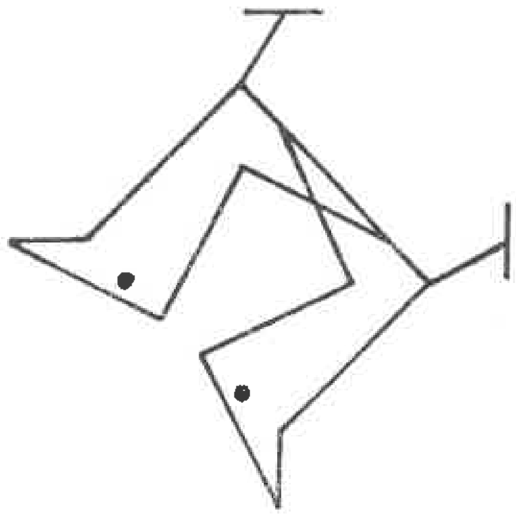
8



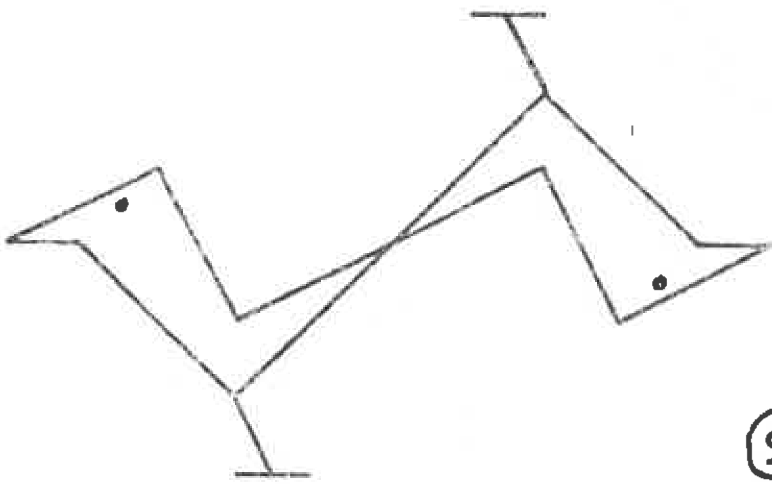
5



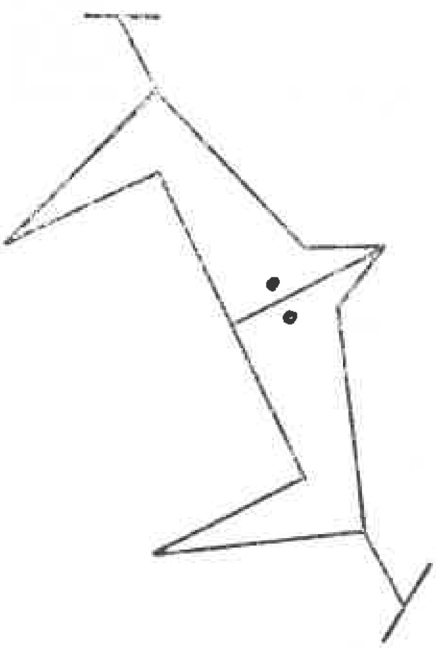
2



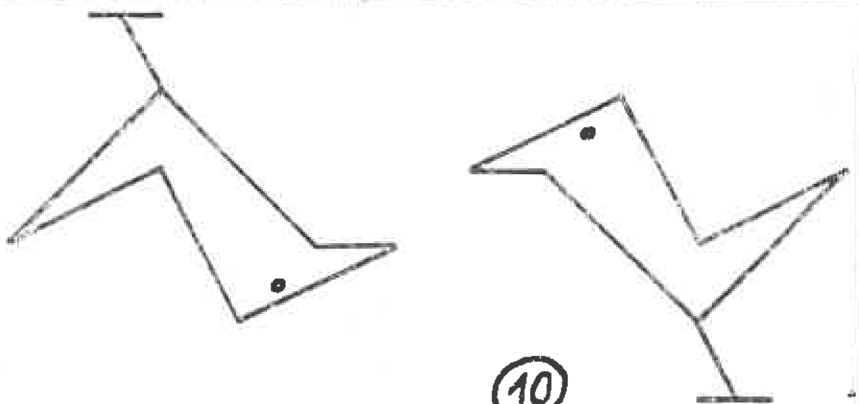
7



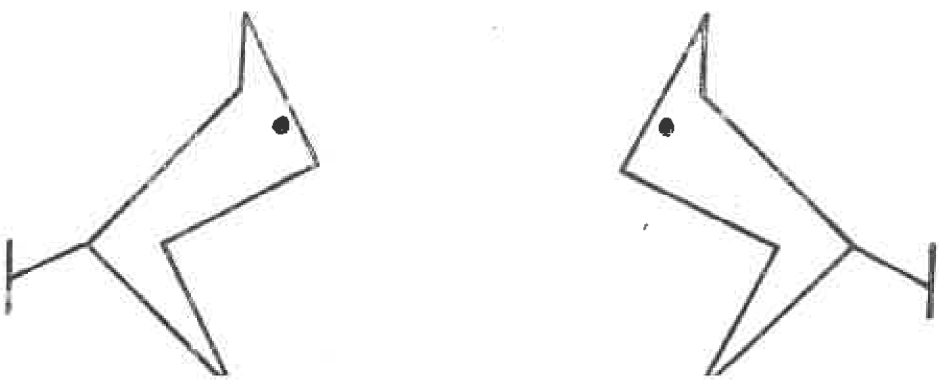
9



6

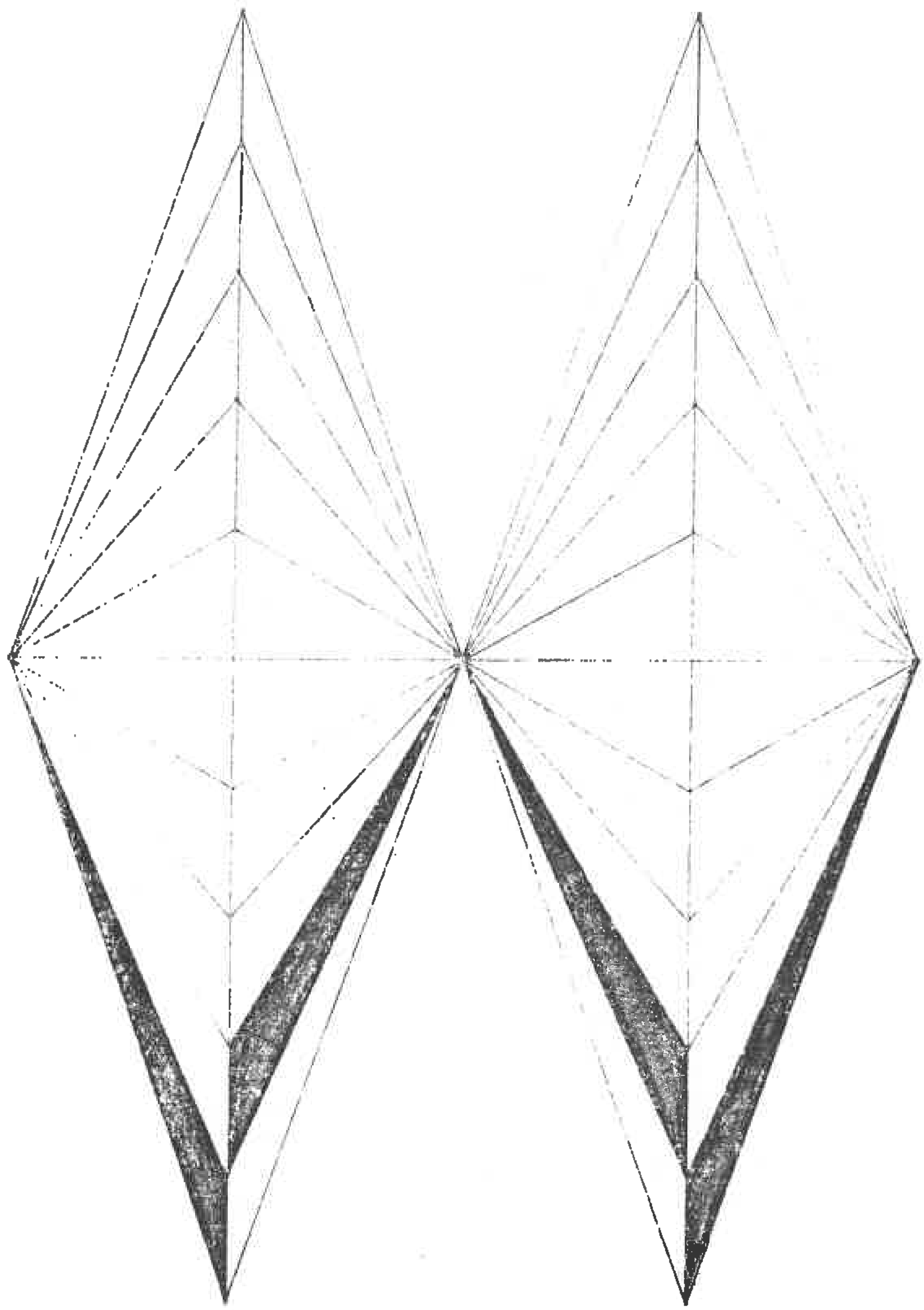


10

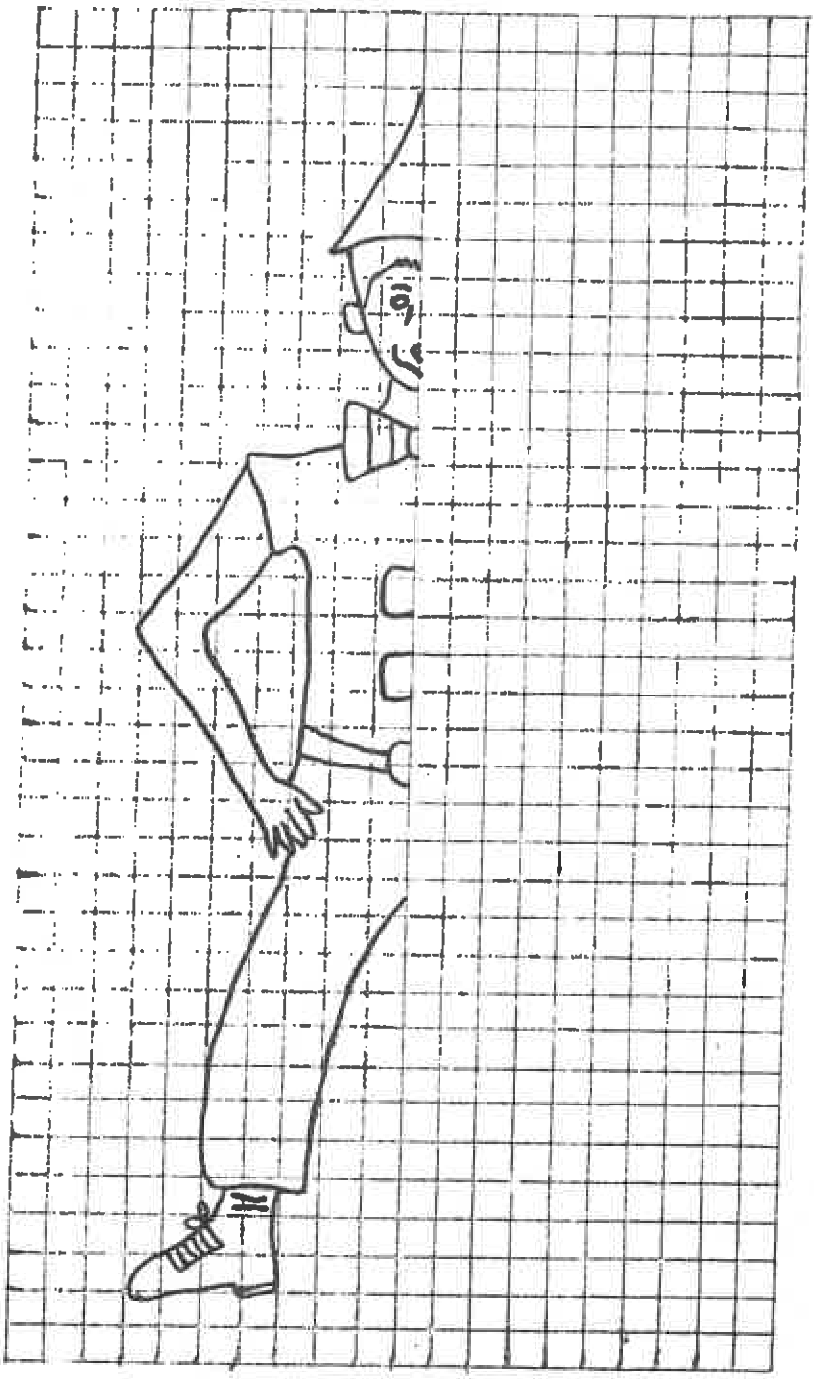


11

ACTIVITE 3 : Colorie cette figure de façon à ce qu'elle ait un axe de symétrie (pour les couleurs) : 8/5



ACTIVITE 4 : Complète ce clown de façon à ce qu'il ait un axe de symétrie :



Les activités précédentes t'ont certainement remis en mémoire la notion de symétrie orthogonale .
Nous allons maintenant voir quelles propriétés mathématiques sont liées à cette notion . Pour celà , nous allons commencer par voir quelles sont les propriétés de l'axe de symétrie .

A. Médiatrice d'un segment

I On plie

Prends une feuille de papier. Marque 2 points A et B sur cette feuille.
Plie alors la feuille de façon que A et B soient confondus.
Déplie ta feuille.
Trace le segement [AB], et la droite Δ, pli du pliage.

Des propriétés :

a) I est le point commun à Δ et [AB].
Que peux-tu dire de I pour [AB] ; vérifie avec ton compas.

b) Que peux-tu dire entre les droites (AB) et Δ ; vérifie avec ton équerre.

c) Place un point M sur Δ. Trace le cercle $\mathscr{C}$ de centre M passant par A. Par quel autre point passe $\mathscr{C}$?
Que peux-tu en déduire entre les longueurs MA et MB ?

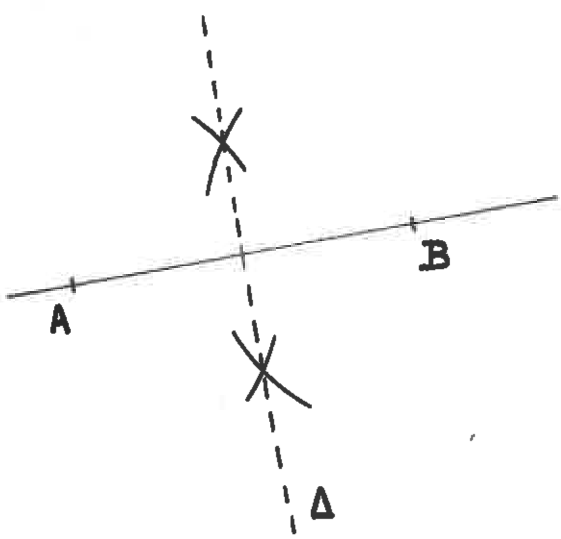
d) Place un autre point N sur Δ . Trace le cercle $\mathscr{C}'$ de centre N passant par A. Par quel autre point passe $\mathscr{C}'$?
Que peux-tu en déduire entre les longueurs NA et NB ?

e) Que peux-tu dire entre les cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$?

II On construit

1. Place 2 points A et B sur ton cahier. Trace [AB].
Place le point I milieu de [AB].
Place la droite   perpendiculaire à (AB) passant par I.
Compare avec ton pliage.

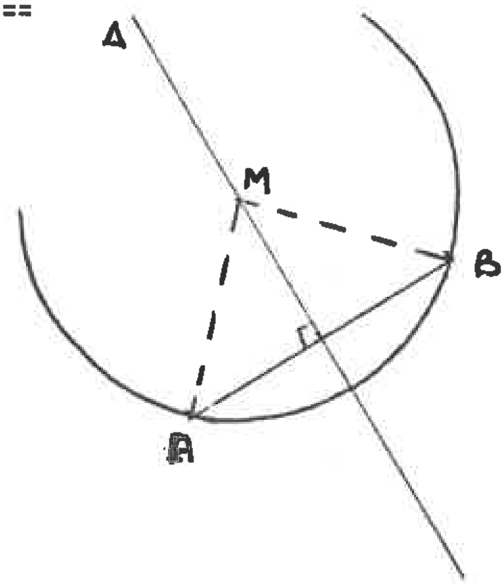
2. Place 2 points A et B sur ton cahier. Trace [AB].
Avec ton compas, construis un point M tel que MA=MB.
" " " " , construis un autre point N tel que NA = NB.
Trace la droite Δ = (MN).
Compare avec ton pliage.



III On réfléchit

1. Place 2 points A et B sur ton cahier.
   Trouve les points plus proches de A que de B (c'est-à-dire les points M tels que $MA < MB$).
   Colorie en vert l'ensemble de ces points.
2. Colorie alors en rouge l'ensemble des points plus proches de B que de A.
3. Quels sont les points qui ne sont pas coloriés ?
   Compare avec ton pliage.

IV On retient

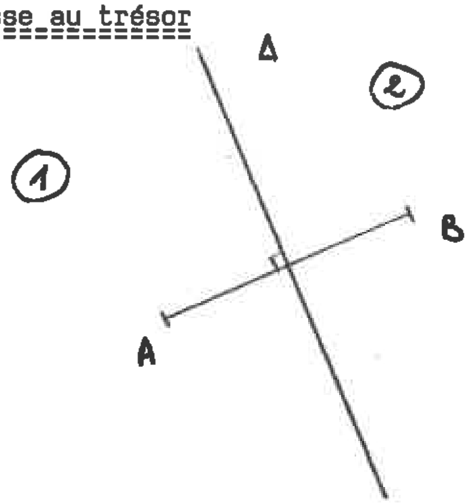


- La droite Δ que tu as obtenue par pliage dans I, ou par construction dans II est la médiatrice de [AB].
- La médiatrice de [AB] est la droite Δ perpendiculaire de (AB) passant par le milieu I de [AB].
- La médiatrice de [AB] est l'ensemble des points M à égale distance de A et de B ($MA = MB$).

Cette dernière propriété justifie la construction suivante de la médiatrice de [AB], et donc celle du milieu I de [AB] :

1) Trace le cercle de centre A passant par B ($\mathscr{C}$)
2) Trace le cercle de centre B passant par A ($\mathscr{C}'$)
3) $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ se coupent en M et N.
4) Trace la droite (MN). C'est la médiatrice de [AB].
5) (MN) coupe (AB) en I. C'est le milieu de [AB].

V La chasse au trésor



. La médiatrice Δ de [AB] partage le plan en 2 demi-plans.

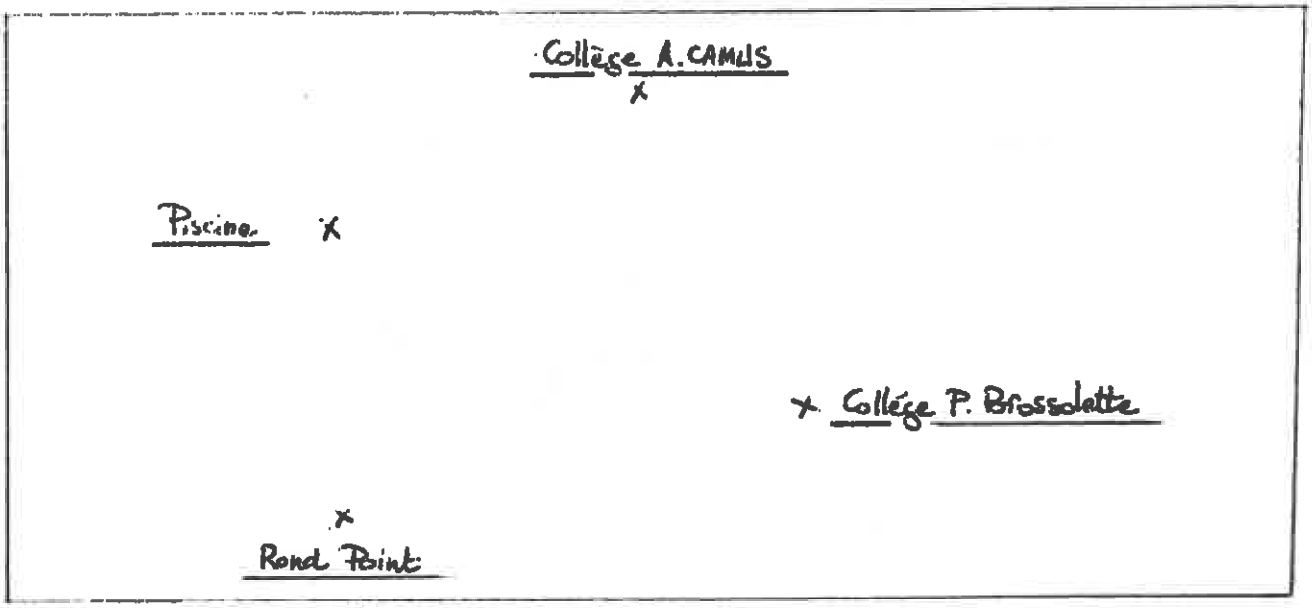
1) Le demi-plan qui contient A est l'ensemble de tous les points plus proches de A que de B ($MA < MB$).
2) Le demi-plan qui contient B est l'ensemble de tous les points plus proches de B que de A ($MB < MA$).

Activité : chasse au trésor

J'ai caché un trésor dans La Chapelle St Luc. Je te donne une carte du trésor et les renseignements suivants :

- Le trésor est plus près de Brossolette que de Camus.
- Le trésor est plus près de la piscine que du Rond Point.
- Le trésor est plus près de la piscine que de Camus.

Carte du trésor :



Reproduis cette carte, et trouve dans quelle partie de La Chapelle St Luc il faut chercher.

B. Symétrie orthogonale par rapport à une droite Δ.

I On plie

Prends une feuille de papier. Trace une droite Δ .

. Place un point A qui ne soit pas sur Δ .
  Plie alors ta feuille le long de Δ .
  Repère par transparence où se trouve A. Marque ce nouveau point. Appelle le A'.
  Déplie ta feuille. Trace [AA']. Compare avec ce que tu as fait dans la partie A
. Place un point B sur Δ .
  Fais le même pliage que pour A. Où va se trouver B' ?

II On construit

Tu as reconnu dans le pliage précédent une activité qui est semblable à ce que l'on a vu pour la médiatrice.

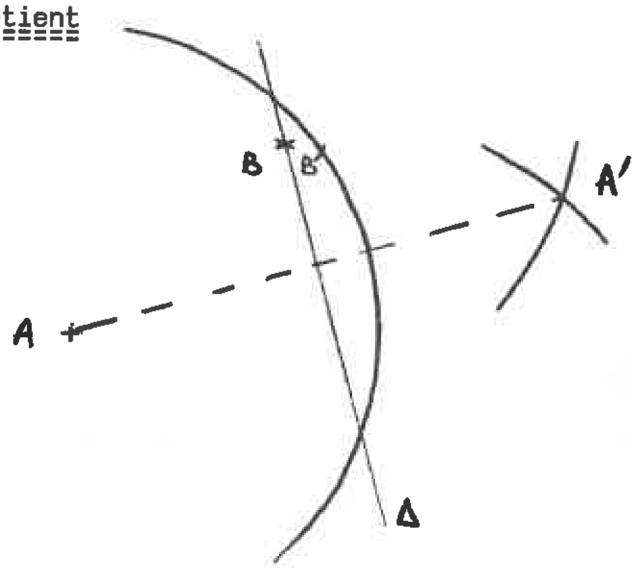
On en déduit 2 constructions :

Construction 1 a) Trace une droite Δ sur ton cahier, place un point A qui ne soit pas sur Δ.
b) Trace la perpendiculaire Δ' à Δ passant par A.
c) Δ et Δ' se coupent en I.
d) Trace le cercle de centre I passant par A.
e) Ce cercle recoupe Δ' au point A' cherché.

Construction 2 a) Trace une droite Δ sur ton cahier, place un point A qui ne soit pas sur Δ.
b) Trace un cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon r qui coupe Δ en 2 points M et N.
c) Trace les cercles $\mathcal{C}_1$ de centre M et de rayon r et $\mathcal{C}_2$ de centre N et de rayon r.
d) Ces 2 cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ se coupent en A et en un autre point qui est le point A' cherché.

Remarque : Trace le quadrilatère (A,M,A',N). Le reconnais-tu ?

III On retient



Propriété

Soit une droite, A un point qui ne soit pas sur Δ.
Il existe un unique point A' tel que Δ soit médiatrice de [AA'].

Définitions

1) A' est le symétrique de A par rapport à Δ.
2) On appelle symétrie orthogonale par rapport à Δ la transformation définie par :

- si $A \notin \Delta$, la symétrie transforme A en son symétrique A' par rapport à Δ.
- si $B \in \Delta$, la symétrie transforme B en B .

Construction

Nous avons vu dans le paragraphe II 2 constructions du symétrique d'un point par rapport à une droite.
En général, il vaut toujours mieux utiliser la 2ème construction.

IV Une propriété très importante

1) Prends une feuille de papier. Trace une droite Δ.
Par pliage le long de Δ, place le point A' symétrique de A par rapport à Δ.
Refais un pliage le long de Δ, et place le point A" symétrique de A' par rapport à Δ.
Que constates-tu ?

2) Refais le même travail par construction sur ton cahier.

RETENONS : Si A'est le symétrique de A par rapport à Δ, alors A est le symétrique de A' par rapport à Δ.

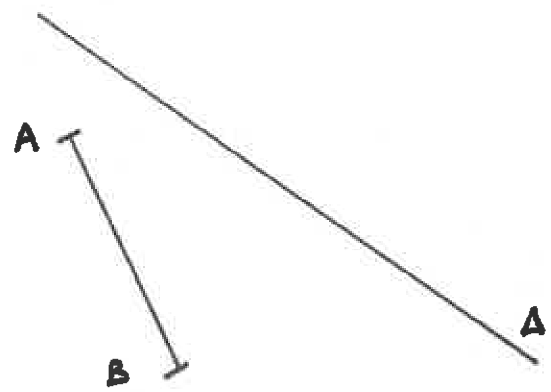
→ Pour cette raison, on dit souvent que les points A et A' sont symétriques par rapport à Δ.
Ex. Soit Δ une droite ; A' un point.
Retrouve par construction le point A tel que A' soit le symétrique de A par rapport à Δ.

C. Propriété de la symétrie. Transformation de figures.

Pour chacune des activités suivantes, tu feras :
1) un pliage sur une feuille
2) une construction (règle, compas, équerre) sur ton cahier

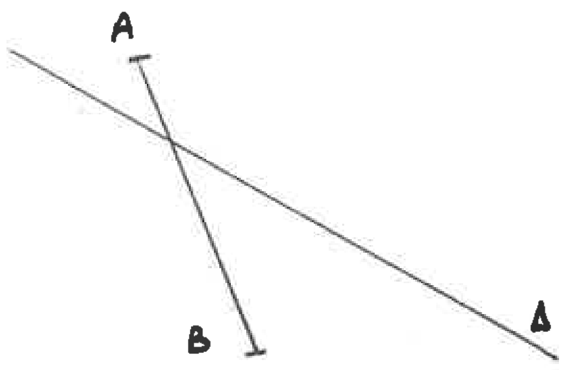
Activité 1 - Symétrique d'un segment . Conservation des longueurs

a)



1. Reproduis cette figure sur une feuille.
Par pliage le long de Δ, place les points A' et B' symétrique de A et B par rapport à Δ.
Déplie ta feuille. Trace le segment [A'B'].
Replie ta feuille. Que constates-tu pour les segments [AB] et [A'B'] ?
Que peux-tu en conclure pour les longueurs AB et A'B' ?
2. Refais le même travail par construction sur ton cahier.
→ Vérifie avec ton compas que AB = A'B'

b)



Refais le même travail qu'en a) pour cette figure.
Que constates-tu ?

RETENONS :

1) La symétrie par rapport à une droite Δ transforme un segment [AB] en le segment [A'B'], où A' et B' sont les symétriques de A et B par rapport à Δ.
2) On a alors A'B' = AB.
On dit que la symétrie conserve les longueurs.

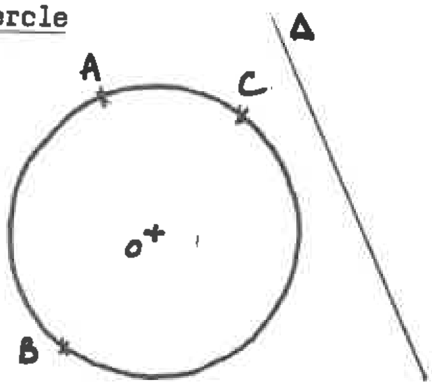
- Conservation du milieu

c) Trace une droite Δ sur ton cahier. Place 2 points A et B. Construis les symétriques A' et B' de A et B par rapport à Δ.
Place le milieu I de [AB]. Construis son symétrique I' par rapport à Δ. Que peux-tu dire de I' pour [A'B'] ?
Montre-le en utilisant ce qui a été vu précédemment.

RETENONS : La symétrie par rapport à une droite Δ transforme le milieu I d'un segment [AB] en le milieu I' du segment [A'B'], où A',B',I' sont les symétriques de A,B,I par rapport à Δ.
On dit que la symétrie conserve le milieu.

- Symétrique d'un cercle

d) Trace une droite Δ, et un cercle de centre O et de rayon r, qui ne coupe pas la droite Δ.
Place 3 points A,B et C sur ton cercle.
Construis les symétriques O',A',B',C' de O,A,B,C par rapport à Δ.



Vérifie que les points A',B',C' appartiennent à un cercle $\mathscr{C}'$ dont tu donneras le centre et le rayon.
Place un point M quelconque sur le cercle $\mathscr{C}$; on a OM = r.
Que peux-tu en déduire pour O'M' ? Où se trouve M' ?

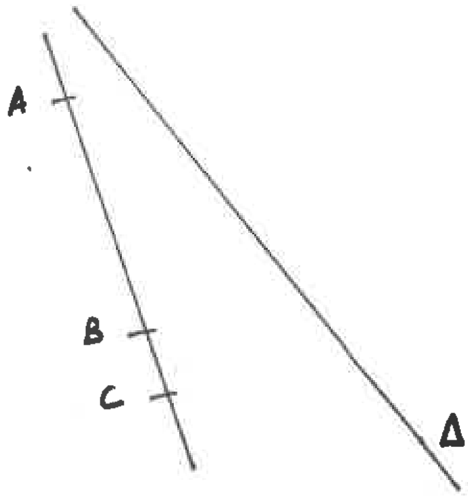
e) Reprends le problème précédent avec un cercle $\mathscr{C}$ qui coupe Δ en 2 points E et F. Que peux-tu dire de $\mathscr{C}'$?

f) Reprends le problème précédent avec un cercle $\mathscr{C}$ tangent à Δ en 1 point M. Que peux-tu dire de $\mathscr{C}'$?

h) Reprends le problème précédent avec un cercle $\mathscr{C}$ dont le centre O est sur Δ. Que peux-tu dire de $\mathscr{C}'$?

RETENONS : La symétrie par rapport à une droite Δ transforme le cercle de centre O et de rayon r en le cercle de centre O' et de rayon r, ou O' est le symétrique de O par rapport à Δ.

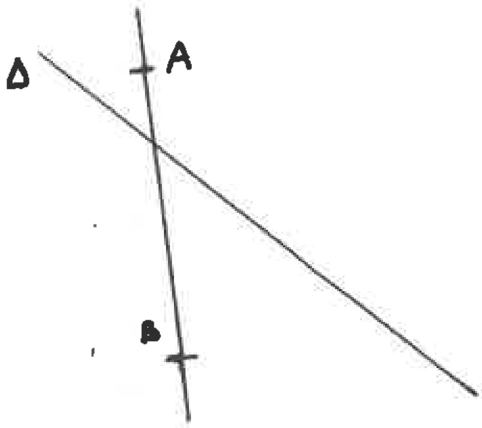
Activité II - Symétrique d'une droite . Conservation de l'alignement .

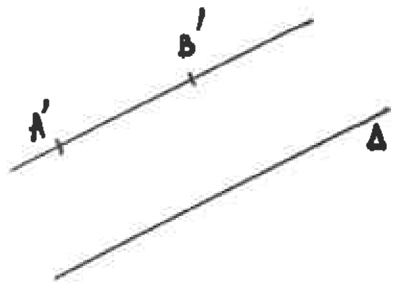


1. Reproduis cette figure sur une feuille. Que peut-on dire de A,B, et C ?
   Par pliage le long de Δ, place les points A', B' et C' symétriques de A,B et C par rapport à Δ.
   Déplie ta feuille. Que peut-on dire des points A',B' et C' ?
   Trace la droite correspondante.
   Place un point M sur (AB). Par pliage, construis son symétrique M'. Où se trouve M' ?
   Place un point N' sur (A'B'). Par pliage, retrouve N tel que N' soit le symétrique de N. Où se trouve N' ?
2. Refais le même travail par construction sur ton cahier.

RETENONS : La symétrie par rapport à une droite Δ transforme une droite (AB) en la droite (A'B') où A' et B' sont les symétriques de A et B par rapport à Δ.
On dit que la symétrie conserve l'alignement.

Ex.1 Soit (AB) une droite sécante à Δ en C.
Trace la droite (A'B') symétrique de (AB) par rapport à Δ.
Que peut-on dire entre les droites (A'B') et Δ, donc entre (A'B') et (AB)?

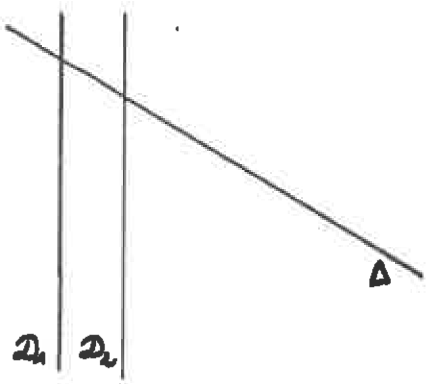




Ex.2 Soit (AB) une droite parallèle à Δ.
Trace la droite (A'B') symétrique de (AB) par rapport à Δ.
Que peux-tu dire entre les droites (A'B') et Δ, donc entre (A'B') et (AB) ?

Activité III - Symétrique d'un couple de droites. Conservation du parallélisme et de l'orthogonalité .

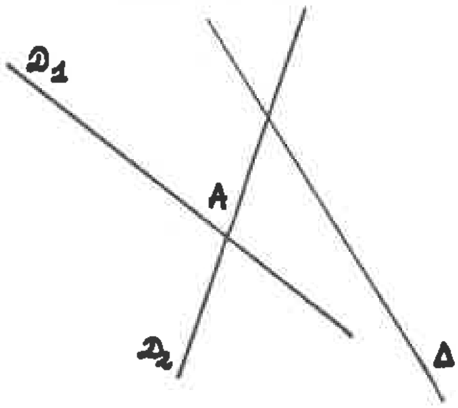
a) Symétriques de deux droites parallèles



1. Reproduis cette figure sur une feuille. Que peut-on dire des droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$?
   Par pliage, construis les droites $\mathcal{D}'_1$ et $\mathcal{D}'_2$ symétriques des droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ par rapport à Δ.
   Que peut-on dire des droites $\mathcal{D}'_1$ et $\mathcal{D}'_2$? Et $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}'_1$?
2. Refais le même travail par construction sur ton cahier (tu devras donc construire $\mathcal{D}'_1$ et $\mathcal{D}'_2$).

RETENONS La symétrie par rapport à une droite Δ transforme deux droites parallèles $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ en deux droites $\mathcal{D}'_1$ et $\mathcal{D}'_2$ parallèles.
On dit que la symétrie conserve le parallélisme.

b) Symétriques de deux droites sécantes

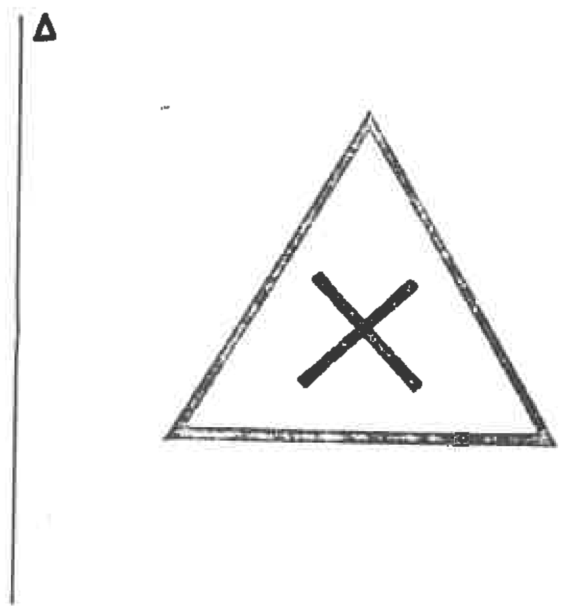


1. Reproduis cette figure sur une feuille. Que peut-on dire des droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.
   Par pliage construis les droites $\mathcal{D}'_1$ et $\mathcal{D}'_2$ symétriques des droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ par rapport à Δ.
   Que peut-on dire des droites $\mathcal{D}'_1$ et $\mathcal{D}'_2$?
2. Refais le même travail par construction sur ton cahier (tu devras donc construire $\mathcal{D}'_1$ et $\mathcal{D}'_2$).

RETENONS : La symétrie par rapport à une droite Δ transforme deux droites sécantes en A en deux droites sécantes en A', où A' est le symétrique de A par rapport à Δ.

C) Symétriques de deux droites perpendiculaires

1. Code de la route



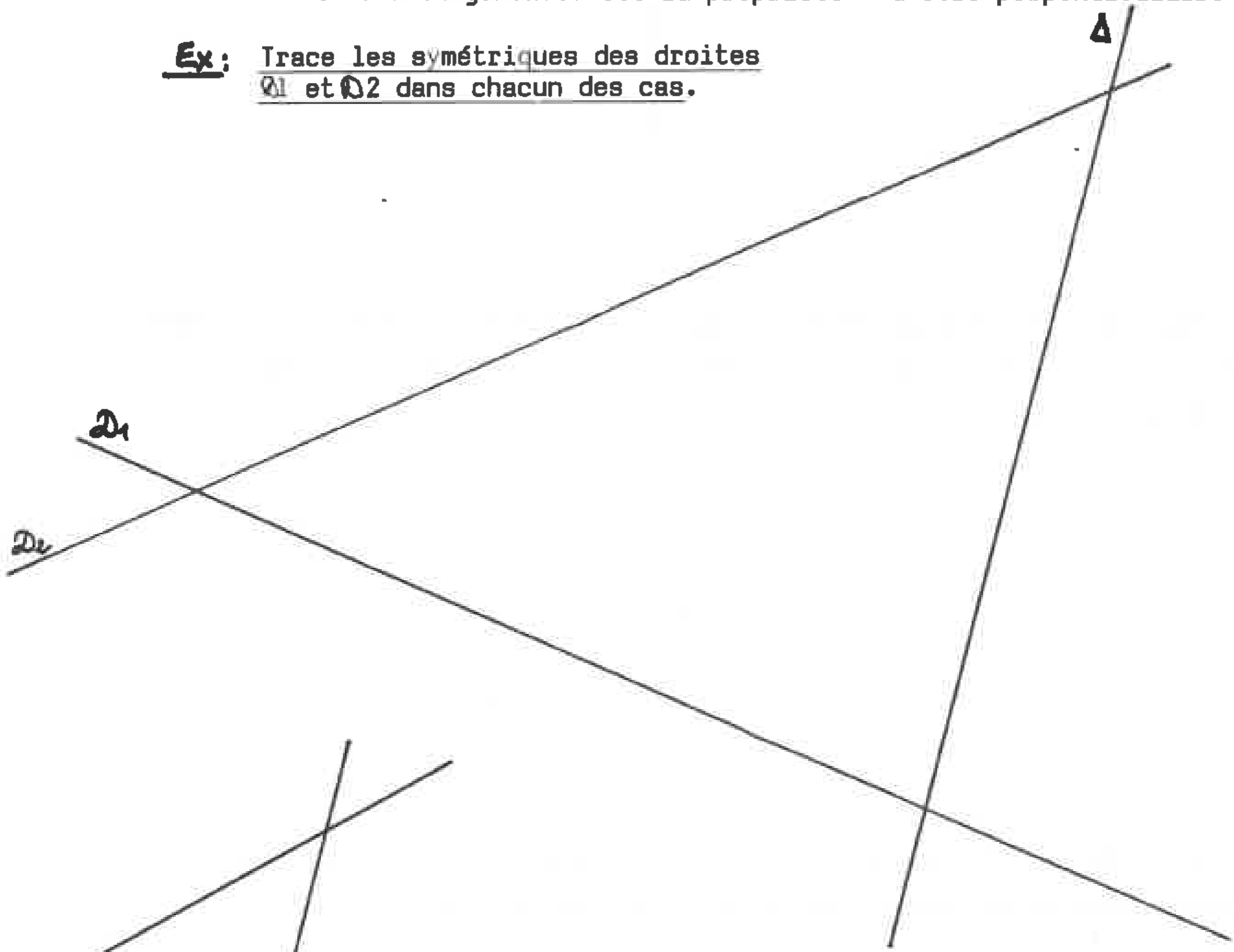
Construis le symétrique du panneau précédent par rapport à Δ.
Comment étaient les deux droites indiquant l'intersection sur le premier panneau ?
Comment sont-elles sur le second panneau ?

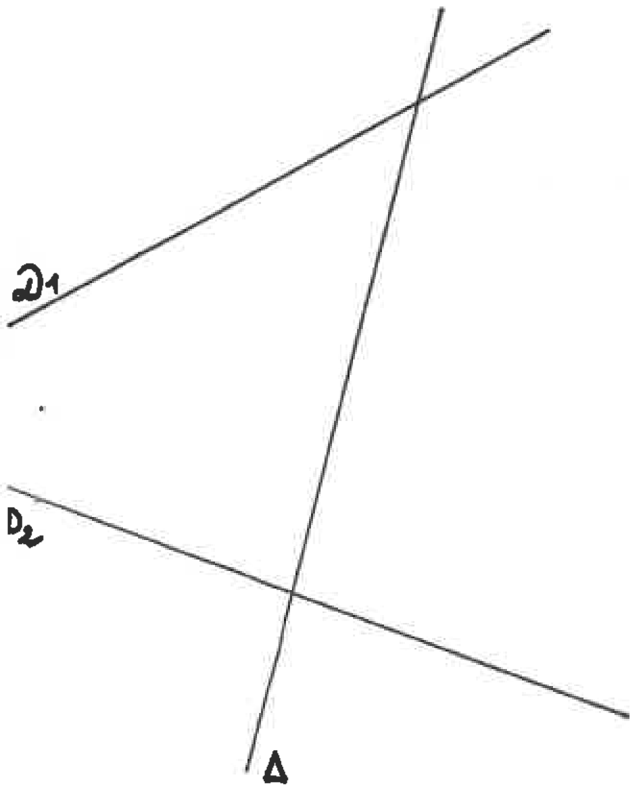
2. Reprends l'étude faite en b) en prenant les droites $\mathcal{D}1$ et $\mathcal{D}2$ perpendiculaires <u>en A</u>.
Que constates-tu pour les droites $\mathcal{D}'1$ et $\mathcal{D}'2$?

RETENONS : La symétrie par rapport à une droite Δ transforme deux droites perpendiculaires en A en deux droites perpendiculaires en A'.
On dit que la symétrie conserve l'orthogonalité.

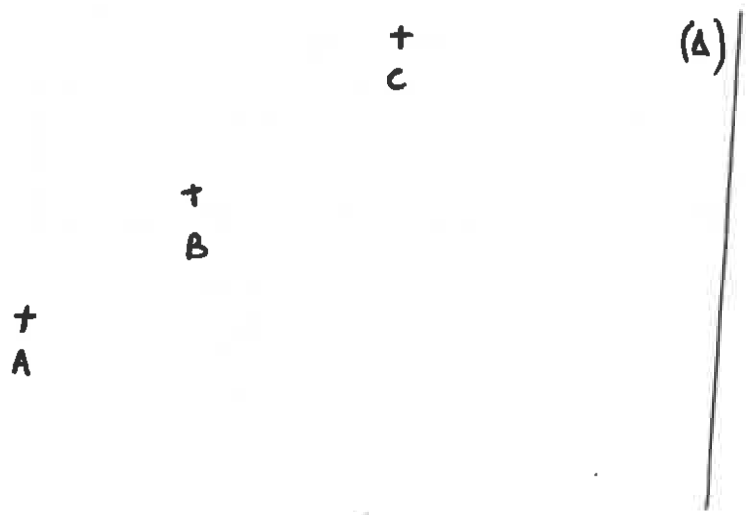
→ L'orthogonalité est la propriété " d'être perpendiculaire ".

Ex : Trace les symétriques des droites $\mathcal{D}1$ et $\mathcal{D}2$ dans chacun des cas.

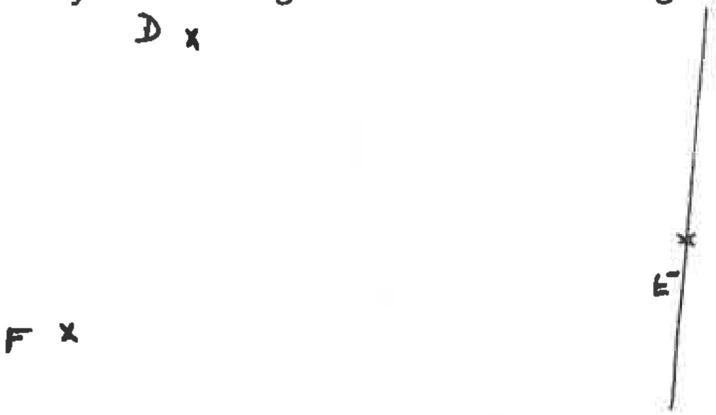




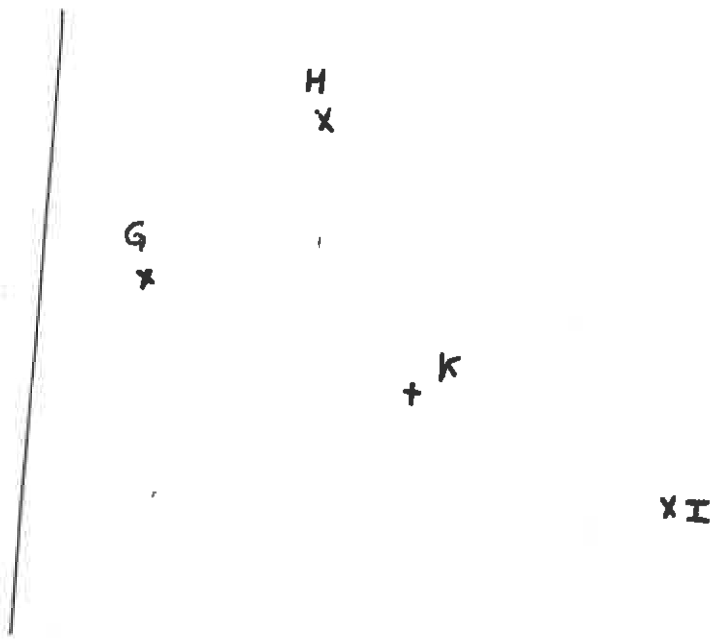
Test 1 : Construire les points A',B' et C' , images des points A,B et C dans la symétrie orthogonale d'axe (Δ) . Que constatez-vous ?



Construire les points D',E' et F' , images des points D,E et F dans la même symétrie orthogonale . Tracer le triangle (DEF) . Que constatez-vous ?

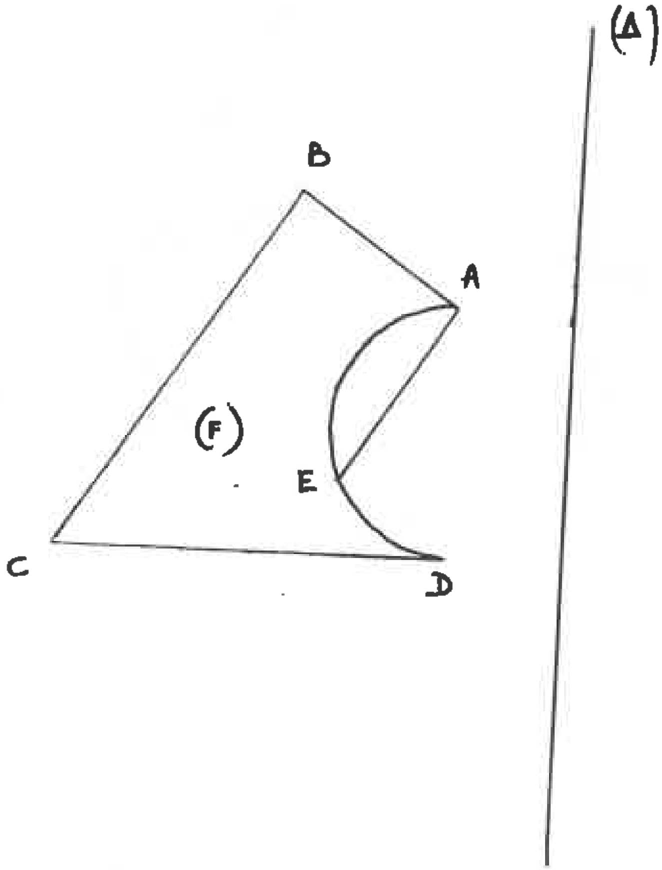


Construire de même les points G',H',I',J',K' et L'. Tracer le rectangle (GHIJ) ses diagonales et le cercle passant par ses sommets . Que constatez-vous ?

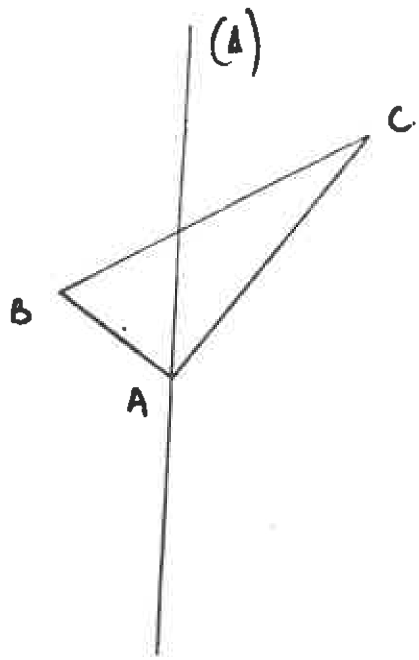


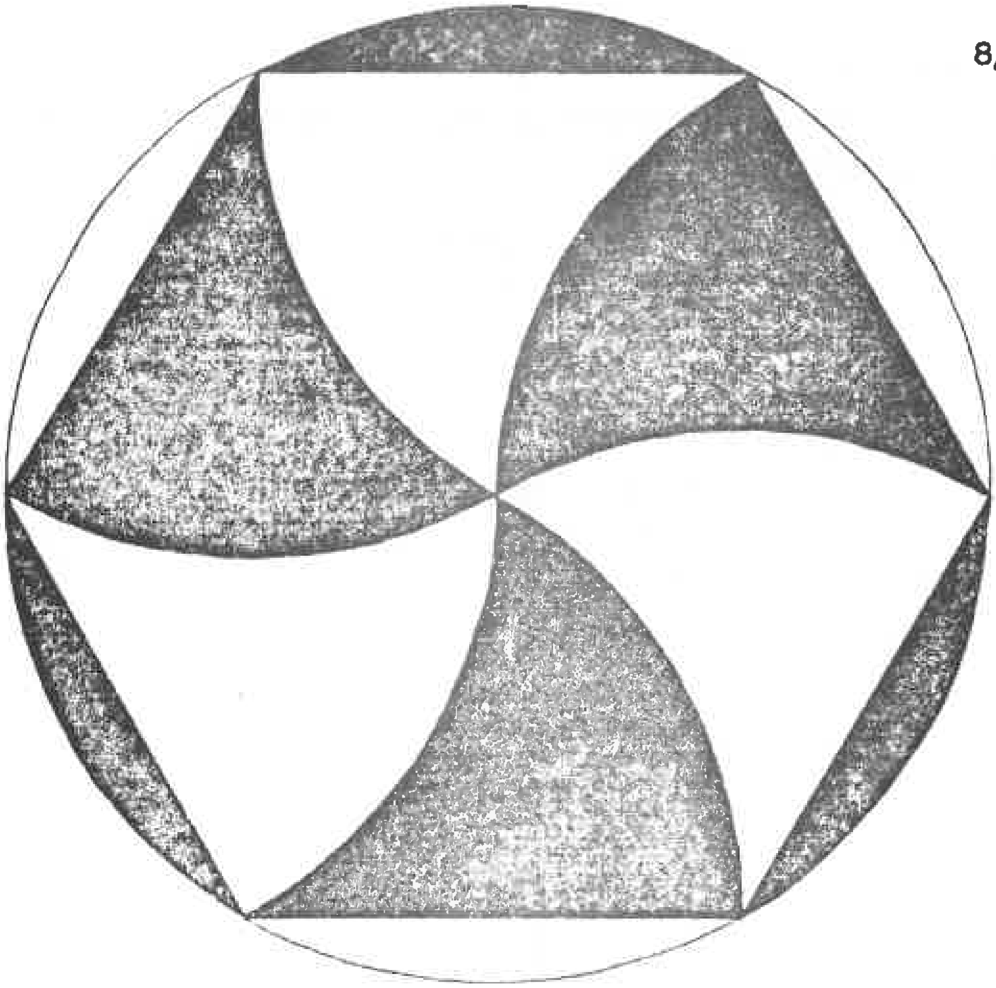
Test 2 : Constructions

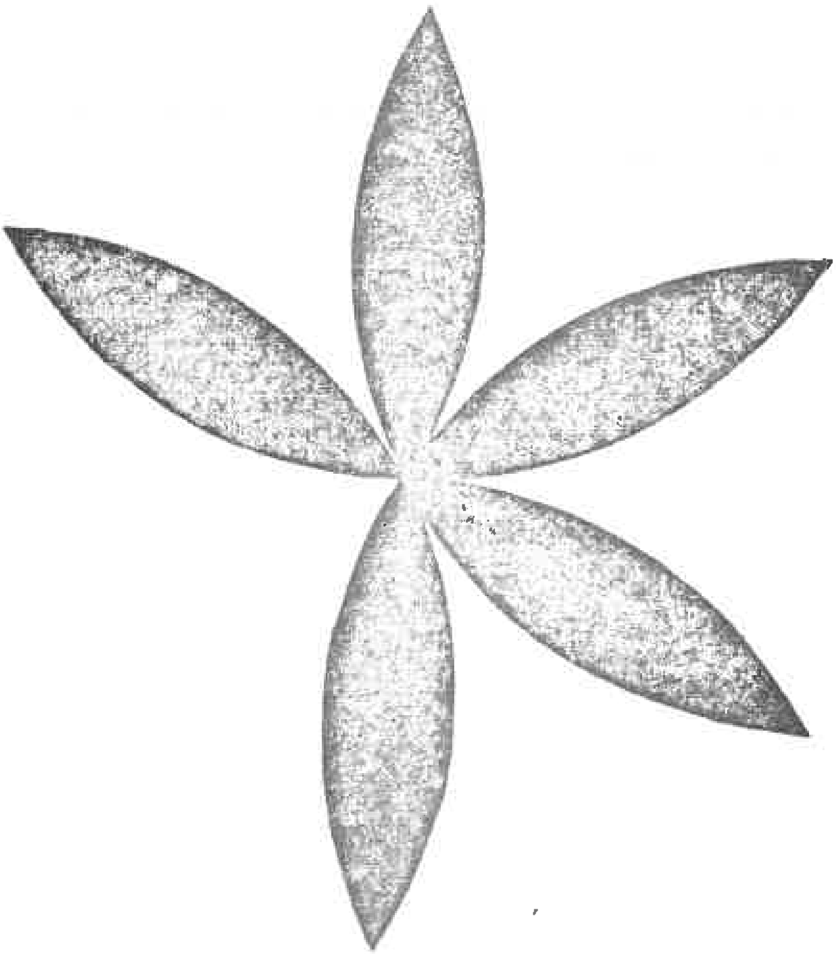
1) Construire la figure (F') , symétrique de la figure (F) dans la symétrie orthogonale d'axe (Δ) .



2) Construire de même le triangle (A'B'C') , symétrique du triangle (ABC) dans la symétrie orthogonale d'axe ( )

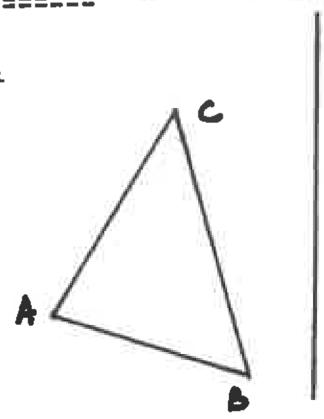






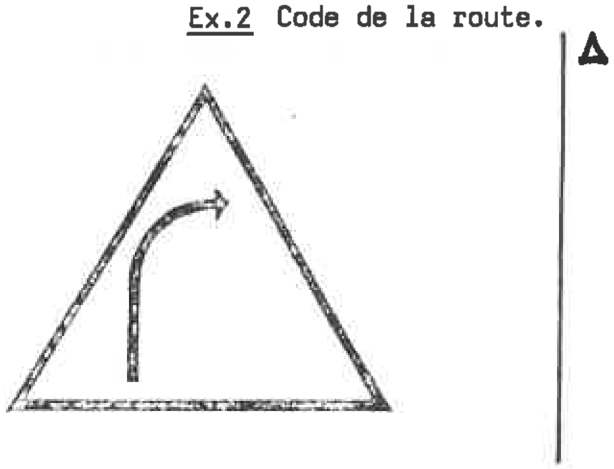
Activité V - Attention à l'orientation !

Ex.1



Reproduis cette figure sur ton cahier.
Construis le triangle (A',B',C') symétrique du triangle (A,B,C) par rapport à Δ.
Avec du papier calque, reproduis le triangle (A,B,C).
Essaie alors d'amener ton papier calque de façon à superposer tes triangles (A,B,C) et A',B',C') uniquement en glissant sur ta feuille. Est-ce possible ? Pourquoi ? Essaie d'expliquer ? Que faut-il faire pour y arriver ?

Ex.2 Code de la route.



Construis le symétrique du panneau précédent par rapport à Δ.
Que constates-tu ?

- On constate que la symétrie "retourne" les figures.
  On dit que la symétrie change l'orientation.

Activité VI - Construction d'une maison.

Complète la figure ci-dessous par symétrie.
Tu dois retrouver toutes les propriétés de la symétrie.

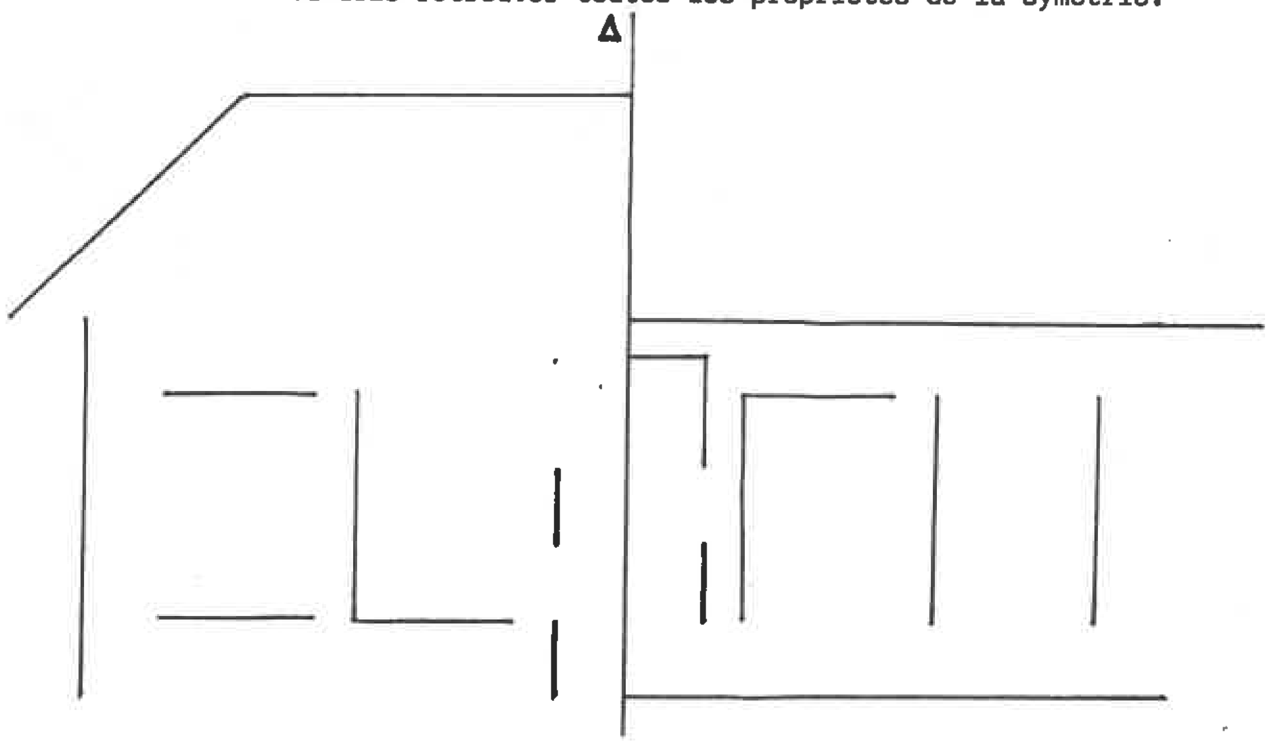
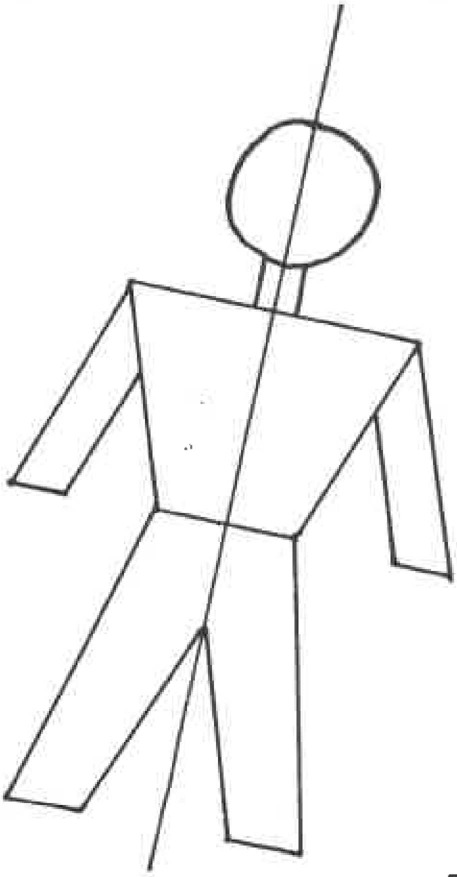


Figure ayant un axe de symétrie.

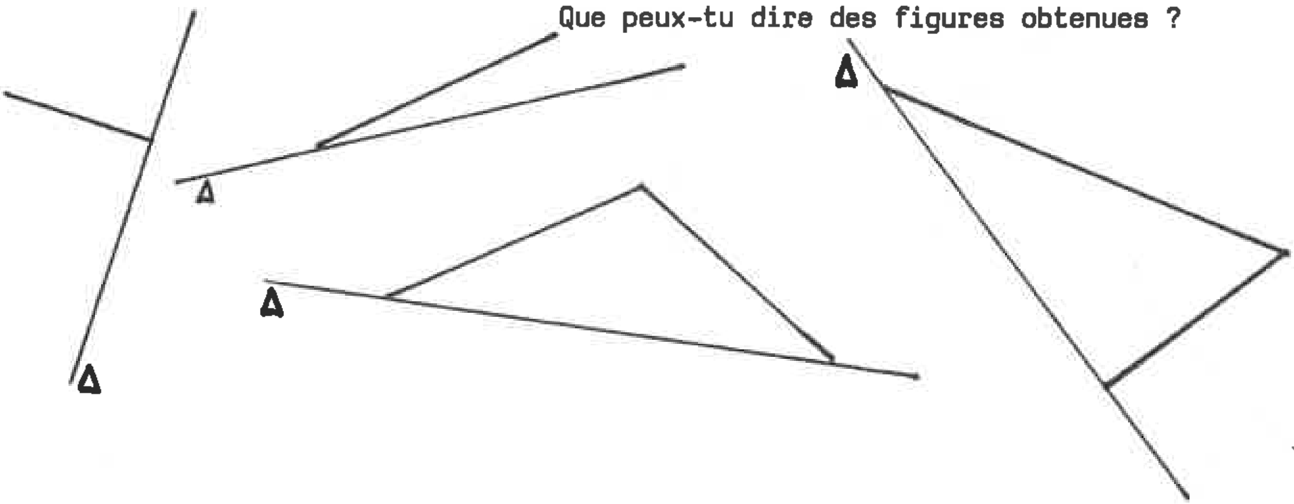
. Reproduis la figure $\mathcal{F}$ ci-dessous puis trace en rouge son image par la symétrie d'axe $\mathcal{D}$.



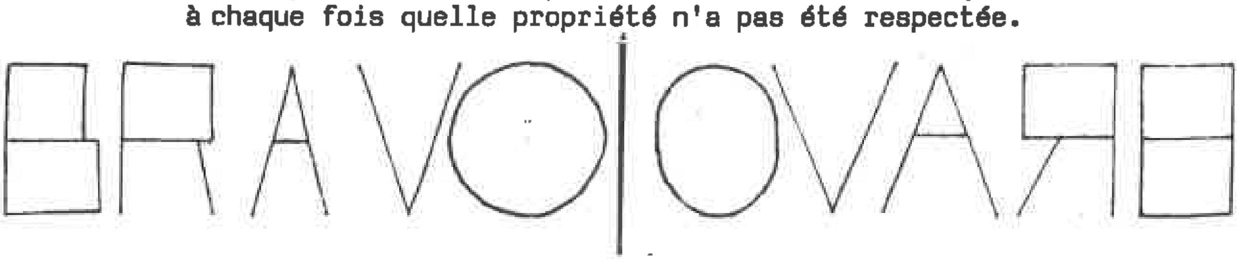
Que constates-tu ?
Complète l'égalité suivante :
$S_{\Delta}(\mathcal{F}) =$

RETENONS : On dit qu'une droite Δ est un axe de symétrie d'une figure $\mathcal{F}$ si l'image de $\mathcal{F}$ par la symétrie d'axe Δ est elle-même.

Reproduis les figures suivantes puis complète-les en effectuant la symétrie d'axe Δ.
Que peux-tu dire des figures obtenues ?



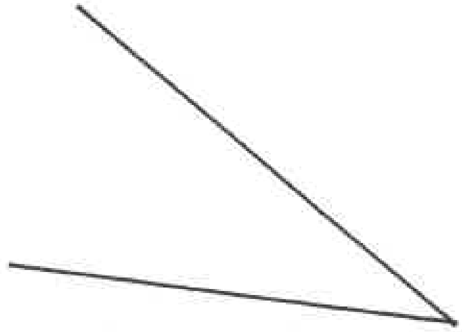
En traçant l'image du mot "bravo" par la symétrie d'axe Δ, Dominique a commis cinq erreurs. Retrouve-les en précisant à chaque fois quelle propriété n'a pas été respectée.



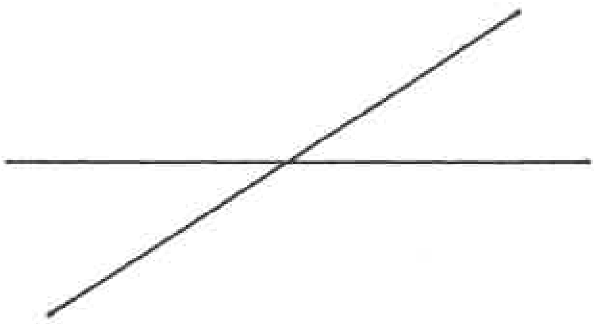
Axes de symétrie d'une figure : exemples.

Reproduis les figures suivantes, indique celles qui ont un ou plusieurs axes de symétrie en les traçant en rouge puis complète les phrases.

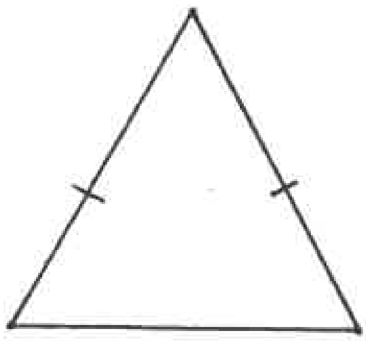
Un segment a ... axe ...
de symétrie



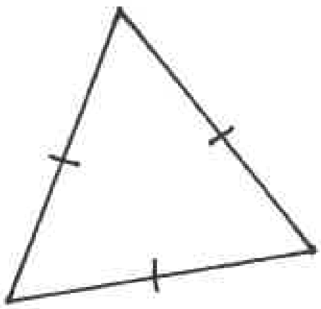
Un angle a au moins ... axe...
de symétrie



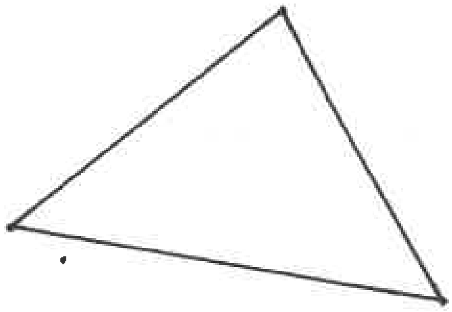
Deux droites sécantes ont
au moins ... axe.. de symétrie.



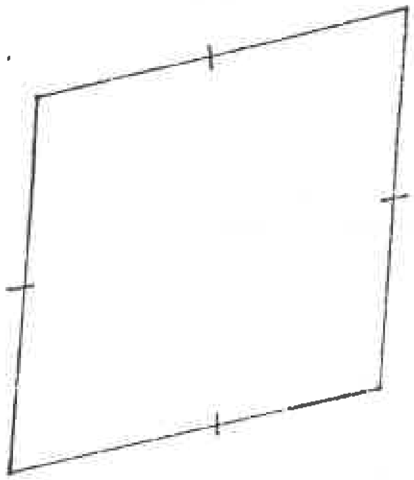
Un triangle isocèle a au moins
... axe... de symétrie.

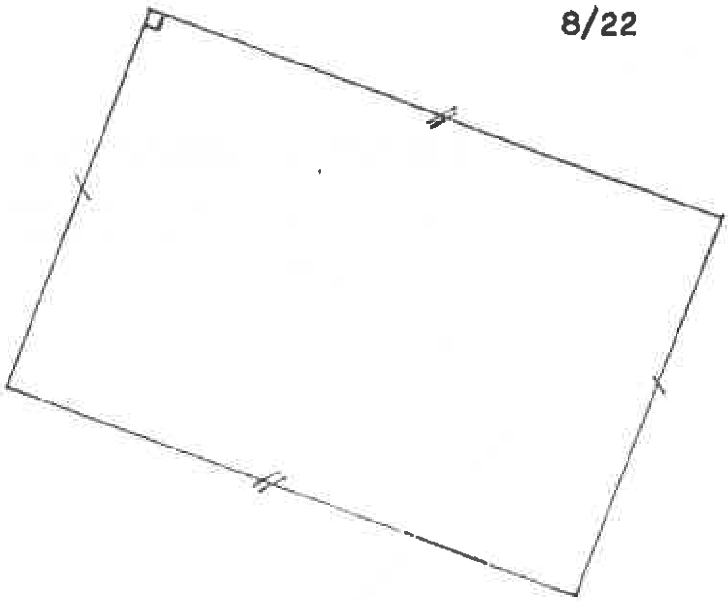


Un triangle équilatéral a
... axe... de symétrie.



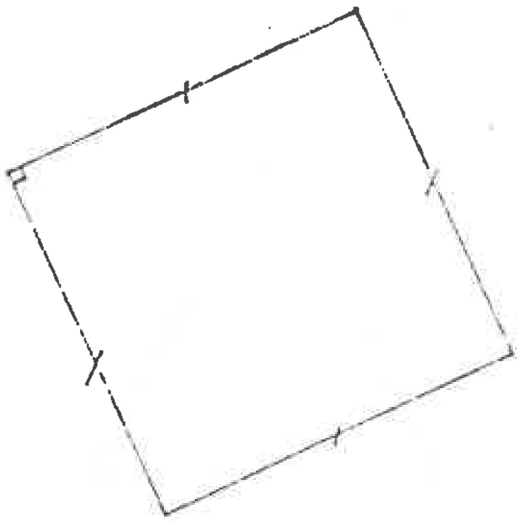
Un triangle "quelconque"
a ... axe... de symétrie.

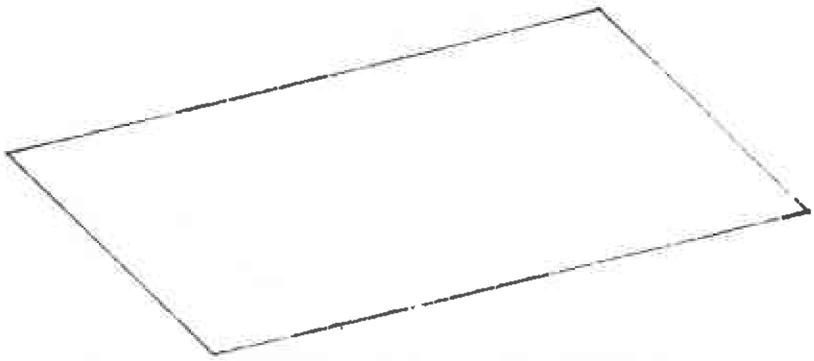




Un losange a au moins ...
axe.. de symétrie.

Un rectangle a au moins ...
axe... de symétrie.





Un carré a ... axe... de
symétrie.

Un parallélogramme "quelconque"
a ... axe.. de symétrie.

<u>RETENONS</u> : . Un segment a deux axes de symétrie : son support et sa médiatrice.

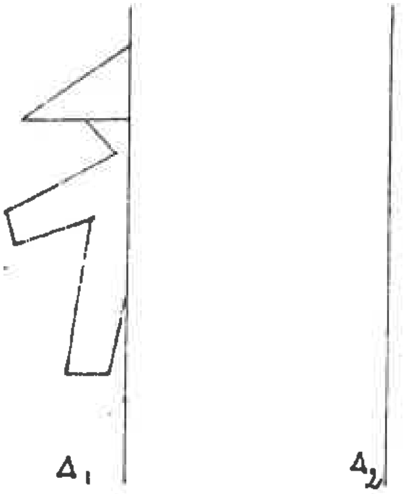
. Un angle a au moins un axe de symétrie : sa bissectrice. (S'il est plat, il en a deux).

. Un triangle isocèle a au moins un axe de symétrie qui est à la fois hauteur, médiatrice, bissectrice et médiane.
(S'il est équilatéral il en a trois.)

. Si un triangle a un axe de symétrie il est isocèle.

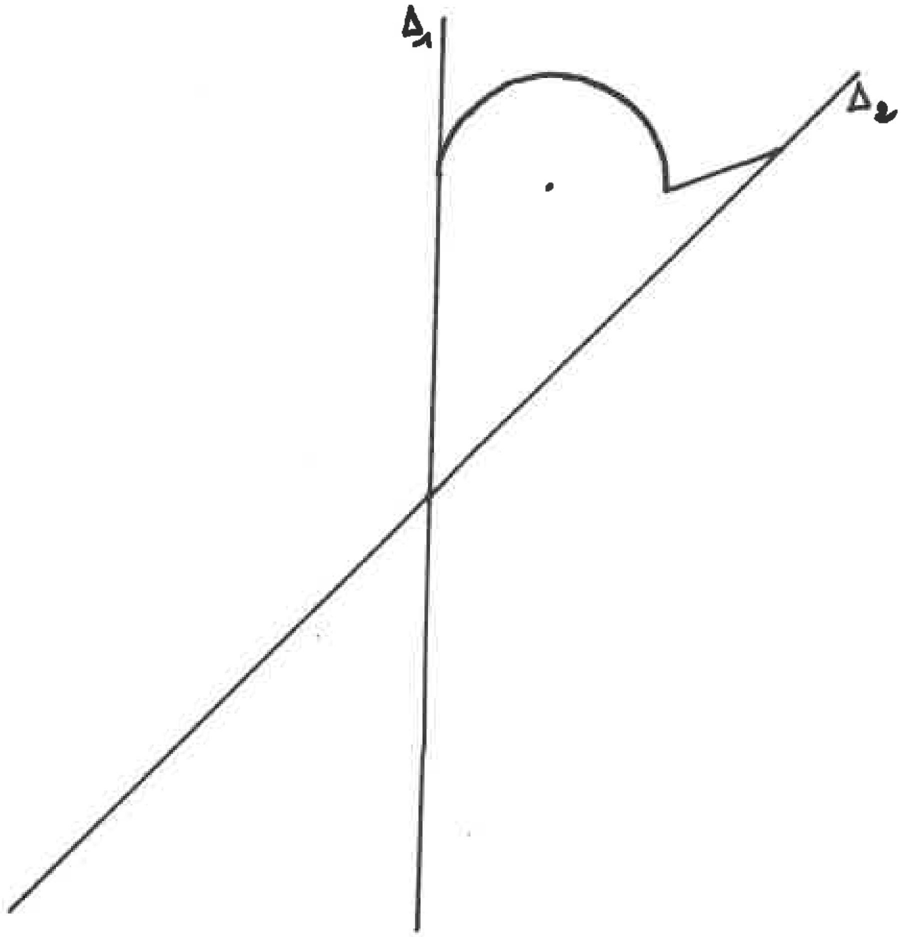
Deux symétries orthogonales :

. Trace l'image de la figure ci-dessous par la symétrie d'axe Δ1.



. Trace l'image de la figure obtenue par la symétrie d'axe Δ2.
. Trace l'image de la figure obtenue par la symétrie d'axe Δ1.
. Et ainsi de suite... (Il faut une grande feuille, n'est-ce pas)

. Même exercice avec la figure ci-dessous.



DOSSIER N° 8 CONTROLE

Exercice 1 : Sur la page 25, différentes lettres de l'alphabet ont été représentées. Trace leur(s) axe(s) de symétrie éventuel(s) .

Exercice 2 : Sur la page 25, différentes figures ont été représentées. Trace leur(s) axe(s) de symétrie éventuel(s).

Exercice 3 : Sur la page 25, trois figures ont été représentées. Construis l'axe de symétrie de chacune de ces trois figures .

Exercice 4 : Trace un triangle (A,B,C) rectangle en A tel que AB= 4cm et AC= 5cm . Soit Δ la médiatrice de [BC] . Trace le symétrique (A',B',C') du triangle (A,B,C) par rapport à Δ . Δ est-elle axe de symétrie du triangle (A,B,C) ?

Exercice 5 : Trace un rectangle (A,B,C,D) tel que AB= 5cm et BC= 4cm . Soit Δ = (AC). Trace le symétrique (A',B',C',D') de (A,B,C,D) par rap--port à Δ . Δ est-elle axe de symétrie du rectangle (A,B,C,D) ?

Exercice 6 : Trace un triangle (A,B,C) isocèle en A tel que AB= 5cm et BC= 4cm . Soit M le milieu de [AC] et Δ = (BM). Trace le symétrique (A',B',C') de (A,B,C) par rapport à Δ . Δ est-elle axe de symétrie du triangle (A,B,C) ?

Exercice 7 :

(A) Suis le programme de construction suivant :

1°) Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 5cm .
2°) Tracer 2 rayons perpendiculaires [OF] et [OM] .
3°) Tracer le cercle $\mathcal{C}'$ de diamètre [OM] . Appeler I son centre .
4°) Tracer le segment [IF] ; il coupe en G le cercle $\mathcal{C}'$.
5°) Tracer le cercle de centre F et de rayon FG .
6°) Ce cercle coupe $\mathcal{C}$ en A et B .
7°) Le cercle de centre B et de rayon AB recoupe $\mathcal{C}$ en C .
8°) Le cercle de centre C et de rayon AB recoupe $\mathcal{C}$ en D .
9°) Le cercle de centre D et de rayon AB recoupe $\mathcal{C}$ en E .

Si les tracés sont bien faits , (A,B,C,D,E) est un pentagone régulier .

(B) Trace ses axes de symétrie . Combien y en a-t-il ?

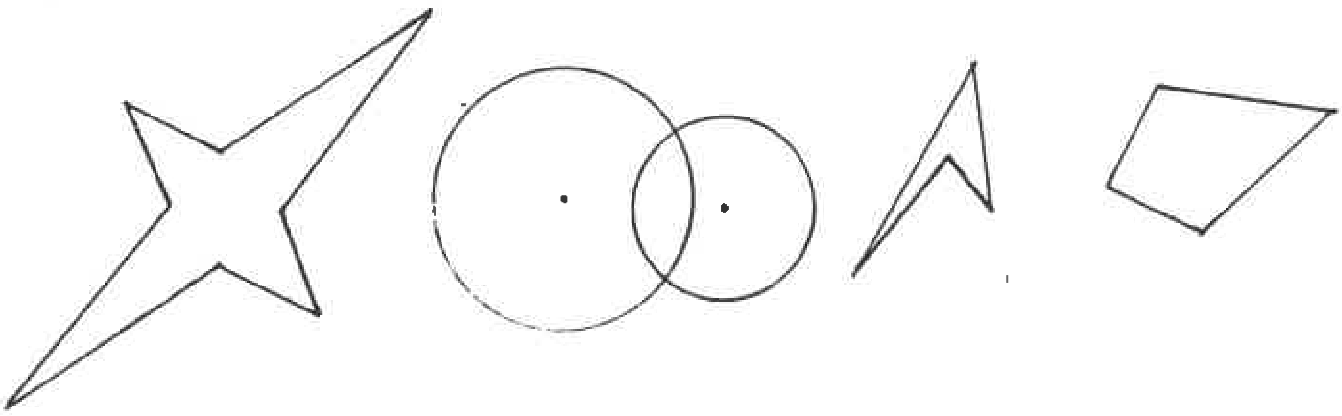
++++++++++++

Nom et prénom:.................................... Classe :.........

Exercice 1:

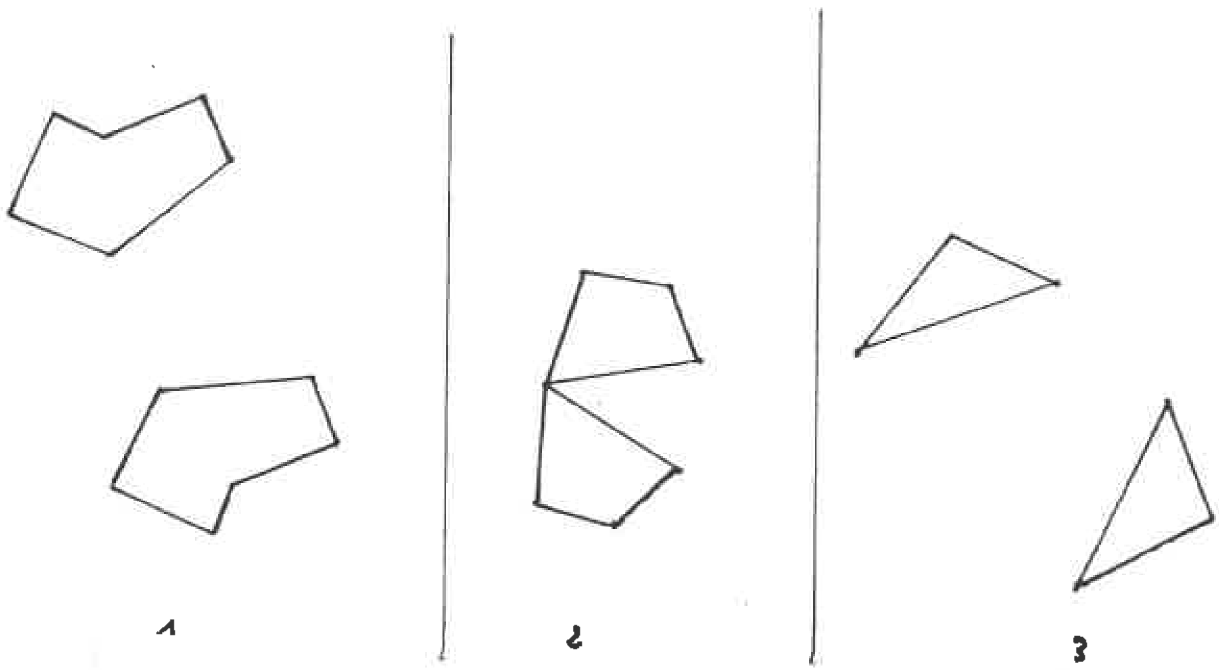
M A F E Y P X Z

Exercice 2 :



1 2 3 4

Exercice 3 :



1 2 3

MATHEMATIQUES 6ème / 5ème
Année scolaire 1985-1986

DOSSIER N° 9

TITRE : EQUATIONS

[illegible] :

Technique des 4 opérations

[illegible] :

6$^{\text{ème}}$: en partant de tickets de caisse incomplets, trouver le nombre manquant d'une somme, d'une différence ou d'un produit. Approche de la technique de résolution d'une équation.

5$^{\text{ème}}$: Résolution des équations dans $\mathbb{D}$.

Réalisé par : Pierre BISSEY
Alain BOUTONNET
Jean-Claude DUPERRET (animateur IREM)
Alain FINET (animateur IREM)
Gérard PAPA
Jean-Paul VICTORY

COLLEGE Albert CAMUS , 11 rue Mirabeau 10600 LA CHAPELLE ST LUC

Dossier 9 : EQUATIONS

I ADDITIONNER, SOUSTRAIRE, MULTIPLIER OU DIVISER ?

Pour chacun de ces quatre tickets de caisse, il est possible de trouver le nombre qui manque.

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

CREMERIE 4,95
CHARCUT. LS 12,55
TOTAL $\boxed{\quad}$ *
ESPECE 17,50

05.12.84 17:04 0821 0000015 040001
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENTOT

$4,95 + 12,55 = \boxed{\quad}$

$4,95 + 12,55 = 17,50$

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

5 LAIT 1.PRIX 2,77 $\boxed{\quad}$
TOTAL 13,85 *
ESPECE 13,85

05.12.84 16:36 0780 0000015 040001
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENTO

$5 \times 2,77 = \boxed{\quad}$

$5 \times 2,77 = 13,85$

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

COUTURE 4,65
CREMERIE $\boxed{\quad}$
TOTAL 11,40 *
ESPECE 11,40

05.12.84 16:14 0741 0000015 040001
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENTOT

$4,65 + \boxed{\quad} = 11,40$

$11,40 - 4,65 = \boxed{\quad}$

$11,40 - 4,65 = 6,75$

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

6 LAIT U.H.T. $\boxed{\quad}$ 20,88
6 BADOIT 125CL 2,45 14,70
BADOIT 125CL 2,45
JOLIGRAIN 11 4,2
CONSIGNE 075
JOLIGRAIN 1
CONSI

$6 \times \boxed{\quad} = 20,88$

$20,88 : 6 = \boxed{\quad}$

$20,88 : 6 = 3,48$

II EXERCICE 1

Ces tickets de caisse sont incomplets.

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

A

CHEMISE NUIT		115,50
EPICERIE		17,60
HYGIEN-BEAUT		18,90
BEURRE		5,94
BOUCHER. PDS		15,74
BOUCHERIE LS		12,50
SUPRANIS		59,90
EPICERIE		2,40
HYGIEN-BEAUT		4,35
HYGIEN-BEAUT		3,35
EPICERIE		7,85
	TOTAL	* *
	CHEQUE	

05.12.84 16:05 7134 0000007 04000
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A B

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

B

DECORATION		13,50
DECORATION		
LIVRE		20,25
	TOTAL	63,95 *
	ESPECE	63,95

05.12.84 16:35 7148 0000007 040002
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENTOT

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

C

SALLE BAINS		48,50
SALLE BAINS		26,20
SALLE BAINS		93,00
	TOTAL	167,70 *
	ESPECE	217,70
	RENDU	

01.12.84 16:38 6843 0000011 06 001
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENTOT

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

D

POIREAUX		5,90
CHARCUT. LS		
CAMENBERT		6,75
CREMERIE		10,95
CAVE		16,80
COTES BLAYE		5,40
CONSIGNE 090		0,90
COTES BLAYE		5,40
CONSIGNE 090		0,90
ORANGE F 2K		11,00
EPICERIE		6,95
CHARCUT. LS		13,03
EPICERIE		15,10
	TOTAL	120,03 *
	ESPECE	120,03

06.12.84 10:38 4864 0000014 050003
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENTOT

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

E

CLEMENTIN 2K		11,90
EPICERIE		6,25
EPICERIE		6,25
	TOTAL	*
	ESPECE	
	RENDU	0,60

05.12.84 14:04 8509 0000002 03 002
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENTOT

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LU

F

6 LAIT U.H.T.	3,48	20,88
6 BADOIT 125CL	2,45	
BADOIT 125CL		2,45
JOLIGRAIN 11		4,25
CONSIGNE 075		0,75
TOTAL		*
CHEQUE		

05.12.84 16:33 7147 0000007 040002
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENT

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

G

SODA LUT		
CONSIGNE 100		
	TOTAL	2,95 *
	ESPECE	2,95

05.12.84 15:35 0689 0000015 040001
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENTOT

Tu vas trouver les nombres qui manquent en présentant les résultats de la façon suivante :

Ticket	Rubrique	Nombre
A,	Total Chèque	... ...
B	Décoration	...
C	Rendu	...
D	Charcut. LS	...
E	Total Espèce	... ...
F	Badoit 125CL Total Chèque	... ...
G	Soda Lut Consigne 100	... ...

III EXERCICE 2

Recopie puis complète les trois factures suivantes :

Article	Quantité	Prix à l'unité	Montant
pochette de feutres	2	12,50	...
crayon papier	3	1,00	...
classeur	5	7,50	...
petit dictionnaire illustré	1	175,50	...
		Total	...

Désignation	Montant
Loyer	...
Electricité	20,62
Entretien intérieur	29,37
Entretien extérieur	18,88
Droit de bail	12,19
Ordures ménagères	12,23
Chauffage	269,67
Eau froide	15,85
Eau chaude	125,52
Total à régler : 991,74	

articles	quantité	prix	montant
livres	1	32,99F	...
cahiers	12	2,60F les 3	...
boîtes de crayons	15	5,45F les 5	...
classeurs	4	9,75F pièce	...
paquets de feuilles	...	12,00F pièce	...
		Total	134,74F

IV EXERCICE 3

Trouve le nombre qui manque puis recopie et complète les phrases suivantes :

$\boxed{}$ + 55 = 100 Le nombre qui ajouté à 55 donne 100 est $\boxed{}$

63 + $\boxed{}$ = 100 Le nombre ...

$\boxed{}$ x 2 = 100 Le nombre qui multiplié par 2 donne 100 est $\boxed{}$

15 + $\boxed{}$ = 165 ...

15 x $\boxed{}$ = 165 ...

$\boxed{}$ x 11 = 165 ...

Sans effectuer de calculs, trouve le nombre qui manque puis recopie et complète les égalités suivantes :

34,6 + 82,5 = 117,1	23 x 17 = 391	32 x 71 = 2 272
82,5 + $\square$ = 117,1	17 x 23 = $\square$	71 x 32 = $\square$
117,1 - 82,5 = $\square$	391 : 17 = $\square$	2 272 : 71 = $\square$
117,1 - $\square$ = 82,5	391 : 23 = $\square$	2 272 : 32 = $\square$

Trouve le nombre y dans chacun des cas suivants :

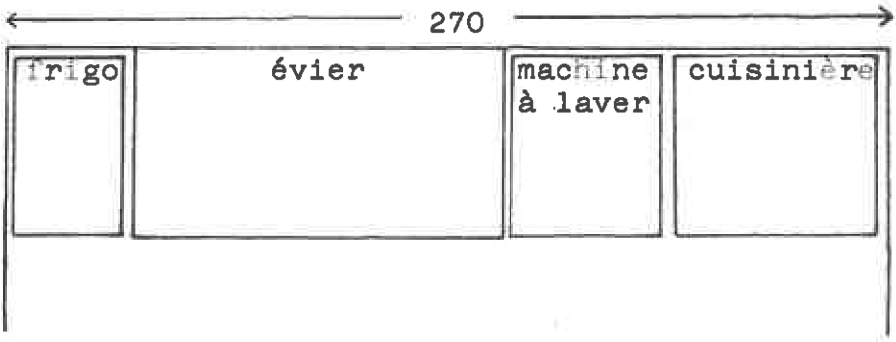
5 x y = 55	y x 9 = 63	10 x y = 100
y x 10 = 1	y x 10 = 16,5	165 x y = 16,5

Complète les opérations suivantes :

```
  1 2 . 4          . 4 5            . 6 .
+   . 6 5      + 1 . .          x   . 3
---------      -------          -------
  . 9 9 .        4 . .            1 3 . .
                                3 7 . .
                                -------
                                . . . . 9
```

V **EXERCICE 4**

Une famille loue un appartement dont la cuisine est équipée d'un réfrigérateur de 46 cm de large et d'un évier de 120 cm.
Il s'agit d'équiper ce mur de la cuisine d'une machine à laver et d'une cuisinière. Voici le plan prévu :



Entre deux appareils ou entre un appareil et le mur ou entre un appareil et l'évier, on prévoit de laisser un espace de 2 cm au moins.

1) Le réfrigérateur et l'évier doivent occuper le minimum de place. Quelle est alors la largeur occupée ?

2) Quelle est la largeur disponible à droite de l'évier ?

3) Un catalogue propose le choix de modèles suivants :

Machine à laver	
Modèle	Largeur
a	40
b	43
c	46
d	49
e	59

Cuisinière	
Modèle	Largeur
f	45
g	52
h	60

4) Peut-on installer les modèles a et f ? Justifie la réponse. Pense à tenir compte des espacements.

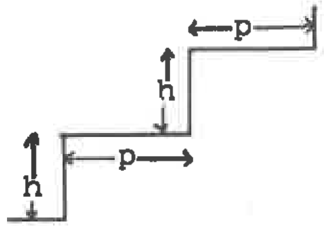
VI EXERCICE 5

La hauteur et la profondeur des marches d'un "bon escalier" sont déterminées précisément.

Le double de la hauteur plus la profondeur font 64 cm.

On peut traduire cette règle, h désignant la hauteur et p la profondeur, par :

$$2 \times h + p = 64$$



1) Contrôle cela chez toi.

2) Sachant que la hauteur d'une marche est au maximum de 25 cm, quelle est alors la profondeur "idéale" ?

Recopie et complète ce tableau :

h	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
p	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..

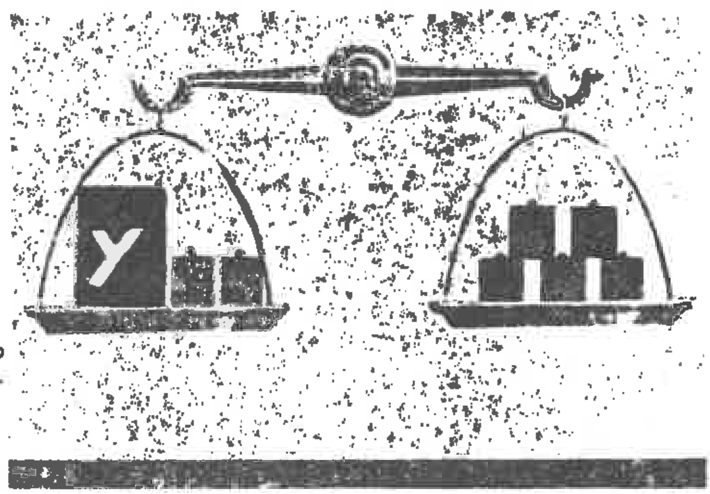
3) Un escalier de 17 marches mène à l'étage situé 255 cm au dessus.

a) Quelle est la hauteur d'une marche ?

b) Quelle est la profondeur ?

VII Il est question d'équilibre !

1) Une brique Y, posée sur un plateau de la balance avec deux poids d'un kilogramme, est équilibrée par cinq poids d'un kilogramme.

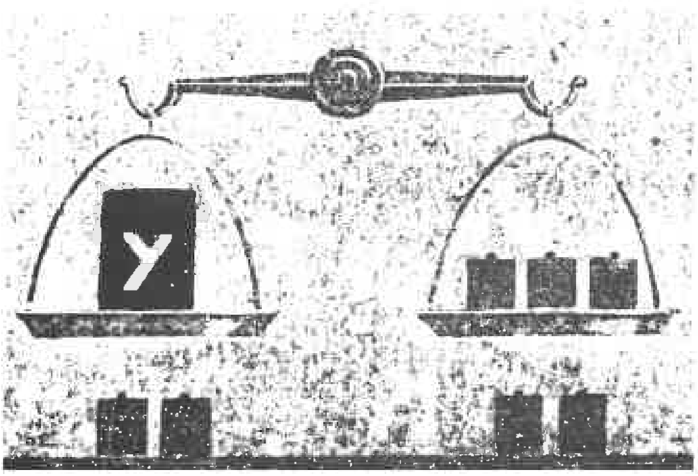


Tu peux traduire cet équilibre par l'équation :

$$Y + 2 = 5$$

Quel est le poids de la brique ?

Voici une méthode pour t'aider à trouver la solution.



Si tu enlèves deux poids de chacun des plateaux de la balance, tu obtiens un nouvel équilibre.

Tu peux traduire cet équilibre par l'équation :

$$Y = 3$$

<u>La brique pèse 3 kg.</u>

2) <u>Exercice 1</u>

Une brique, posée sur un plateau d'une balance, est équilibrée par une demi-brique plus un kilogramme, posés sur l'autre plateau.

Combien pèse la demi-brique ?

Combien pèse la brique ?

3) <u>Exercice 2</u>

Une brique est équilibrée par les trois quarts d'une brique plus un kilogramme.

Combien pèse un quart de brique ?

Combien pèse une brique ?

4) <u>Exercice 3</u>

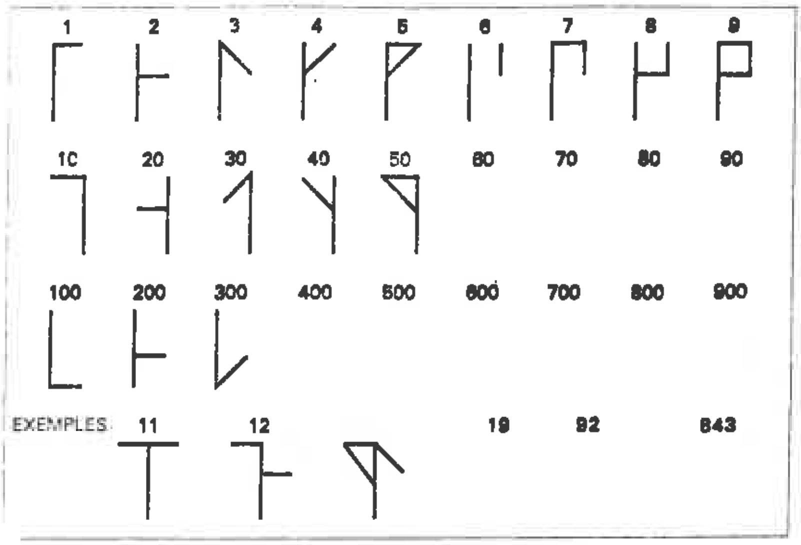
Mêmes questions si la brique est équilibrée par les trois quarts d'une brique plus les trois quarts d'un kilogramme.

5) <u>Exercice 4</u>

Un vase et une casserole vides pèsent respectivement 250 et 470 grammes.

Comment faut-il répartir un litre d'eau entre ces deux récipients pour obtenir des masses totales égales ?
Rappel : un litre d'eau pèse 1 000 grammes.

Recopie et complète ce tableau de numérotation au Moyen âge :



DOSSIER "EQUATIONS" CONTROLE

EXERCICE 1

Indique les nombres qui manquent sur ces étiquettes en précisant la rubrique.

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

A

EPICERIE	9,10	
CREMERIE	4,85	
EPICERIE	3,80	
EPICERIE	2,35	
CAMENBERT	6,75	
CLEMENTIN 2K	11,90	
WELKIS P.CAS	4,95	
LIMONADE	1,91	
CONSIGNE 100	1,00	
SIROP TEISSE	10,80	
TOTAL	57,41	*
DECONSIGNE	8,25-	
TOTAL	$\boxed{}$	*
ESPECE	$\boxed{}$	

05.12.84 10:22 0013 0000008 010001
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENTOT

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

B

EQUIP AUTO	9,90	
EQUIP AUTO	29,95	
ELECTRICITE	7,30	
ELECTRICITE	9,20	
ELECTRICITE	12,00	
EQUIP AUTO	9,90	
TOTAL	$\boxed{}$	*
ESPECE	100,00	
RENDU	$\boxed{}$	

05.12.84 15:07 2812 0000009 02 002
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENTOT

VOTRE HYPERMARCHE DE LA CHAPELLE S.LUC

C

DECORATION	$\boxed{}$	
DECORATION	30,20	
LIVRE	20,25	
TOTAL	63,95	*
ESPECE	63,95	

05.12.84 16:35 7148 0000007 040002
VOUS REMERCIE DE VOS ACHATS. A BIENTOT

EXERCICE 2

Complète la facture suivante après l'avoir recopiée :

Articles	Quantité	Prix unitaire	Montant
pantalons	10	234,50	...
chemises	24	68,20	...
cravates	18	...	...
		Total	4 614,50

EXERCICE 3

a) Sans effectuer de calculs, trouve le nombre qui manque puis recopie et complète les égalités suivantes :

$36 \times 178 = 6\,408$

$178 \times \boxed{} = 6\,408$

$6\,408 : 178 = \boxed{}$

$6\,408 : 36 = \boxed{}$

b) puis complète cette multiplication :

```
      3 . 6 .
          . 7
    ---------
    . . 9 . .
  . . . . 4
  -----------
  1 . . . . 6
```

EXERCICE 4

a) Combien mesure un ruban si sa longueur est de 3 mètres plus la moitié de sa propre longueur ?

b) Combien mesure un ruban si sa longueur est de 2 mètres plus les deux tiers de sa propre longueur ?

EXERCICE 5 Nous vieillissons ensemble !

Une mère de famille âgée de 35 ans a un enfant de 11 ans.
A quel âge aura-t-elle le double de l'âge de son fils ?

MATHEMATIQUES 6ème/ 5ème
Année scolaire 1985-1986

DOSSIER N° 10

TITRE : ANGLES - MESURE D'UN ANGLE

PREREQUIS :

* Savoir utiliser :
  . Règle . compas . équerre

* technique opératoire :
  . Multiplication
  . Division

OBJECTIFS :

* Savoir reconnaître, mesurer, reporter un angle
* construction et définition de la bissectrice d'un angle
* Différents types d'angles
* Reconnaître les triangles rectangle, isocèle équilatéral et leurs propriétés particulières
* Rappel de la proportionnalité
* Conversion degrés ↔ grades

Réalisé par : Pierre BISSEY
Alain BOUTONNET
Jean-Claude DUPERRET (animateur IREM)
Alain FINET (animateur IREM)
Gérard PAPA
Jean-Paul VICTORY

COLLEGE Albert CAMUS , 11 rue Mirabeau 10600 LA CHAPELLE ST LUC

DOSSIER n° 10

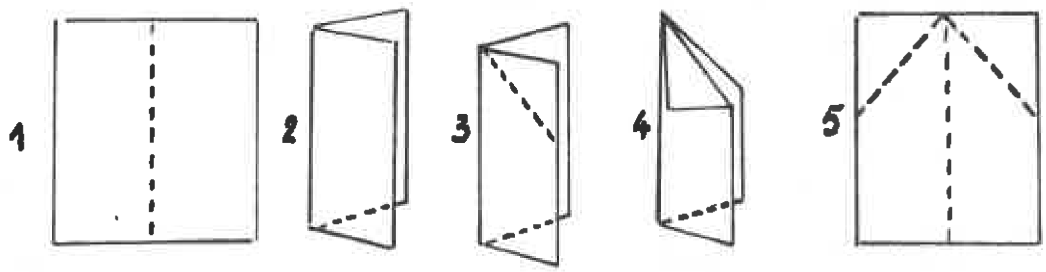
ANGLES - MESURE D'UN ANGLE

I. <u>ACTIVITE</u>

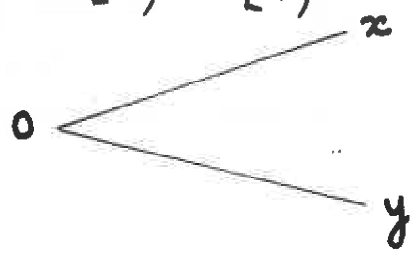
<u>Matériel</u> : calque , équerre , crayons de couleur feuilles blanches papier machine (2)

1. Tu as peut-être déjà essayé de confectionner une flèche en papier pour la faire voler .
Prends une feuille de brouillon et plie-la de façon à obtenir la pointe de la flèche . Pose maintenant ta feuille à plat devant toi .
Tu viens de construire <u>un angle</u> .

La pointe de la flèche est le <u>sommet</u> de l'angle . Les bords de la flèche sont des demi- droites de même origine (sommet de l'angle) : nous les appellerons <u>côtés</u> de l'angle .

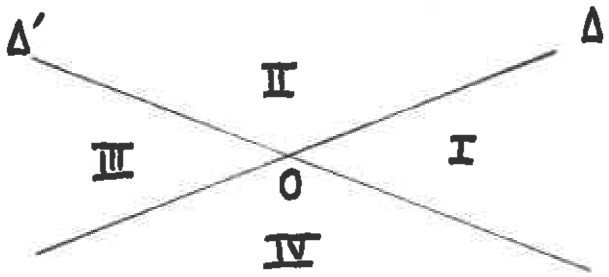


Dessine un tel angle sur ta feuille de classeur . Il faut maintenant lui donner un nom . Il suffit pour celà de nommer le sommet O et les côtés $[Ox)$ et $[Oy)$.



on écrit $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$
on lit " angle xOy ou angle yOx "

2. Trace deux droites sécantes en O que tu appelleras Δ et Δ'
Combien d'angles déterminent - elles ?
Nous allons numéroter ces angles de la droite vers la gauche .
Calque l'angle I et essaye de le comparer à l'un des trois autres angles . Que peux-tu dire ?
Calque l'angle II . Procède comme précédemment . Que peux-tu dire ?
Les angles I et III sont appelés <u>angles opposés par le sommet</u> .
De même les angles II et IV .

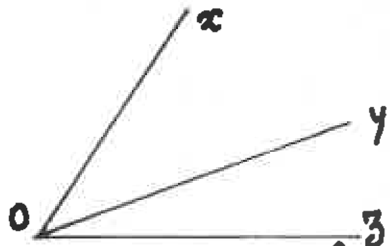


3. Sur ta feuille , trace deux demi-droites de même origine $[Ox)$ et $[Oy)$.
Dans ce cas , combien d'angles obtiens-tu ? (Réfléchis bien !)
Colorie en vert la partie intérieure aux demi-droites et en rouge la partie extérieure .

- la partie verte est <u>l'angle saillant</u> $\widehat{xOy}$
- la partie rouge est <u>l'angle rentrant</u> $\widehat{xOy}$

Tu peux remarquer que dans le plan , à tout angle saillant correspond un angle rentrant .
Indique ce qui te permet de les distinguer .
Par la suite , si rien n'a été précisé , on considèrera toujours l'angle saillant que l'on peut d'ailleurs marquer comme ci-dessous :

On notera cet angle $\widehat{xOy}$ ou plus simplement $\widehat{O}$. Mais attention cette simplification ne sera pas toujours possible !
Exemple :



Sur cette figure , l'angle $\widehat{O}$ désigne-t-il seulement l'angle $\widehat{xOy}$?
Explique .

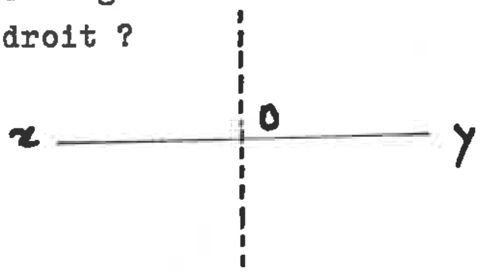
> **RETENONS** : Dans le plan , deux demi-droites distinctes de même origine déterminent deux angles : un saillant et un rentrant .

III. DIFFERENTS TYPES D'ANGLES :

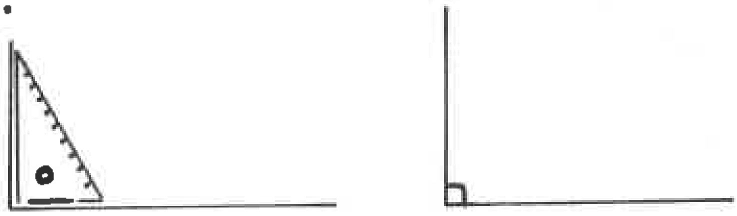
1. Sur ta feuille , trace une droite (xy) et marque un point O sur cette droite . Combien d'angles forment les demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$?
Quelle particularité ont-ils ? Colorie en jaune l'un de ces angles .
Cet angle formé par deux demi-droites opposées est un angle plat .

2. Sur un quart de feuille de papier , trace un angle plat $\widehat{xOy}$.
Plie ensuite la feuille de façon que les deux côtés de l'angle $[Ox)$ et $[Oy)$ coïncident . Déplie la feuille ; que vois-tu ?

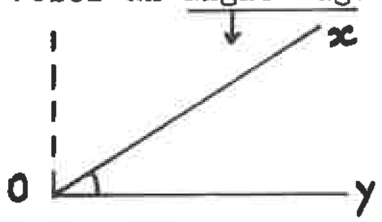
Tu as obtenu quatre angles droits . Peux-tu préciser la position des 2 côtés d'un angle droit ?

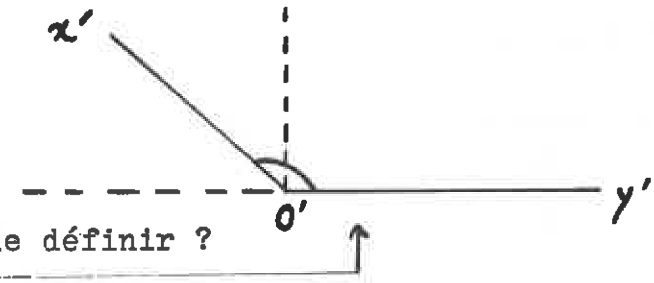


Dessine un angle droit avec ton equerre . Pour le préciser , on marque au sommet un petit carré .



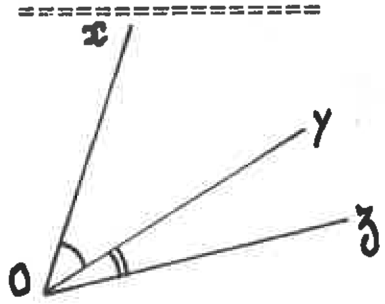
3. Voici un angle aigu . Peux-tu le définir ?





Voici un angle obtus . Peux-tu le définir ?

IV. ANGLES ADJACENTS :



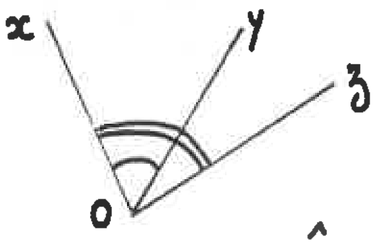
Considérons les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ de la figure ci-contre . Ces 2 angles ont :

- même sommet O
- un côté commun [Oy)

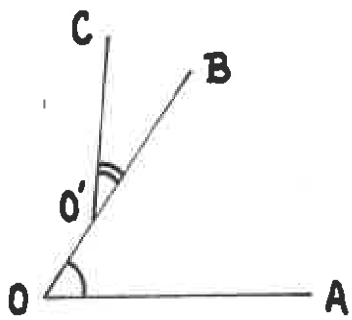
et ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun .

On dit alors que les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ sont adjacents .

Examine les figures suivantes :



Les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{xOz}$ sont-ils adjacents ? Pourquoi ?

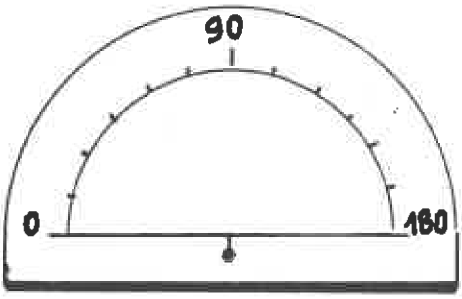


Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BO'C}$ sont-ils adjacents ? Pourquoi ?

Sur ton classeur dessine les angles adjacents $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ et note au-dessous la définition de 2 angles adjacents :

" Deux angles sont adjacents s'ils ...... "

V. MESURE D'UN ANGLE : usage du rapporteur



Observe ton rapporteur ; il représente un demi-cercle gradué . Le centre du rapporteur correspond au centre du cercle . En général , il porte une double graduation :

* en degrés (°) de 0 à 180
* en grades (gr) de 0 à 200

Par la suite nous n'utiliserons que la graduation en degrés .

1. Comment mesurer un angle ?

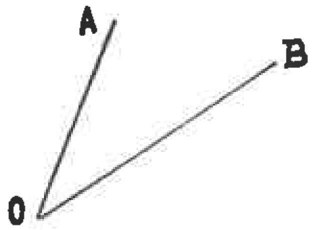


fig 1

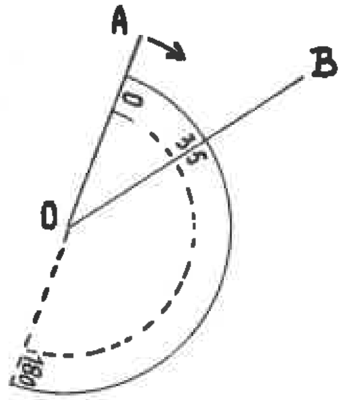


fig 2

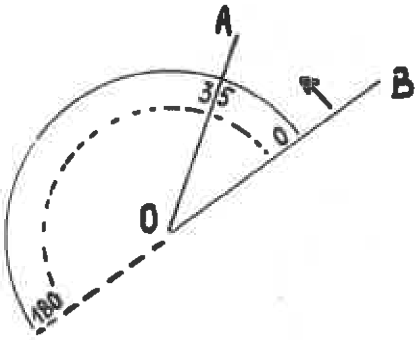
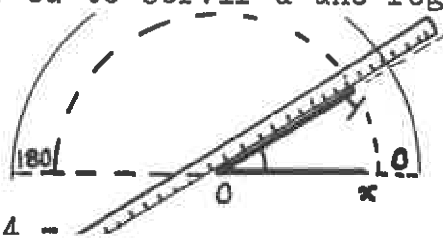


fig 3

Le centre du rapporteur se place au sommet de l'angle , la partie arrondie du rapporteur vers l'intérieur de l'angle . Un côté de l'angle coïncide avec le plat du rapporteur (fig 2) . On lit la graduation à partir du zéro (0) à la sortie de l'autre côté de l'angle . Si le côté [OB) (fig 2) ou [OA) (fig 3) est en face de la graduation 35 , on dit que la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ est 35 degrés et on note

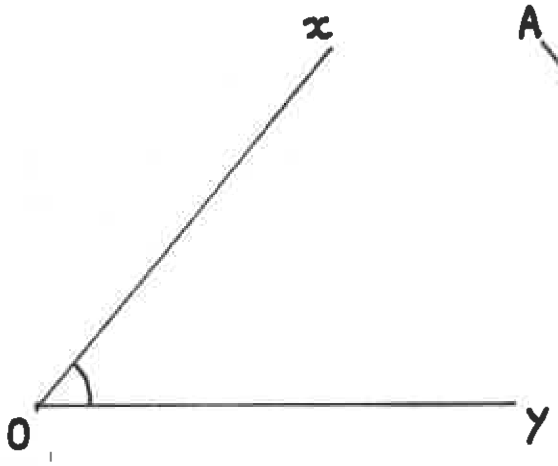
$$\widehat{AOB} = 35°$$

Si ton rapporteur est trop grand par rapport aux côtés de l'angle , tu n'auras qu'à les prolonger ou te servir d'une règle comme ci-dessous :

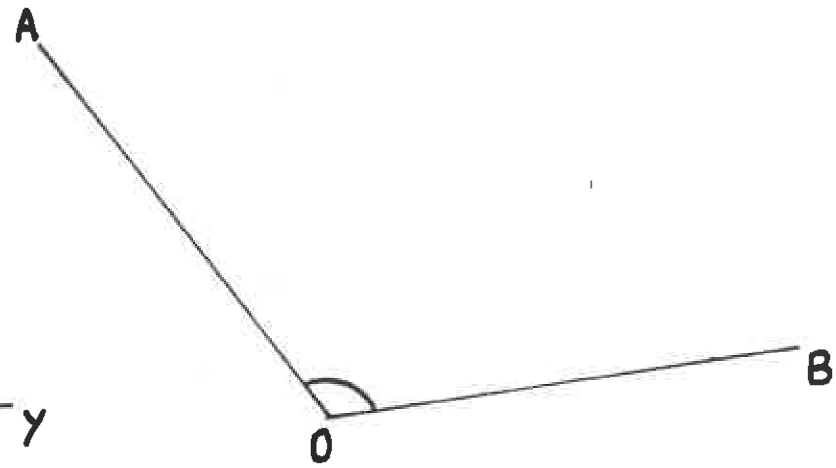


2. Applications : (tu conserveras cette feuille dans ton dossier)

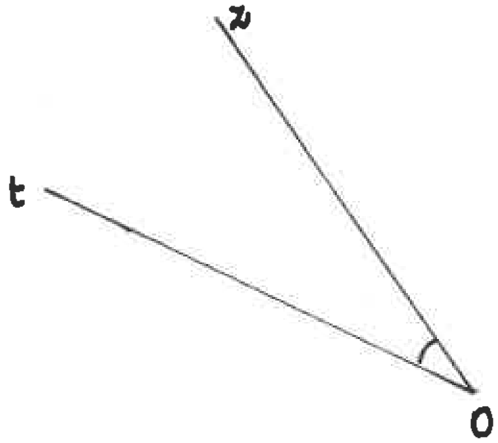
Voici plusieurs angles . Tu vas les mesurer avec ton rapporteur et noter au-dessous les résultats :



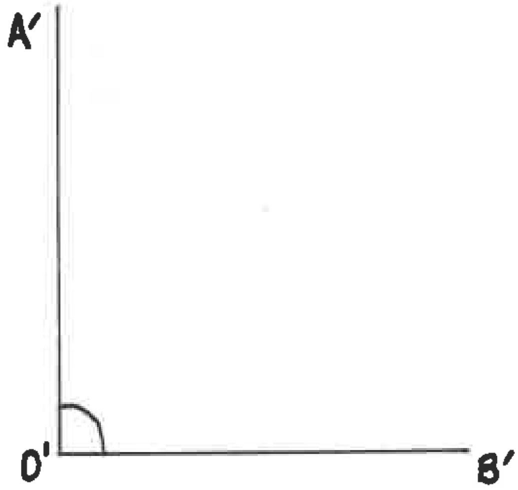
$\widehat{xOy}$ =



$\widehat{AOB}$ =

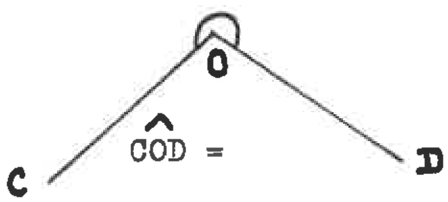


$\widehat{tOz}$ =

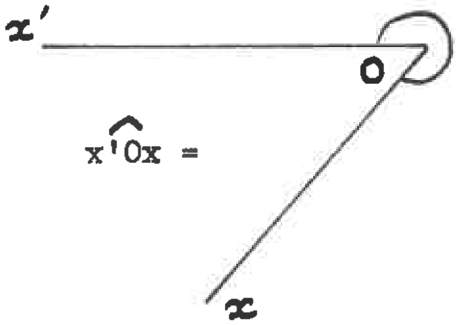


$\widehat{A'O'B'}$ =

Attention ! Nous allons mesurer des angles rentrants maintenant :



$\widehat{COD}$ =

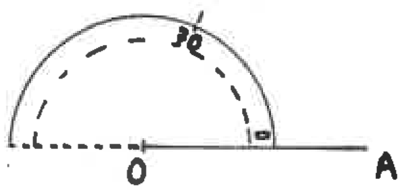


$\widehat{x'Ox}$ =

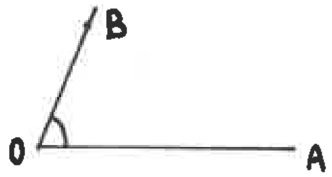
Tu sais mesurer un angle , saurais-tu construire un angle connaissant sa mesure ?
Exemple : construire l'angle $\widehat{AOB} = 70°$

a) je trace d'abord un des côtés de l'angle ([OA) par exemple)

b) je place ensuite le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle $\widehat{O}$ (le zéro de la graduation doit coïncider avec le côté [OA)).



c) je repère la graduation 70° sur le rapporteur et je marque un petit trait en face .



d) je joins le sommet O au point de repère et j'obtiens le côté [OB).

En utilisant cette méthode de construction , tu vas sur une feuille de ton classeur , construire les angles suivants :

<u>Exercice</u> : construire

a) $\widehat{x'Ax} = 37°$ $\widehat{y'By} = 77°$ $\widehat{z'Cz} = 137°$ $\widehat{t'Dt} = 177°$

b) $\widehat{ABC} = 200°$ $\widehat{CDE} = 300°$ $\widehat{EFG} = 270°$

c) $\widehat{A'B'C'} = 90°$. Que remarques-tu ?

d) $\widehat{D'E'F'} = 180°$. Que remarques-tu ?

e) $\widehat{BAC} = 360°$. Que peux-tu dire de cet angle ? Cet angle est appelé <u>angle plein</u> .

f) Saurais-tu définir <u>l'angle nul</u> ?

g) Comment pourrais-tu définir plus exactement que tu ne l'as fait p.3 un angle aigu et un angle obtus ?

... $<$ angle aigu $<$ ... ; ... $<$ angle obtus $<$ ...

VI. REPORT D'UN ANGLE DE MESURE DONNEE

On te donne l'angle $\widehat{xOy} = 50°$ et on te demande de construire l'angle $\widehat{x'O'y'}$ de même mesure .

Tu peux bien sûr le construire avec ton rapporteur . Il existe une autre méthode de construction :

* avec ton compas à partir de O trace un arc de cercle qui coupe $[Ox)$ et $[Oy)$ en P et Q (fig 1)

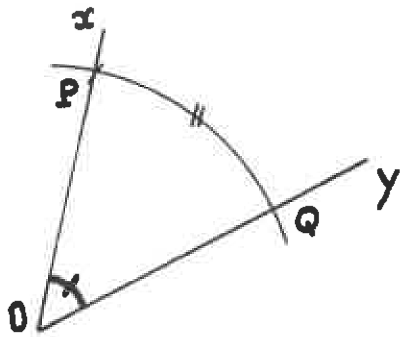


fig 1

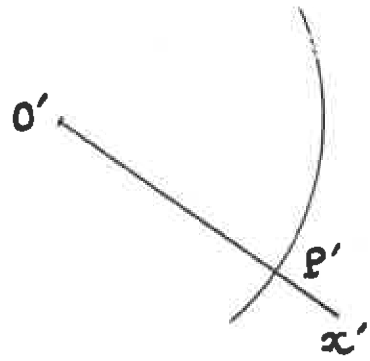


fig 2

* trace une demi-droite $[O'x')$. A partir de O' trace un arc de cercle de même rayon que le précédent qui coupe $[O'x')$ en P' (fig 2)
* avec ton compas mesure l'écartement PQ et à partir de P' reporte cette distance qui coupe l'arc de cercle en Q' (fig 3)

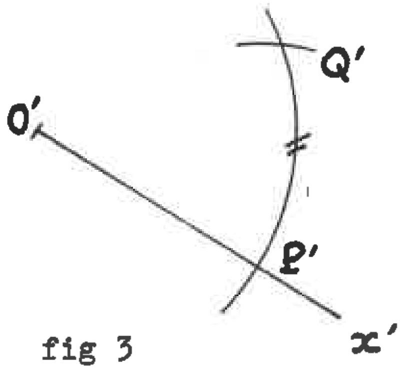


fig 3

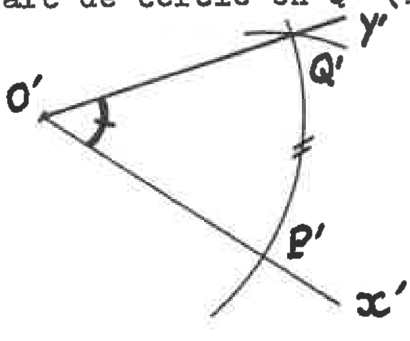


fig 4

* trace la demi-droite $[O'Q')$: c'est le deuxième côté de l'angle $\widehat{x'O'y'}$. les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{x'O'y'}$ ont la même mesure 50° .

  Vérifie avec ton rapporteur .

Application : Sur ton classeur construis un angle $\widehat{ABC} = 80°$ avec ton rapporteur . En utilisant la méthode indiquée plus haut , construis un angle $\widehat{A'B'C'}$ de même mesure que $\widehat{ABC}$.

AMUSONS-NOUS AVEC LE VOISIN ! sur feuille libre

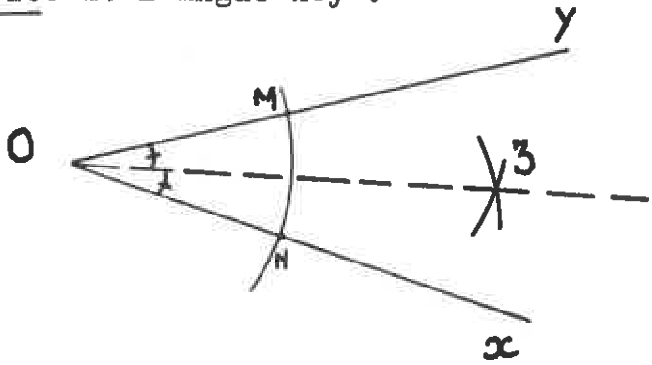
a) je dessine un angle et je lui demande de le mesurer

b) je donne la mesure del'angle $\widehat{xOy}$ et je lui demande de le construire

c) je trace un angle et je lui demande de construire un angle de même mesure en utilisant seulement la règle et le compas .

VII. BISSECTRICE D'UN ANGLE :

construction : trace sur ton classeur un angle $\widehat{xOy}$.
A partir du sommet O avec ton compas trace un arc de cercle qui coupe les côtés de l'angle en M et N . A partir de ces 2 points et en gardant la même ouverture de compas trace 2 arcs de cercle à l'intérieur de l'angle $\widehat{xOy}$. Tu obtiens un point d'intersection de ces 2 arcs que tu appelleras z . Joins alors le sommet au point z . La demi-droite $[Oz)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

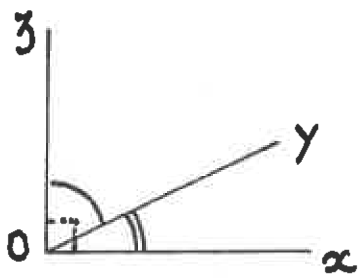


Avec ton rapporteur , mesure les angles $\widehat{xOz}$ et $\widehat{yOz}$ (sois précis) .
Qu'en penses-tu ? Que peux-tu donc écrire ?
Quelle position occupent les angles $\widehat{xOz}$ et $\widehat{yOz}$?
Pourrais-tu donner une définition de la bissectrice d'un angle ?
" la bissectrice d'un angle est ...."

Notons cette définition sur le classeur .

VIII. ANGLES COMPLEMENTAIRES - ANGLES SUPPLEMENTAIRES :

a) Considérons les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ de cette figure . Sont-ils adjacents ?
Avec ton rapporteur , mesure chacun de ces angles et additionne ces mesures
$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} =$ ... + ... = ...
Que remarques-tu ?



On dit que les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ sont Complémentaires .
Pourrais-tu donner la définition de 2 angles complémentaires ?
" Deux angles sont complémentaires .... "

Notons cette définition sur le classeur .

b) Considérons les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ de cette figure . Sont-ils adjacents ? Avec ton rapporteur, mesure chacun de ces angles et additionne ces mesures

$\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = ... + ... = ...$

Que remarques-tu ? Quelle est la nature de l'angle $\widehat{AOC}$?

On dit que les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont supplémentaires .

Pourrais-tu donner la définition de 2 angles supplémentaires ?

" Deux angles sont supplémentaires .... "

Notons cette définition sur le classeur .

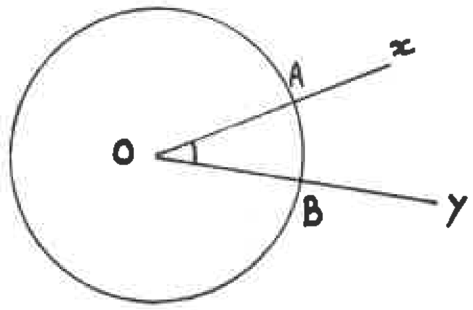
FAIRE TEST n°1 p 9 bis

IX . RELATION ENTRE ANGLE ET ARC DE CERCLE :

Trace un cercle de centre O et de rayon r . A partir de O trace 2 demi-droites distinctes $[Ox)$ et $[Oy)$ formant un angle aigu .

Les 2 côtés de l'angle $\widehat{xOy}$ coupent le cercle en A et B . L'angle $\widehat{xOy}$ est appelé angle au centre parce qu'il a son sommet au centre du cercle. Cet angle au centre intercepte l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$. Ainsi à chaque angle au centre correspond un arc de cercle .

Tu as déjà vu cette représentation dans un précédent dossier .



On peut donc utiliser le cercle ou le disque pour représenter les pourcentages : c'est un autre diagramme possible .

Exemple : Dans une classe , 45% des élèves font de l'anglais , 40% de l'allemand , 15% de l'espagnol . Représente ces données dans un diagramme circulaire .

l'angle plein mesurant 360° ,il te suffit d'utiliser la proportionnalité :

360	100
x	45

anglais

360	100
y	40

allemand

360	100
z	15

espagnol

x = 162° y = 144° z = 54°

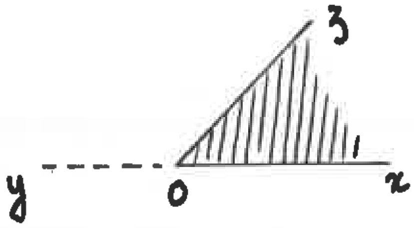
Vérifie si la somme des mesures d'angles trouvées est 360° .

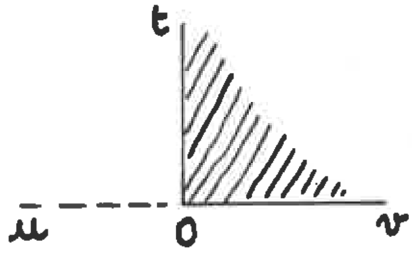
Il ne te reste plus qu'à construire un cercle et les angles au centre correspondants à 162° , 144° et 54° .

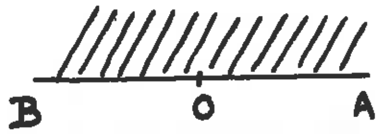
On peut aussi , pour résoudre ce problème utiliser seulement un

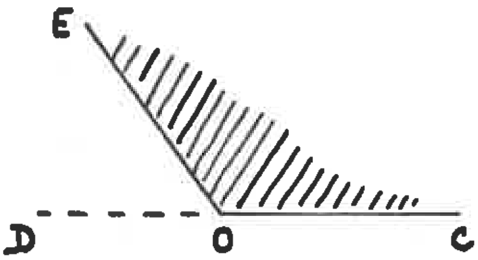
TEST n°1 DOSSIER n°10

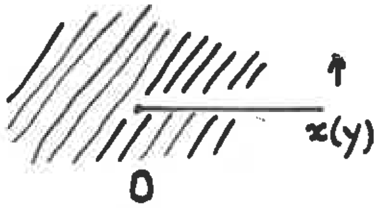
Exercice 1 : Reproduis ces figures et nomme les angles hâchurés . Indique s'il s'agit d'un angle aigu , obtus , droit , plat , plein , nul :



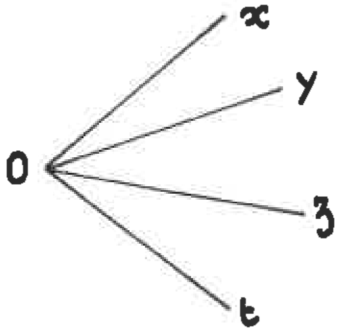








Exercice 2: Observe le dessin et indique si les angles nommés sont ou non adjacents :



$\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$?
$\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOt}$?
$\widehat{xOy}$ et $\widehat{xOz}$?
$\widehat{yOz}$ et $\widehat{xOt}$?
$\widehat{xOz}$ et $\widehat{yOt}$?
$\widehat{yOz}$ et $\widehat{yOt}$?

Exerciee 3: Trace deux angles adjacents $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ tels que $\widehat{xOy} = 28°$ et $\widehat{yOz} = 45°$.

Exercice 4: Trace un angle $\widehat{xOy} = 60°$. Trace la bissectrice [Oz) de cet angle. Quelles sont les mesures des angles $\widehat{xOz}$ et $\widehat{yOz}$? Ecris-le .

Exercice 5: On te donne un angle de 37°.

a) Quel est son complémentaire ? son supplémentaire ?

b) mêmes questions pour un angle donné de 13° ? de 90°? de 121°?

Exercice 6: Avec ton rapporteur construis les angles suivants :

$\widehat{xOy} = 54°$ $\widehat{tOz} = 138°$ $\widehat{ABC} = 17°$ $\widehat{DEF} = 240°$ $\widehat{GHI} = 275°$

demi-cercle .

les calculs deviennent :

180	100
x	45

anglais

180	100
y	40

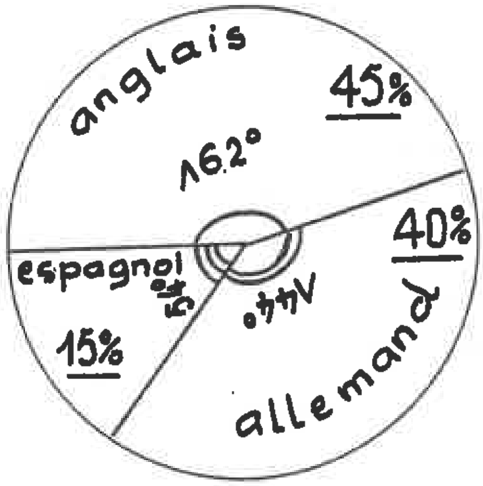
allemand

180	100
z	15

espagnol

x = 81°   y = 72°   z= 27°

diagramme circulaire →



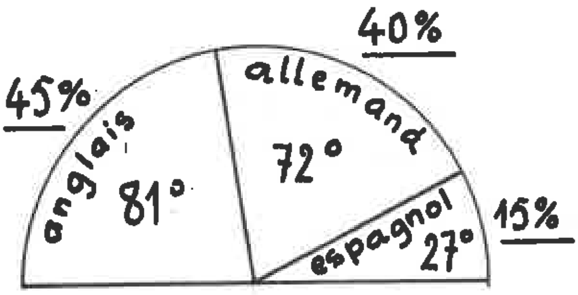


diagramme semi-circulaire

Exercice 1: Dans un collège , 60% des élèves sont pour le maintien des devoirs à la maison , 15% sont pour la suppression de ces devoirs . Les autres ne se sont pas prononcés . Quel est leur pourcentage ? Représente ce sondage dans un " fromage " semi-circulaire .

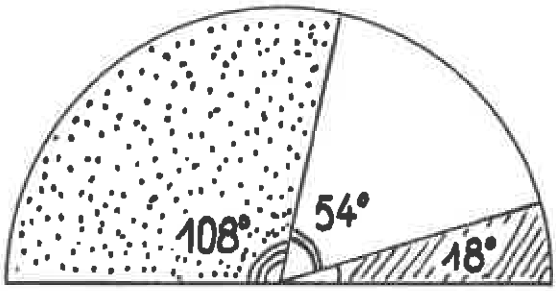
Exercice 2: Une société agricole dispose de 2520 hectares de terre . 37,5% de cette superficie sont ensemencés en blé , 25% en maïs , 20% en orge , 12,5% en colza , 3% en tournesol et 2% en luzerne . Représente ces ensemencements sur un diagramme circulaire . Tu noteras à l'intérieur de chaque " portion de fromage " ou secteur circulaire la nature de la production et la superficie en hectares .

Exercice 3: Au collège Albert CAMUS , la direction a organisé une enquête auprès des élèves qui mangent à la cantine . Elle a affiché sous le préau les résultats de cette enquête . Les voici :

légende   OUI   NON   SANS OPINION

Question posée : Es-tu satisfait de ce que tu manges à la cantine ?

diagramme semi-circulaire



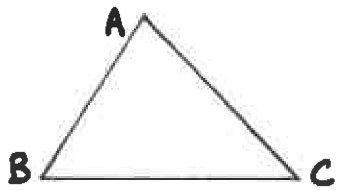
Sachant que 450 élèves ont répondu à cette enquête , tu voudras bien indiquer :

a) Combien d'élèves ont répondu qu'ils étaient satisfaits
b) Combien d'élèves ont répondu qu'ils n'étaient pas satisfaits
c) Combien d'élèves se sont abstenus de répondre par oui ou non

Peux-tu indiquer dans chaque cas le pourcentage ?

X. TRIANGLES - ANGLES DU TRIANGLE :

1. Définition : 3 points A,B,C non alignés déterminent un triangle que l'on note (A,B,C) ou tout simplement ABC .



Les points A,B et C sont les sommets du triangle
les segments [AB] , [AC] , [BC] sont les côtés du triangle
les angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{CBA}$, $\widehat{ACB}$ ou plus simplement $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, sont les angles du triangle .

Construction : dessine un triangle connaissant la longueur de ses 3 côtés . On donne AB = 5cm AC = 6cm BC = 7cm .

On commence par tracer le côté le plus grand [BC]. Puis avec le compas on trace à partir de B un arc de cercle de rayon 5cm et à partir de C un arc de cercle de rayon 6cm (du même côté de [BC]). Les 2 arcs de cercle se coupent en A . On joint les points B et C au point A.

Si BC = 6cm , AB = 2cm , AC = 3 cm , essaie de construire ce triangle! Qu'en penses-tu ?

2. <u>Somme des angles d'un triangle</u> :

<u>Activité</u> : (sur une demi-feuille de papier)

- Construis à nouveau le triangle ABC tel que AB = 5cm , AC = 6cm , BC = 7cm.
- Marque les sommets à l'intérieur du triangle et colorie en partie les angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ du triangle . (fig 1)
- Découpe ensuite ton triangle suivant les pointillés comme sur la figure . (fig 2)
- Trace un angle plat $\widehat{xOy}$.
- Dispose les 3 angles $\widehat{A}$,$\widehat{B}$,$\widehat{C}$ en faisant coïncider les sommets avec le point O et les côtés en suivant à partir de [Ox) ou [Oy). Les 3 angles sont ainsi juxtaposés autour de O d'un même côté de la droite (xy). (fig 3)

Que constates-tu ?

Quel que soit le triangle donné , ce résultat est toujours vérifié .

Peux-tu l'énoncer ?

" Dans un triangle ..... "

Note ce résultat sur ton classeur .

Comment pourrais-tu vérifier ce résultat ?

Construis sur ton classeur un triangle quelconque ABC . Mesure les angles du triangle avec un rapporteur . (sois très précis)

additionne ces mesures : $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} =$ ....

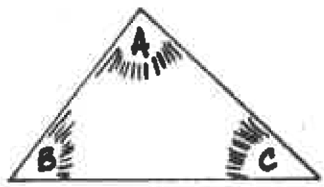


fig1

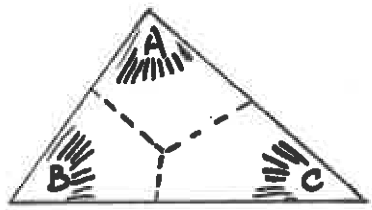


fig 2

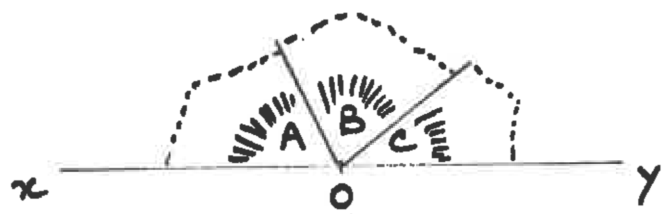
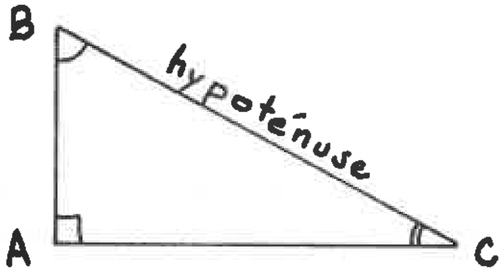


fig 3

3. Triangles particuliers :

*** triangle rectangle :** Un triangle rectangle est un triangle ayant 2 côtés perpendiculaires .
le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'hypoténuse .



ABC est un triangle rectangle en A

$[AB] \perp [AC]$

Propriétés : Trace un triangle ABC rectangle en A . Mesure les angles aigus de ce triangle . Effectue la somme de ces mesures . Que remarques-tu? Pouvais-tu prévoir ce résultat ? Explique .

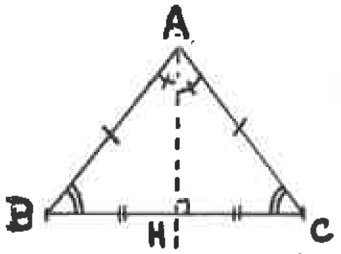
1°) Dans un triangle rectangle la somme des angles aigus est 90° ou 1 droit (1D) .

Peux-tu énoncer cette propriété autrement ?

Construis un triangle ABC tel que $\hat{B}$ = 30° et $\hat{C}$ = 60° . Que vaut l'angle $\hat{A}$?

2°) Si dans un triangle la somme de deux angles vaut 90° ou 1D , ce triangle est rectangle .

*** triangle isocèle :** Un triangle isocèle est un triangle ayant deux côtés de même longueur(ou isométriques).



AB = AC

A est le sommet principal du triangle . Le côté [BC] opposé à A est la base du triangle isocèle . A est l'angle au sommet .

Propriétés : Construis un triangle isocèle ABC de sommet principal B . Mesure les angles $\hat{A}$ et $\hat{C}$ avec ton rapporteur . Que remarques-tu ?

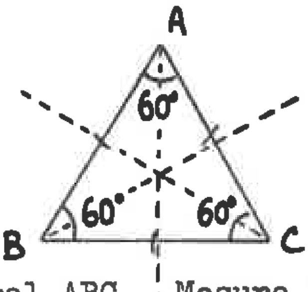
1°) Dans un triangle isocèle , les angles adjacents à la base ont même mesure .

Trace la bissectrice de l'angle $\hat{B}$. Elle coupe la base [AC] en H . Que peux-tu dire de la droite (BH) par rapport à [AC] ? Cette bissectrice a-t-elle une autre propriété dans le triangle isocèle ?

2°) Un triangle isocèle possède un axe de symétrie qui est la médiatrice de la base ou la bissectrice de l'angle au sommet

3°) Si un triangle admet un axe de symétrie alors ce triangle est isocèle.

* <u>triangle équilatéral</u> : Un triangle équilatéral est un triangle ayant ses trois côtés de même longueur (ou isométriques).

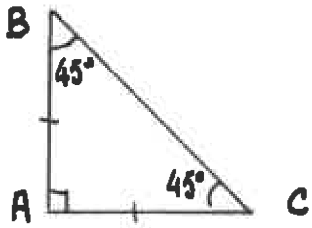


AB : AC : BC

Propriétés :
Construis un triangle équilatéral ABC . Mesure les angles de ce triangle.
Que remarques-tu ?
1°) Dans un triangle équilatéral les trois angles mesurent 60° .

On peut remarquer que le triangle équilatéral ABC est isocèle de sommet principal A, B ou C . Combien a-t-il d'axes de symétrie ?
2°) Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie . Chaque axe est la médiatrice d'un côté et passe par le sommet opposé .
3°) Si un triangle admet trois axes de symétrie , ce triangle est équilatéral .

* <u>triangle rectangle isocèle</u> : C'est un triangle rectangle dont les côtés perpendiculaires ont même mesure (isométriques).



[AB] ⊥ [AC]
AB = AC

Propriétés :
ce triangle possède toutes les propriétés du triangle rectangle et toutes celles du triangle isocèle .

Trace un triangle rectangle isocèle de sommet principal A . Mesure les angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$.
1°) Dans un triangle rectangle isocèle , les angles adjacents à la base mesurent 45° chacun .

2°) Si un triangle possède deux angles de 45° , ce triangle est rectangle isocèle .

TEST n° 2 DOSSIER n°10

Exercice 1: On sait que $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ sont adjacents , complète le tableau suivant (faire un croquis) :

mesure de $\widehat{xOy}$	13°	43°	45°	92°		
mesure de $\widehat{yOz}$	26°	52°			58°	105°
mesure de $\widehat{xOz}$			78°	130°	95°	148°

Exercice 2: Soit deux angles adjacents $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$; trace ces angles sachant que leur somme $\widehat{xOz}$ = 78° et que $\widehat{xOy} = 2\ \widehat{yOz}$.

Exercice 3: Trace deux angles adjacents supplémentaires $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$. Soit [OM) la bissectrice de $\widehat{AOB}$ et [ON) la bissectrice de $\widehat{BOC}$. Détermine par le calcul la mesure de l'angle $\widehat{MON}$, puis vérifie avec ton rapporteur .

Exercice 4: Construire un triangle (A,B,C) tel que
AB = 5cm $\hat{A}$ = 30° $\hat{B}$ = 45° .

Exercice 5: Construire un triangle isocèle (E,D,F) tel que
$\hat{D}$ = 40° ED = DF = 7cm .

Exercice 6: Sur certains rapporteurs , il existe deux graduations : les degrés (°) de 0 à 180 et les grades (gr) de 0 à 200 . On te demande de compléter le tableau de correspondance ci-dessous :

degrés(°)	0		90		180		360
grades(gr)		50	100	150		300	

Exercice 7 : Le tableau de l'exercice précédent représente 2 suites proportionnelles . Quel est le coefficient de proportionnalité k ?
Sachant que 90° $\longmapsto$ 100gr ou que 9° $\longmapsto$ 10gr , effectue les conversions suivantes :

a) exprime en grades : 27° ; 99° ; 117°
b) exprime en degrés : 20gr ; 25gr ; 211gr

Exercice 8 : Dans ta classe qui compte 25 élèves , on a fait un sondage .
Question posée : Aimes-tu les mathématiques ?
Réponses enregistrées :

OUI	NON	PAS DE REPONSE
14	8	3

Traduis ces résultats en pourcentages que tu représenteras dans un diagramme semi-circulaire .

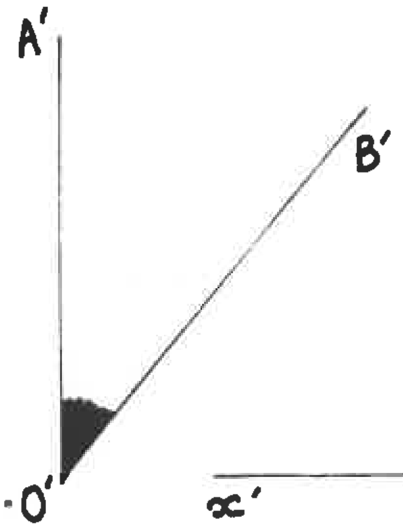
CONTROLE DOSSIER n° 10

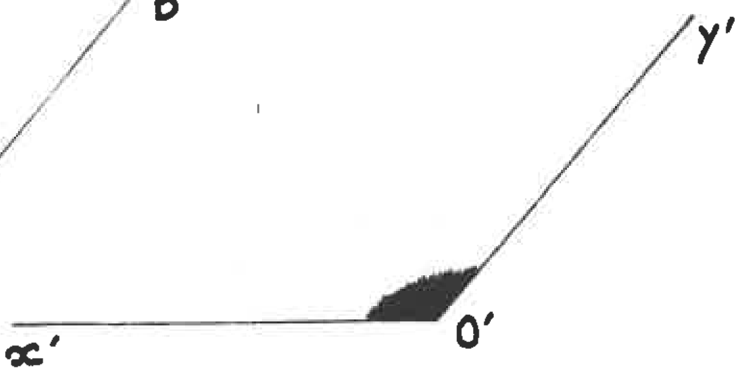
à conserver par l'élève

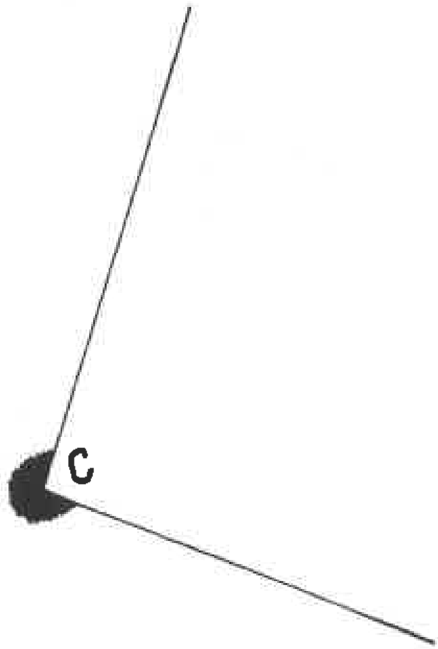
Exercice 1: Construire les angles suivants :

$\widehat{AOB} = 37°$ $\widehat{xOy} = 115°$ $\widehat{C} = 258°$

Exercice 2: Mesurer les angles suivants :







$\widehat{A'O'B'}$ = $\widehat{x'O'y'}$ = $\widehat{C'}$ =

Exercice 3: Construire deux angles adjacents $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sachant que $\widehat{AOC} = 180°$ et que $\widehat{AOB} = \frac{2}{3}$ $\widehat{BOC}$. Que peut-on dire des angles adjacents $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$?

Exercice 4: Tracer deux droites (x'x) et (y'y) sécantes en O . Comment appelle-t-on les angles $\widehat{x'Oy'}$ et $\widehat{xOy}$? Que peut-on dire de leurs mesures ? Tracer la bissectrice [ON) de l'angle $\widehat{xOy}$ et la bissectr-ce [ON') de l'angle $\widehat{x'Oy'}$. Quelle est la nature de l'angle $\widehat{NON'}$? Prouvez-le par le calcul .

Exercice 5: Tracer un triangle (A,B,C) rectangle en A tel que

BC = 5cm et AC = 2,5cm . Mesurer les angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$.
On prolonge le coté [CA] d'une longueur AD = 2,5cm .
Que représente la droite (AB) pour le segment [CD] ?
Que pouvons-nous dire des longueurs BD et BC ?
Quelle est la nature du triangle (B,D,C) ?
Mesurer l'angle $\widehat{DBA}$ et comparer avec $\widehat{ABC}$.
Que représente la droite (AB) pour le triangle (D,B,C) ?
Tracer les bissectrices des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ du triangle (B,D,C): que remarque-t-on ? Soit I le point d'intersection des 3 bissec--trices du triangle . On trace le cercle $\mathscr{C}$ de centre I et de rayon IA . Que remarque-t-on ?

Exercice 6: Dans une classe de 3ème du collège il y a 30 élèves :

- 20 sont d'origine française
- 7 sont d'origine maghrébine
- 3 sont d'une autre origine

1°) Indique le pourcentage de chaque catégorie (on arrondira au besoin)

2°) Représente sur un diagramme semi-circulaire l'ensemble des élèves de la classe suivant leur origine .

+++++++++++

MATHEMATIQUES 6ème/ 5ème
Année scolaire 1985-1986

DOSSIER N° 11

TITRE : NOMBRES RELATIFS
REPERAGE SUR UNE DROITE

PREREQUIS : (voir dossier n°3)

* Graduer régulièrement une demi-droite
* Sur une demi-droite graduée :
  - lire l'abscisse d'un point donné (nombre décimal positif)
  - placer un point d'abscisse donnée
  - calculer la distance de 2 points d'abscisse donnée.

OBJECTIFS :

6ème : * Graduer régulièrement une droite
* Placer un point d'abscisse un entier relatif.

5ème : * Sur une droite graduée :
- lire l'abscisse d'un point donné
- placer un point d'abscisse donnée
- calculer la distance de 2 points d'abscisse donnée
* Ranger dans l'ordre croissant et décroissant les nombres relatifs

Réalisé par : Pierre BISSEY
Alain BOUTONNET
Jean-Claude DUPERRET (animateur IREM)
Alain FINET (animateur IREM)
Gérard PAPA
Jean-Paul VICTORY

COLLEGE Albert CAMUS , 11 rue Mirabeau 10600 LA CHAPELLE ST LUC

DOSSIER N° 11

NOMBRES RELATIFS
REPERAGE SUR UNE DROITE

1 / NOUVEAUX PROBLEMES : NOUVEAUX NOMBRES

SITUATION 1 : Petite histoire pour l'histoire

L'autre soir, Fanny, qui est en CM 1, rentre à la maison et me dit : " Papa, je ne comprends pas : en histoire, on a appris que César a commencé la conquête des Gaules en 58, et l'a finie en 51. C'est pas possible ! "

Je lui ai répondu : " Tu as oublié un détail très important ! " LEQUEL ?

Pour l'aider, je lui propose le petit exercice suivant :

a) Voici 6 événements historiques, et leur date :

Evénement A : 5 ans avant JC
Evénement B : 8 ans avant JC
Evénement C : 1 an avant JC
Evénement D : 8 ans après JC
Evénement E : Naissance de JC
Evénement F : 3 ans après JC

Reproduis et complète le dessin que je lui ai fait

b) Trouve les dates des 4 autres événements historiques que j'ai placés

M :   N :   P :   Q :

SITUATION 2 : J'ai la moyenne

Tes devoirs sont notés de 0 à 20.
Lorsque tu as 7, tu as 3 points " à rattraper ".
Lorsque tu as 15, tu as 5 points " d'avance".

J'ai proposé à mes élèves de se servir de cette remarque pour traduire leurs notes en notes relatives de la façon suivante :

a) Voici les notes de Christelle :

Notes/20	13	5	18	20	3	11	10	4	9
Notes relatives	+3	-5	+8	+10	-7	+1	0	-6	-1

1-Calcule la moyenne de Christelle. A-t-elle la moyenne ?
2-Avec la calculatrice, effectue le calcul proposé dans la deuxième ligne

⊕ 3 ⊖ 5 ⊕ 8 ⊕ 10 ⊖ 7 ⊕ 1 ⊕ 0 ⊖ 6 ⊖ 1 ⊜

A partir de ce résultat, peux-tu trouver directement si Christelle a la moyenne ? Comment ?

b) Voici les notes de Franck :

Notes / 20	9	17	5	10	0	13	8	1	15	12
Notes relatives										

1-Calcule sa moyenne ? Franck a-t-il sa moyenne ?

2-Avec la calculatrice, effectue le calcul proposé dans la deuxième ligne.

A partir de ce résultat, peux-tu trouver directement si Franck a la moyenne ? Comment ?

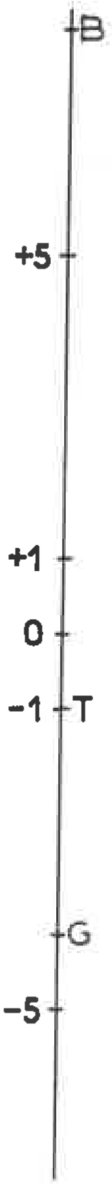
c) David, toujours aussi étourdi, n'a gardé que la deuxième ligne :

Notes / 20								
Notes relatives	-2	+7	-3	+2	-5	-4	+10	0

1-Détermine directement si David a la moyenne.

2-Reproduis et complète le tableau.

SITUATION 3 : Chaud et froid



Damien a installé un thermomètre à l'extérieur de sa maison, et le consulte tous les matins.

Un matin, il rentre à la maison et dit : " Il fait 20° C, je ne prends pas mon pull ! "

Un autre matin, il rentre à la maison et dit : " Il fait 20° C, je prends un pull supplémentaire ! "

Tu as compris ! Peux-tu dire ce qu'aurait dû préciser Damien ?

Voici un extrait d'un bulletin météorologique du mois de décembre (moyennes mensuelles) pour quelques villes de France :

Ajaccio	A	+7
Bordeaux	B	
Cherbourg	C	+2
Dijon	D	-2
Grenoble	G	
Lyon	L	+1
Nancy	N	-7
Paris	P	0
Reims	R	-3
Strasbourg	S	-5
Troyes	T	

1 - Reproduis et complète le graphique.

2 - Quelles sont les villes où la température a été au dessus de 0° C ? Au dessous de 0° C ?

SITUATION 4 : Bilan

a) Voici comment un commerçant a présenté ses comptes pour la semaine :

	LUNDI	MARDI	MERCREDI	JEUDI	VENDREDI	SAMEDI	TOTAL
RECETTES (F)	737,35	896,30	773,75	2504,20	641,30	1384,55	
DEPENSES (F)	231,40	1021,40	941,52	1391,32	961,47	1721,30	
BILAN (F)	+505,95	- 125,10					

1 - En regardant le bilan qu'il fait pour lundi et mardi, peux-tu expliquer sa méthode ?

2 - Reproduis le tableau, et complète-le pour les bilans de mercredi, jeudi, vendredi et samedi.

3 - Fais alors le total des recettes et dépenses pour la semaine. Quel est le bilan de la semaine ? A-t-il fait des bénéfices ?

4 - Avec ta calculatrice, effectue le calcul proposé dans la ligne BILAN :
⊕ 506,25 ⊖ 125,10 ... Que remarques-tu ?

b) Voici les comptes d'un autre commerçant :

	LUNDI	MARDI	MERCREDI	JEUDI	VENDREDI	SAMEDI	TOTAL
RECETTES (F)	523,47	645,38	1120,35	543,40	963,17	931,40	
DEPENSES (F)	1020,38	373,20	948,27	1231,52	721,48	1182,30	
BILAN (F)							

1 - Reproduis et complète ce tableau.

2 - A-t-il fait des bénéfices ?

c) Voici les comptes d'un commerçant étourdi :

	LUNDI	MARDI	MERCREDI	JEUDI	VENDREDI	SAMEDI	TOTAL
RECETTES (F)		947,50	951,40			787,30	
DEPENSES (F)	643,50			543,90	673,25		
BILAN (F)	+125,40	-240,35	+173,50	+375,50	-123,50	-153,70	

1 - Peux-tu dire directement si ce commerçant a fait des bénéfices cette semaine ?

2 - Reproduis et complète le tableau.

2 / NOMBRES ENTIERS RELATIFS - NOMBRES DECIMAUX RELATIFS

- A travers les 4 situations précédentes, nous avons été amenés à utiliser de nouveaux nombres, précédés d'un signe + ou -.

QUESTION : Quel est le seul nombre pour lequel nous n'avons pas mis de signe ?

- Dans les situations 1, 2, 3 nous avons utilisés des nombres entiers, et dans la situation 4 des nombres décimaux.

- Dans les situations 1 et 3, ces nombres nous ont servi à REPERER (des événements, des températures). C'est cette utilisation que nous allons développer dans ce dossier.

- Dans les situations 2 et 3, ces nombres nous ont servi pour représenter certains calculs. Nous apprendrons à les additionner et les soustraire dans un prochain dossier.

CE QU'IL FAUT RETENIR

NOMBRE RELATIF : Nous appellerons nombre relatif tout nombre précédé du signe + ou du signe - .

Exemple : (-5) ; (+7) ; (-13,62) ; (+17,33)

Cas particulier : 0 peut être considéré comme un nombre relatif
0 = (+0) = (-0)

NOMBRE RELATIF POSITIF : Un nombre précédé du signe + est un nombre positif.

Exemple : Dans la situation 2, s'il fait +20° C, on dit que la température est positive.

NOMBRE RELATIF NEGATIF : Un nombre précédé du signe - est un nombre négatif.

Exemple : Dans la situation 4, le bilan du mardi (-125,10) est un bilan négatif.

→ Trouve dans la vie courante d'autres exemples où tu as entendu parler de positif ou de négatif.

$\mathbb{Z}$, ENSEMBLE DES NOMBRES ENTIERS RELATIFS : Si le nombre relatif est entier, on dit que c'est un entier relatif.

Exemple : (-7) ; (+3) ; (-12) ...

On note $\mathbb{Z}$ leur ensemble

$$\mathbb{Z} = \{ \ldots ; (-3) ; (-2) ; (-1) ; 0 ; (+1) ; (+2) ; (+3) ; \ldots \}$$

On note alors $\mathbb{Z}^+$ l'ensemble des entiers relatifs positifs

$$\mathbb{Z}^+ = \{ 0 ; (+1) ; (+2) ; (+3) ; \ldots \}$$

et $\mathbb{Z}^-$ l'ensemble des entiers relatifs négatifs

$$\mathbb{Z}^- = \{ 0 ; (-1) ; (-2) ; (-3) ; \ldots \}$$

$\mathbb{D}$, ENSEMBLE DES NOMBRES DECIMAUX RELATIFS : Si le nombre relatif est décimal, on dit que c'est un décimal relatif.

On note $\mathbb{D}$ leur ensemble.

On définit $\mathbb{D}^+$ et $\mathbb{D}^-$ comme pour $\mathbb{Z}^+$ et $\mathbb{Z}^-$.

<u>Remarque</u> : Tout entier relatif est un décimal relatif particulier.

<u>Exemple</u> : $(-7) = (-7{,}00)$

EXERCICE : Complète par le symbole qui convient ($\in$; $\notin$) :

$(+7{,}3)$......... $\mathbb{D}^-$ $(-7{,}8)$......... $\mathbb{Z}^-$ (-9)......... $\mathbb{D}^-$ $(+13{,}7)$......... $\mathbb{D}^+$

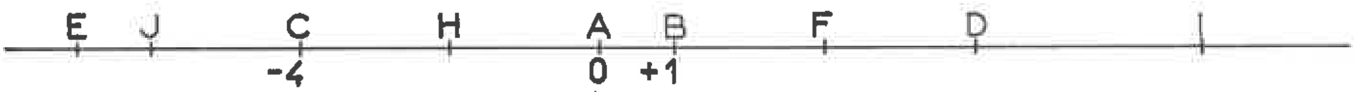
$(+13)$......... $\mathbb{D}^+$ 0......... $\mathbb{D}^+$ 0......... $\mathbb{D}^-$ $(+9{,}7)$......... $\mathbb{Z}^+$

(-5)......... $\mathbb{Z}^-$ $(+13)$......... $\mathbb{Z}^+$ (-9)......... $\mathbb{Z}^+$ $(+14)$......... $\mathbb{Z}^-$

3 / GRADUATION D'UNE DROITE

1 - Graduation entière

a) <u>Considérons la droite suivante</u> :



Graduer cette droite, c'est affecter chacun des points de cette droite d'un nombre qui permet de repérer sa position.

Pour cela il faut se donner :

- l'ORIGINE (ici le point A)
- l'UNITE (ici 1 cm)
- le SENS (de quel côté sont les positifs)

Il revient au même de se donner les points A et B.

- (A,B) est le REPERE de cette droite

Tout point est alors repéré par un nombre relatif appelé ABSCISSE.

<u>Exemple</u> : l'abscisse de C est (-4).

On note $C(-4)$ ou encore $x_C = -4$. En particulier, on a $x_A = 0$ et $x_B = 1$.

EXERCICE : Reproduis le graphique ci-dessus.

Complète alors $x_D =$ $x_E =$ $x_F =$ $x_H =$

$x_I =$ $x_J =$

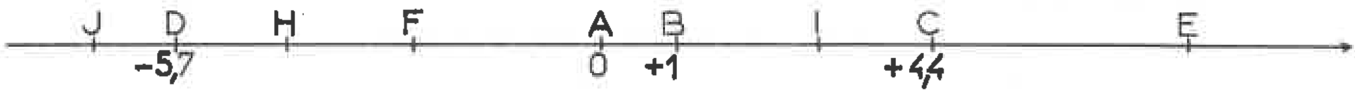
b) Inversement, sur une droite graduée, la donnée des abscisses permet de placer les points.

EXERCICE : Construis sur du papier millimétré une droite graduée d'origine O, d'unité 1 cm. Choisis son sens.
Place les points suivants sur cette droite :
A(+7) ; B(-5) ; D(+1) ; E(+4) ; F(-3) ; G(-4)
Quel est le repère de cette droite graduée ?

2 - Graduation plus fine

Dans les exemples précédents, nous n'avons utilisé que des nombres entiers relatifs. Mais cela est insuffisant pour repérer tous les points de la droite. On est donc amené à utiliser des nombres décimaux relatifs pour une graduation plus fine.

a) Considérons la droite graduée suivante :



Quel est le repère de cette droite graduée ?
On a : $x_C = (+4,4)$ et $x_D = (-5,7)$

EXERCICE : Reproduis le graphique ci-dessus.
Complète alors : $x_E =$ $x_F =$ $x_H =$ $x_I =$ $x_J =$

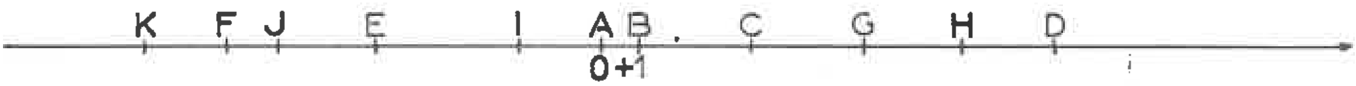
b) Inversement

EXERCICE : Construis sur du papier millimétré une droite graduée d'origine O, d'unité 1 cm. Choisis un sens.
Place alors les points suivants sur cette droite :
A(+3,5) ; B(-5,7) ; D(+1,4) ; E(-3,3) ; F(+6,2) ; G(-6,9) ; H(+5,7)
I(-1) ; J(+2)

3 - Attention à l'unité

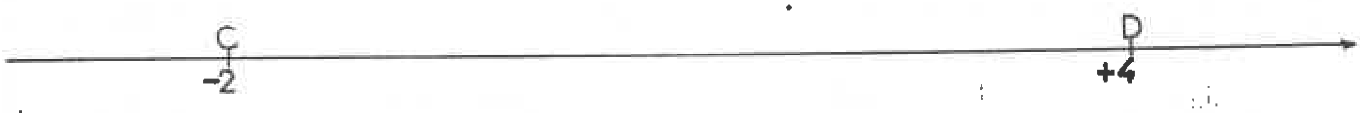
L'unité n'est pas forcément le cm, et il peut y avoir des difficultés de repérage. Voici 2 exercices qui vont t'amener à réfléchir davantage.

EXERCICE : Unité choisie : 5 mm



Reproduis le graphique ci-dessus et trouve alors les abscisses des différents points : x_C ; x_D ; x_E ; x_F ; x_H ; x_I ; x_J ; x_K

EXERCICE : Soit la droite graduée suivante :



Trouve l'unité de cette graduation.

Place alors les points suivants :

A(0) ; B(+1) (Que peux-tu dire de (A,B) ?)

E(-1) ; F(+5) ; G(-0,8) ; H(-2,6) ; I(+3,2) ; J(+4,5) ; K(-3,1)

4 / DISTANCE SUR UNE DROITE GRADUEE

1 - Reprenons la situation 1

a) Combien d'années a duré la conquète des Gaules (58 avant JC - 51 avant JC) ?

b) Albertus Camusus est né en 35 av JC et est mort en 27 ap JC. Combien d'années a-t-il vécu ?

c) Lucus Chapellus est né en 17 ap JC et est mort en 78 ap JC. Combien d'années a-t-il vécu ?

d) Quelle opération as-tu faite dans chacun des cas ?

2 - Reprenons la situation 3

a) Le 1er décembre 85, la température minimale a été -7°, la température maximale +9°. Quel a été l'écart des températures ?

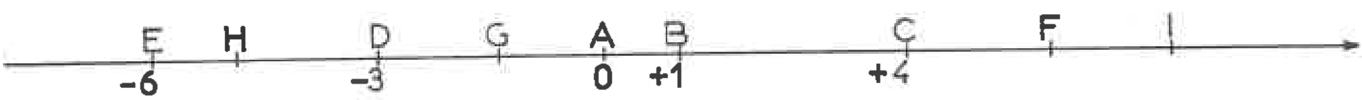
b) Le 1er février 86, la température minimale a été -21°, la température maximale -6°. Quel a été l'écart des températures ?

c) Le 1er juin 86, la température minimale a été +11°, la température maximale +28°. Quel a été l'écart des températures ?

d) Quelle opération as-tu faite dans chacun des cas ?

QUESTION : Peux-tu proposer une règle générale à partir de ces 2 situations ?

3 - Considérons la droite graduée suivante :



L'unité est le cm.

a) Mesure la distance BC.

On constate que BC = 4 - 1 = 3 d'où BC = 3 cm.

b) Mesure la distance DE.

On constate que DE = 6 - 3 = 3 d'où DE = 3 cm.

c) Mesure la distance CD.

On constate que CD = 4 + 3 = 7 d'où CD = 7 cm.

CE QU'IL FAUT RETENIR

> Pour calculer la <u>distance</u> de 2 points, il faut envisager 2 cas :
>
> a) Les abscisses des points sont de <u>MEME</u> signe : on fait une <u>DIFFERENCE</u>.
>
> Exemple : BC , DE
>
> b) Les abscisses des points sont de signes <u>DIFFERENTS</u> : on fait une <u>SOMME</u>.
>
> Exemple : CD

d) Donne les distances des points F, G, H, I :

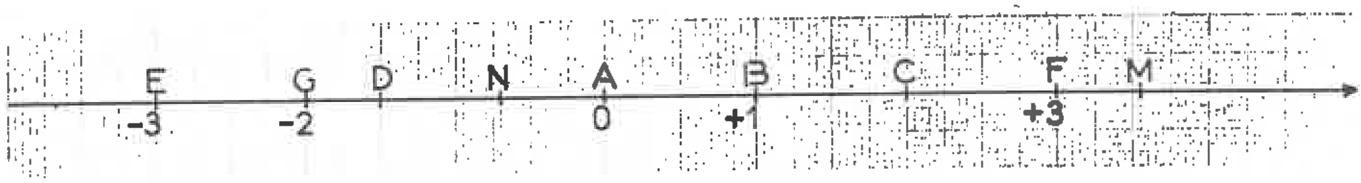
En utilisant la règle précédente, calcule les distances suivantes :

HG, CI, BF, FG, IE, DG, HA, IA.

Vérifie sur les graphique.

4 - **Attention à l'unité**

Considérons la droite graduée suivante :



a) Quelle est l'unité ?

En utilisant la règle précédente, on a :

BF = 3 - 1 = 2 Donc BF = 2 x 2 cm = 4 cm.

GE = 3 - 2 = 1 Donc EG = 1 x 2 cm = 2 cm.

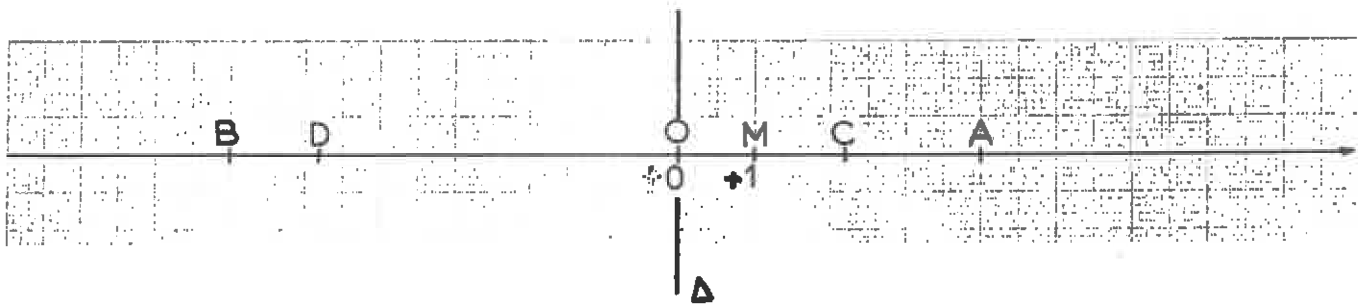
GF = 3 + 2 = 5 Donc GF = 5 x 2 cm = 10 cm.

b) Donne les abscisses des points C, D, M, N.

Etablis, comme ci-dessus, les distances CM, CN, DN, MN, EM, FN.

5 / **NOMBRES OPPOSES - VALEUR ABSOLUE**

Reproduis la droite graduée ci-dessous, de repère (O,M), et la droite Δ .



1 - **Nombre opposé**

a) Quelle est l'abscisse des points A, B, C, D ?

b) Construis les symétriques A', B', C', D' de A, B, C, D par rapport à Δ .

c) Quelle est l'abscisse des points A', B', C', D' ?

Les nombres (+3) et (-3) sont appelés OPPOSES.

Les nombres (-4,8) et (+4,8) sont appelés OPPOSES.

CE QU'IL FAUT RETENIR

> On obtient l'opposé d'un nombre relatif en changeant son signe
> Notation : On notera opp(x) l'opposé du nombre x.

EXERCICE : Complète opp(+7) = opp(-15,8) = opp(+131,9) =

Remarque : a) Sur les calculatrices, le passage à l'opposé est indiqué par la touche +/-.

b) Quel est le symétrique de 0 ? opp(0) = ...

c) En utilisant les propriétés de la symétrie, que peux-tu dire de l'opposé de l'opposé d'un nombre relatif ? opp(opp(x) = ...

CE QU'IL FAUT RETENIR

> L'opposé est un symétrique.

2 - Valeur absolue

Calcule les distances OM, OC, OA, OB, OD.

Que constates-tu ?

> DEFINITION : Soit P un point de la droite graduée d'origine O tel que $x_P = x$ (x est un nombre relatif).
>
> On appelle VALEUR ABSOLUE de x la distance OP.
>
> Notation : $|x| = OP$

a) En utilisant ce que tu viens de faire, donne :

$|+1| =$ $|+1,2| =$ $|+3| =$ $|-6| =$ $|-4,8| =$

Peux-tu généraliser ?

b) Que vaut $|0|$?

c) Que peut-on dire de la valeur absolue de 2 nombres opposés ?

CE QU'IL FAUT RETENIR

> La valeur absolue est une distance.

EXERCICE : Complète le tableau suivant :

x	+5	-7			-1,3		+13,8	
opp(x)			-3	+8		+1,7		-15,4
$\|x\|$								

Quels sont les nombres relatifs qui ont pour valeur absolue

7 ; 3,1 ; 5,4 ; 0 ; 9,2 ?

6 / ORDRE DANS LES RELATIFS

On reprend les situations du 1 /.

SITUATION 1 : En reprenant les exemples proposés dans cette situation 1, écris dans l'ordre correct en utilisant "est avant" les événements proposés :

Exemple : A est avant C.

A et B ?   B et D ?   F et A ?   D et C ?   F et E ?   B et E ?

SITUATION 3 : En utilisant " < ", précise la température inférieure à l'autre :

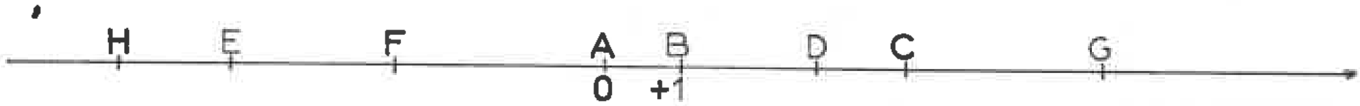
Exemple : +3° < +7°

+7° -5° ; +9° +19° ; -15° -20° ; -8° +13°

0° -13° ; +20° 0° ; -4° -10° +15° -7°

Voici maintenant une autre activité :

Considérons la droite graduée suivante :



Reproduis le graphique ci-dessus, et donne les abscisses de chacun des points. On va alors traduire la relation " est avant " entre les points par la relation " < " entre leurs abscisses comme ci-dessous :

$x_E = -5$; $x_B = +1$; E est avant B ; donc $-5 < +1$.

Fais de même avec F et H ; D et G ; F et D ; H et G ; E et A ; C et A ; E et C.

CE QU'IL FAUT RETENIR

- Si 2 nombres relatifs sont positifs, le plus PETIT est celui qui a la plus PETITE valeur absolue.
- Si 2 nombres relatifs sont négatifs, le plus PETIT est celui qui a la plus GRANDE valeur absolue.
- Un nombre négatif non nul est inférieur à 0.
- Un nombre positif non nul est supérieur à 0.
- Tout nombre négatif non nul est inférieur à tout nombre positif.

EXERCICE : Ecris le symbole < ou > qui convient :

-7...-3 ; +5...+3 ; -6...+7 ; +1...-8 ; 0...-5

0...-5 ; 0...+4 ; -1,2...+2,3 ; -5,2...-7,3 ; -1,13 ... +1,129

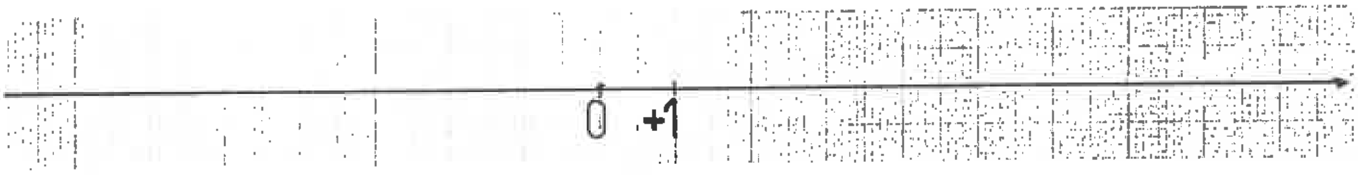
-1,13...-1,131 ; -1,2...+1,2

DOSSIER 11 - TEST

EXERCICE 1 :

Reproduis la droite graduée ci-dessous et place les points

A(+3) B(-5) C(+4,2) D(-5,8) E(+1,7) F(-3,8)



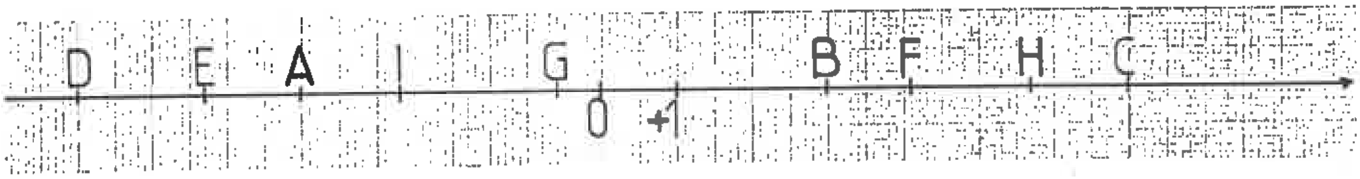
Quelle est l'unité choisie ?

Calcule les longueurs suivantes (vérifie sur ton graphique) :

AB ; AC ; BD ; CD ; DF ; AE

EXERCICE 2 :

Donne les abscisses des points placés sur la droite graduée ci-dessous :



A( );B( );C( );D( );E( );F( );G( );H( );I( )

Quelle est l'unité choisie ?

Calcule les longueurs suivantes (vérifie sur ton graphique) :

AE ; AB ; CD ; BH ; ID ; HI ; BE ; DF ; FH

EXERCICE 3 :

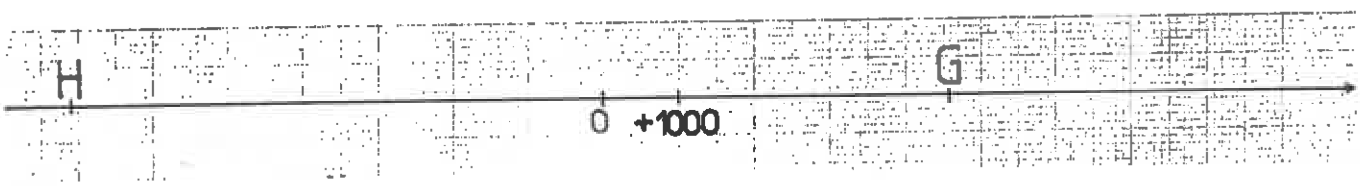
Quand on reçoit un relevé de compte en banque :

- si on a 1000 F dans la colonne CREDIT : on a un compte positif de 1000 F
- si on a 1000 F dans la colonne DEBIT : on a un compte négatif de 1000 F

Huit amis comparent leur dernier relevé de compte :

Alain (+3700 F) ; Bernard (-5000 F) ; Christian (0 F)
Denis (+7600 F) ; Ernest (-2600 F) ; Fernand (-3700 F)

a) Reproduis la droite graduée ci-dessous et place chacun des points correspondant A(+3700), ... à chacun des comptes de Alain, ... (unité : 1cm pour 1000 F).



b) Retouve sur le graphique les relevés de compte de Gaston (G) et Hervé (H).

c) Reproduis le tableau suivant et complète le. Il donne les écarts entre les comptes de :

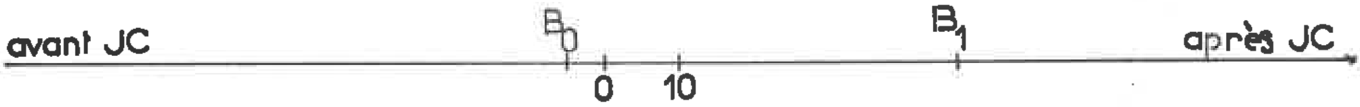
	Sur le graphique	en Francs
Alain et Denis	7,6 - 3,7 = 3,9	3900
Bernard et Ernest		
Christian et Alain		
Christian et Fernand		
Alain et Fernand		

DOSSIER 11 - CONTROLE

EXERCICE 1 : Nous allons représenter sur un graphique la vie de 4 de nos ancètres : Abribus, Boulimix, Crétinus, Doublesix.

A_0 représente la naissance d'Abribus, A_1 représente sa mort. De même B_0, B_1, C_0, C_1, D_0, D_1 pour les autres.

a) Reproduis le graphique ci-dessous (unité 1cm pour 10 ans), l'origine est la naissance de JC.



Place alors A_0, A_1, D_0, D_1, C_0, C_1 sachant que :

Abribus (50 avant JC - 12avant JC)
Doublesix (23 avant JC - 17 après JC)
Crétinus (22 après JC - 69 après JC)

Retrouve sur le graphique l'année de naissance et l'année de la mort de Boulimix.

b) Donne la durée de vie de chacun d'eux.

c) Trouve tous les couples de personnages qui ont pu se rencontrer.
C'est le cas, par exemple, d'Abribus et de Doublesix.

EXERCICE 2 : Reproduis la droite graduée ci-dessous, et place les points
A(+2) ; B(-3) ; C(+1,8) ; D(-1,4) ; E(+3,6) ; F(-3,6)

Quelle est l'unité choisie ?

Reproduis et complète le tableau suivant :

Distance	Dans la graduation	en cm
AB		
BD		
EC		
EF		
AC		

Quelle est l'abscisse du milieu de (A,E) ? du milieu de (B,D) ? du milieu de (A,B) ?

EXERCICE 3 : Retrouve l'origine et l'unité de la droite graduée ci-dessous :

Donne alors les abscisses des points :

C(   ) ; D(   ) ; E(   ) ; F(   ) ; G(   ) ; H(   )

Reproduis et complète le tableau suivant :

Distance	Dans la graduation	en cm
AB		
BF		
GD		
DF		

MATHEMATIQUES 6ème/ 5ème
Année scolaire 1985-1986

DOSSIER N° 12

TITRE : REPERAGE DANS LE PLAN

PREREQUIS : (voir dossier n°3)

Dans le quart de plan, en repère orthogonal :

* placer un point dont les coordonnées sont des nombres positifs
* lire les coordonnées (nombres positifs) d'un point.

OBJECTIFS :

Dans le plan, en repère orthogonal :

* placer un point dont les coordonnées sont des nombres relatifs
* lire les coordonnées (nombres relatifs) d'un point.

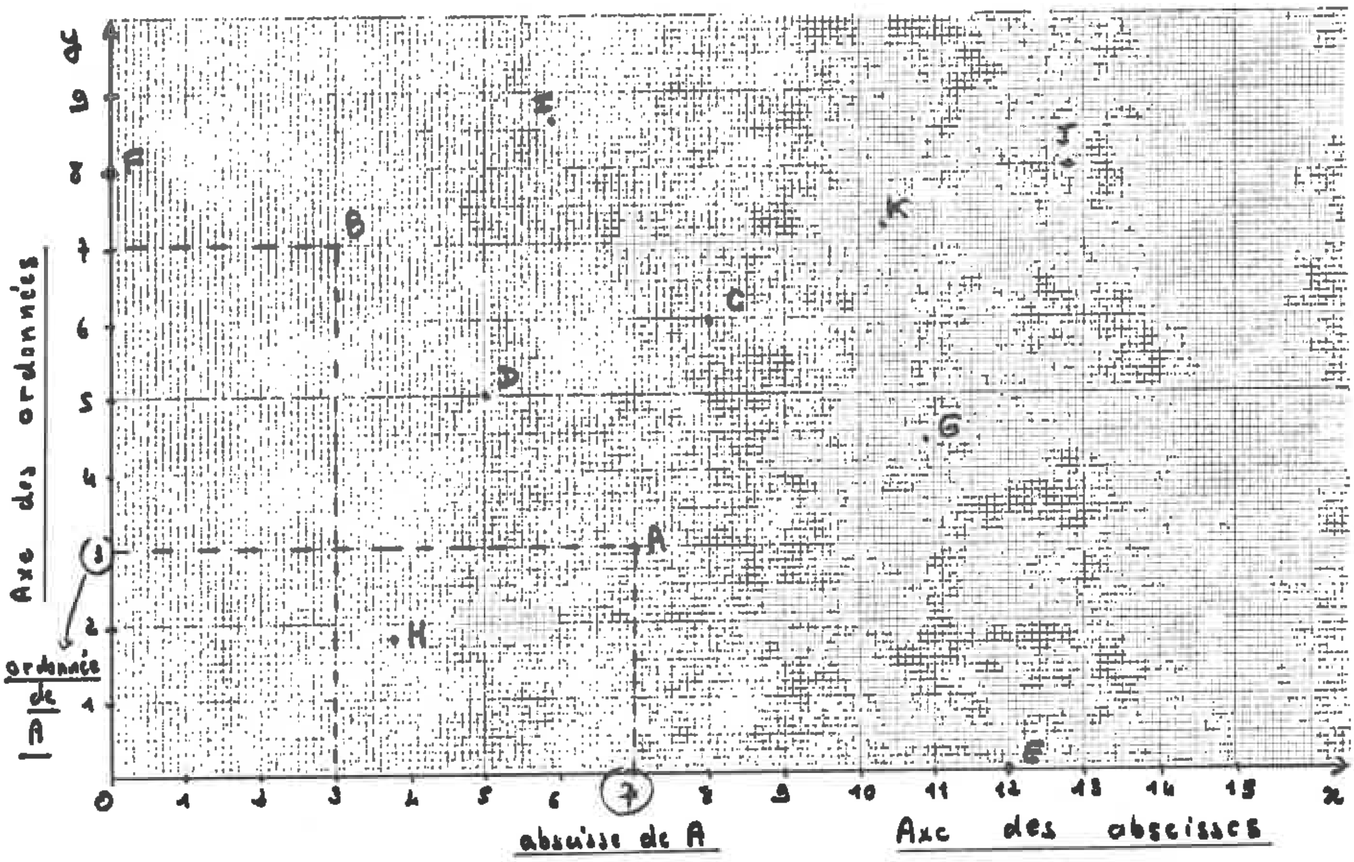
Réalisé par : Pierre BISSEY
Alain BOUTONNET
Jean-Claude DUPERRET (animateur IREM)
Alain FINET (animateur IREM)
Gérard PAPA
Jean-Paul VICTORY

COLLEGE Albert CAMUS , 11 rue Mirabeau 10600 LA CHAPELLE ST LUC

DOSSIER N° 12

REPERAGE DANS LE PLAN

1 / REPERAGE DANS UN QUART DE PLAN



Tu as vu dans le dossier 3 que l'on pouvait repérer des points dans un quart de plan, en utilisant deux-demi droites graduées perpendiculaires de même origine.

La première [Ox) est l' AXE DES ABSCISSES

La seconde [Oy) est l' AXE DES ORDONNEES

Chaque point est alors repéré par un couple de nombres décimaux.

Exemple : A est repéré par 7 sur l'axe des abscisses ; 7 est l'abscisse de A.

A est repéré par 3 sur l'axe des ordonnées ; 3 est l'ordonnée de A.

Notation : (7;3) sont les coordonnées de A ; A(7;3).

Attention : à l'ordre des écritures des coordonnées : A(7;3) $\neq$ B(3;7)

EXERCICE : a) Reproduis le graphique ci-dessus.

b) Trouve les coordonnées de C, D, E, F, G, H, I, J, K.

c) Place les points L(15;9) ; M(9,2;1,3) ; N(1,8;9,7) ; P(10;3,2)

Q(5,2;0) ; R(0;5,2) ; S(1,3;1,3)

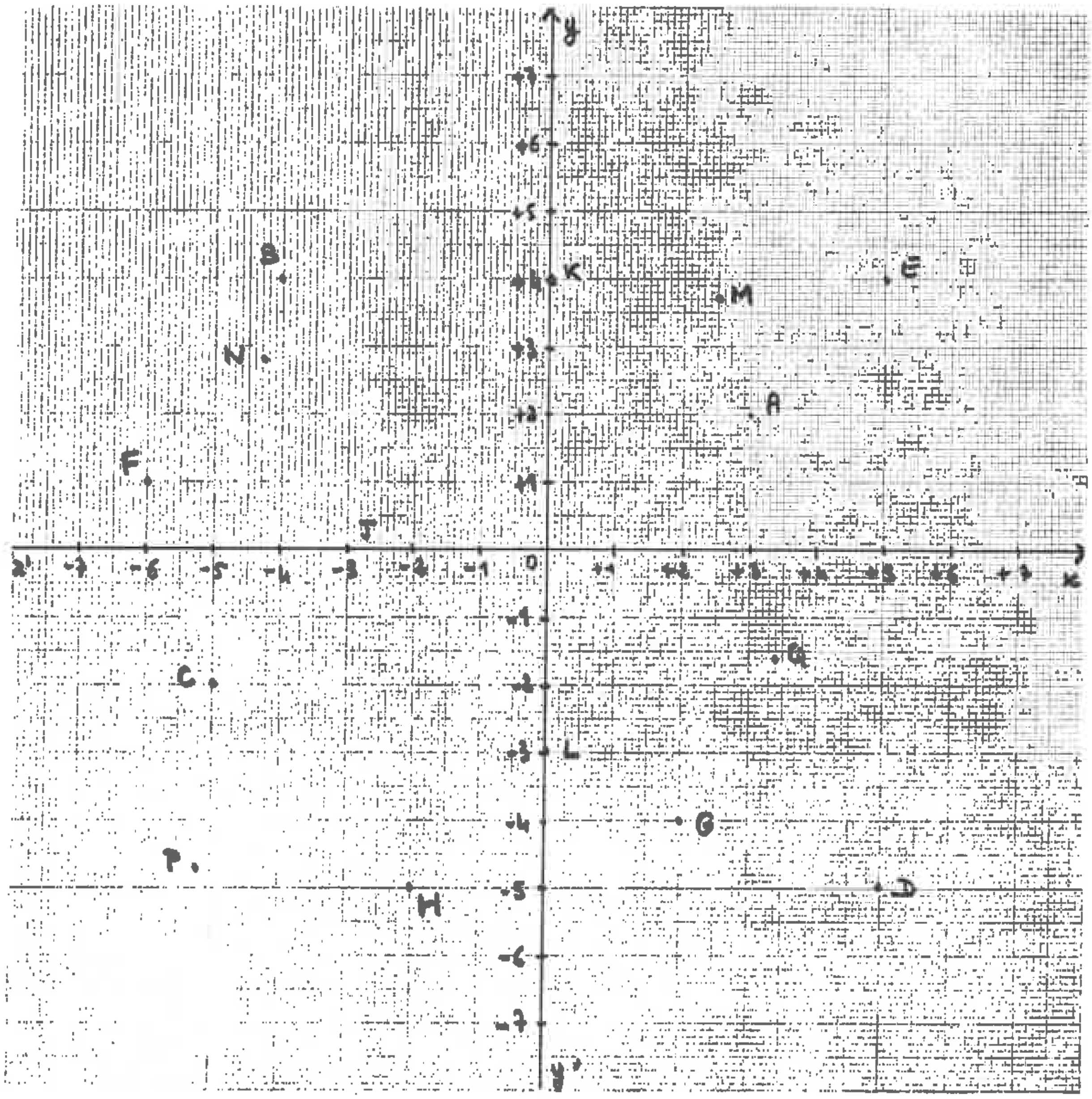
2 / REPERAGE DANS LE PLAN

En utilisant ce qui a été vu dans le dossier 11, tu peux maintenant repérer des points dans le plan tout entier.

Il suffit d'utiliser deux droites graduées perpendiculaires :

- la première (x'x) est l'axe des abscisses
- la deuxième (y'y) est l'axe des ordonnées.

On garde les même notations que pour le quart de plan, mais les coordonnées sont alors un couple de décimaux relatifs (positifs ou négatifs).



Dans le repère ci-dessus, on lit :

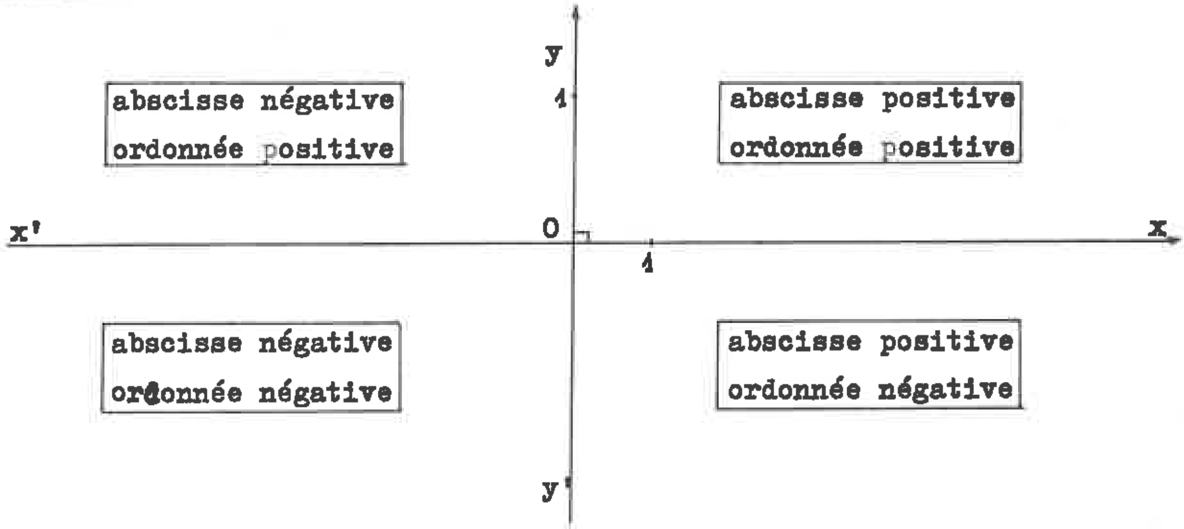
A(+3;+2) ; B(-4;+4) ; C(-5;-2) ; D(+5;-5)

EXERCICE : a) Reproduis le graphique ci-dessus.

b) Trouve les coordonnées de E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, P, Q.

c) Place les points R(+5;+1) ; S(+2;-7) ; T(-4;+8) ; U(-7;+7) ; V(+1,2;+7,3) ; W(+5,1;-3,2) ; X(-3,1;-2,4) ; Y(-7,2;+6,3).

3 / REPERE CARTESIEN ORTHOGONAL



- Un REPERE CARTESIEN ORTHOGONAL est constitué de 2 axes (droites graduées) perpendiculaires ayant la même origine 0.
- Le premier (x'x) est appelé AXE DES ABSCISSES. Il est conventionnellement représenté par une droite horizontale graduée dans le sens gauche ⟶ droite.
- Le second (y'y) est appelé AXE DES ORDONNEES. Il est conventionnellement représenté par une droite verticale graduée dans le sens bas ⟶ haut.
- Les unités choisies sur (x'x) et (y'y) sont totalement indépendantes.
- Tout point est alors représenté par un couple de nombres décimaux relatifs appelé coordonnées du point :

(;)

Abscisse (se lit sur (x'x)) — Ordonnée (se lit sur (y'y))

- Le signe des coordonnées permet de déterminer dans quel quart de plan se trouve le point (voir dessin ci-dessus).

4 / ETUDE DE SITUATIONS

SITUATION A : GEOMETRIE (Graphique A)

Soigne les différentes constructions.

1) Place les points A(-1;+1) ; B(+3;+3) ; C(+2;0).
Trace le triangle (A,B,C). Nature de ce triangle.

2) Soit I le milieu de [AB] . Coordonnées de I ?
Trace le cercle (C_1) de centre I et de rayon IC. Par quels points passe (C_1) ?
Ce cercle (C_1) coupe (y'y) en un point E. Coordonnées de E ? Nature du quadrilatère (A,C,B,E) ?

3) Place D(-2;-2). Trace le quadrilatère (A,B,C,D). Que peut-on dire entre les droites (AB) et (CD) ? Et entre les droites (AD) et (BC) ?
Nature du quadrilatère (A,B,C,D) ? Que peut-on dire des points A, E et D ?

4) Les droites (EB) et (DC) se coupent en F. Coordonnées de F ?
Trace le cercle (C_2) de centre C et de rayon CE. Par quels points passe (C_2) ?
Ce cercle (C_2) recoupe (y'y) en un point H. Coordonnées de H ?

5) Soit M(-4;+2). Place le point N tel que (B,C,M,N) soit un rectangle. Coordonnées de N. Vérifie avec ton compas que NH = NF (trace l'arc de cercle (C_3) correspondant). Nature du quadrilatère (C,D,M,E) ?

SITUATION B : FONCTION (Graphique B)

Tu as déja vu dans le dossier 3 des études de fonctions. Voici quelques rappels et compléménts.

1) Qu'est-ce-qu'une fonction numérique ?

- C'est une relation qu'on établit entre un nombre x et un nombre y.
- Appelons f notre fonction.

$\boxed{x \xrightarrow{f} y}$ indique qu'on passe de x à y par la fonction f.

- On note en mathématique $\boxed{y = f(x)}$, ce qui se lit "y égale f de x" et indique que y est fonction de x par f.

2) Comment est la relation qui permet de passer de x à y ?

- Elle peut être de type algébrique :

Exemple : $y = 3x$ ($y = 3.x$)

$y = 3x + 7$

$y = x^2$

Tu verras dans un prochain dossier certaines de ces fonctions à propos des aires et des volumes.

- Elle peut être d'un autre type :

Tu verras, par exemple en 4ème, la relation y = cos x (y égale cosinus de x).

3) Comment représenter une fonction graphiquement ?

- On repère le plan, et on place les points M(x,y) tels que y = f(x).

Par exemple pour la fonction définie par y = 3x, on peut placer les points M(1;3) ; M(2,1;6,3) ; M(3;9) ; M(5;15).

- Suivant le cas on relie ces points par des segments ou par une courbe continue.

4) Exemples :

Tu vas étudier et représenter graphiquement (graphique B) 2 fonctions très simples :

a) f est la fonction définie par $x \xrightarrow{f} y$ où y = x.

Reproduis et complète le tableau :

f										
x	0	+3	+5	-2	-4	+1,3	-5,7	+7,2	-3,2	...
y										...

Place les points correspondant dans le repère. Que constates-tu ? Trace alors en bleu la $\boxed{?}$ obtenue.

b) g est la fonction définie par $x \xrightarrow{f} y$ où y= opp(x).

Reproduis et complète le tableau :

f										
x	0	+3	+5	-2	-4	+1,3	-5,7	+7,2	-3,2	...
y										...

Place les points correspondants dans le repère. Que constates-tu ? Trace alors en vert la $\boxed{?}$ obtenue.

$\boxed{\text{SITUATION C}}$: $\boxed{\text{PRATIQUE}}$ (Graphique C)

J'ai une chaudière à gaz pour chauffer ma maison. Un matin, je mets le thermostat sur la position 3, et je décide de noter la température de l'eau à différentes heures de la journée :

9h	9h 30	10h 15	11h	11h 30	13h	13h 45	14h 30	15h	15h 45
70°	60°	75°	80°	67°	78°	62°	80°	60°	63°

J'aimerais représenter graphiquement ce tableau, mais de façon à obtenir le meilleur graphique possible. Je décide :

<u>Pour les abscisses</u> : je prends pour origine 12h et pour unité 2cm pour 1h.
On a par exemple 10h : -4 ; 13h 45 : +2,75

<u>Pour les ordonnées</u> : je prends pour origine 70° et pour unité 1cm pour 1°.
On a par exemple 60° : -10 ; 75° : +5

Refais le tableau précédent avec ces nouvelles notations :

Abscisse	-6									
Ordonnée	0									

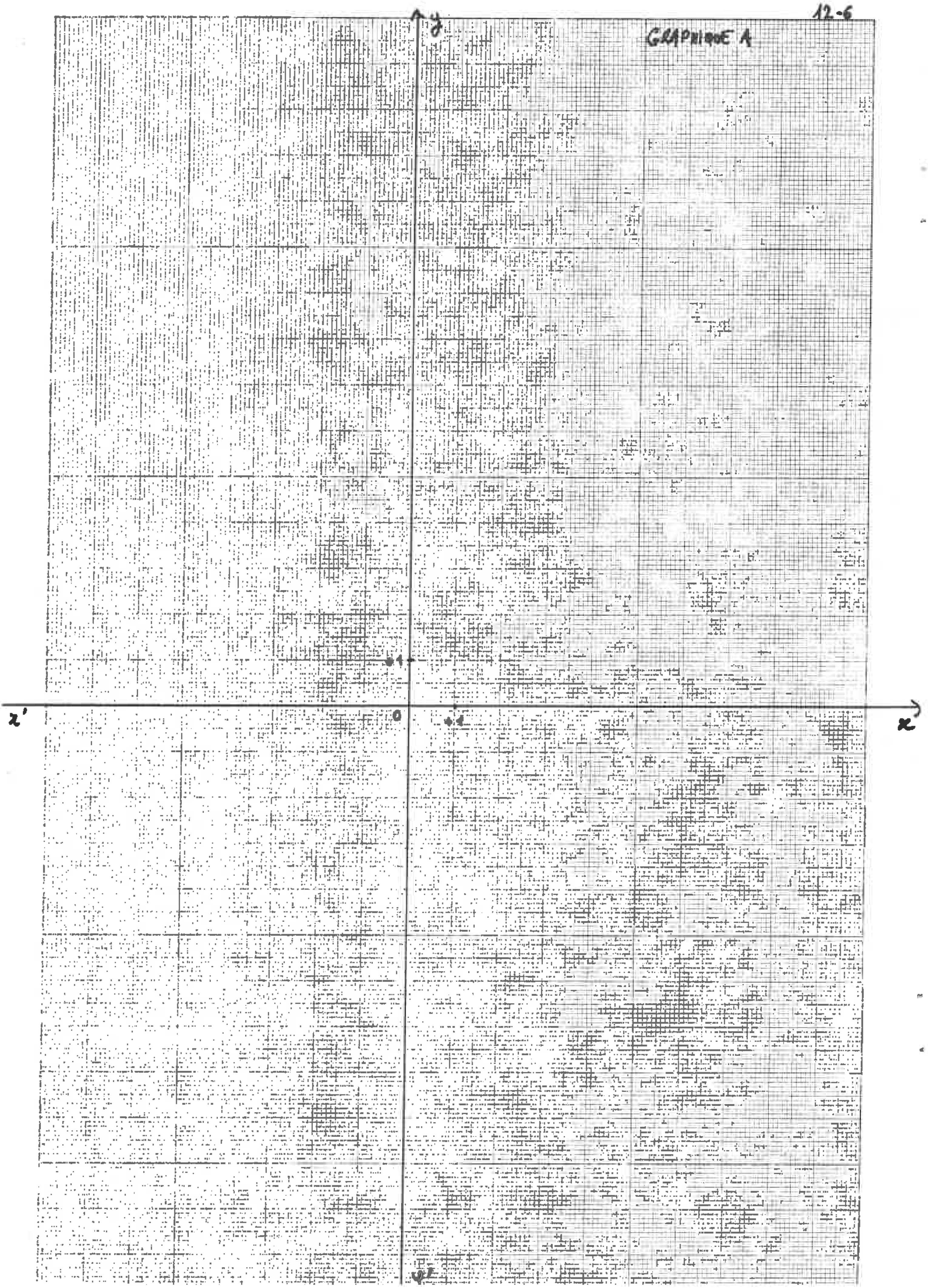
Représente alors ces points sur le graphique C, et relie-les entre eux par des des segments dans l'ordre des heures croissantes.

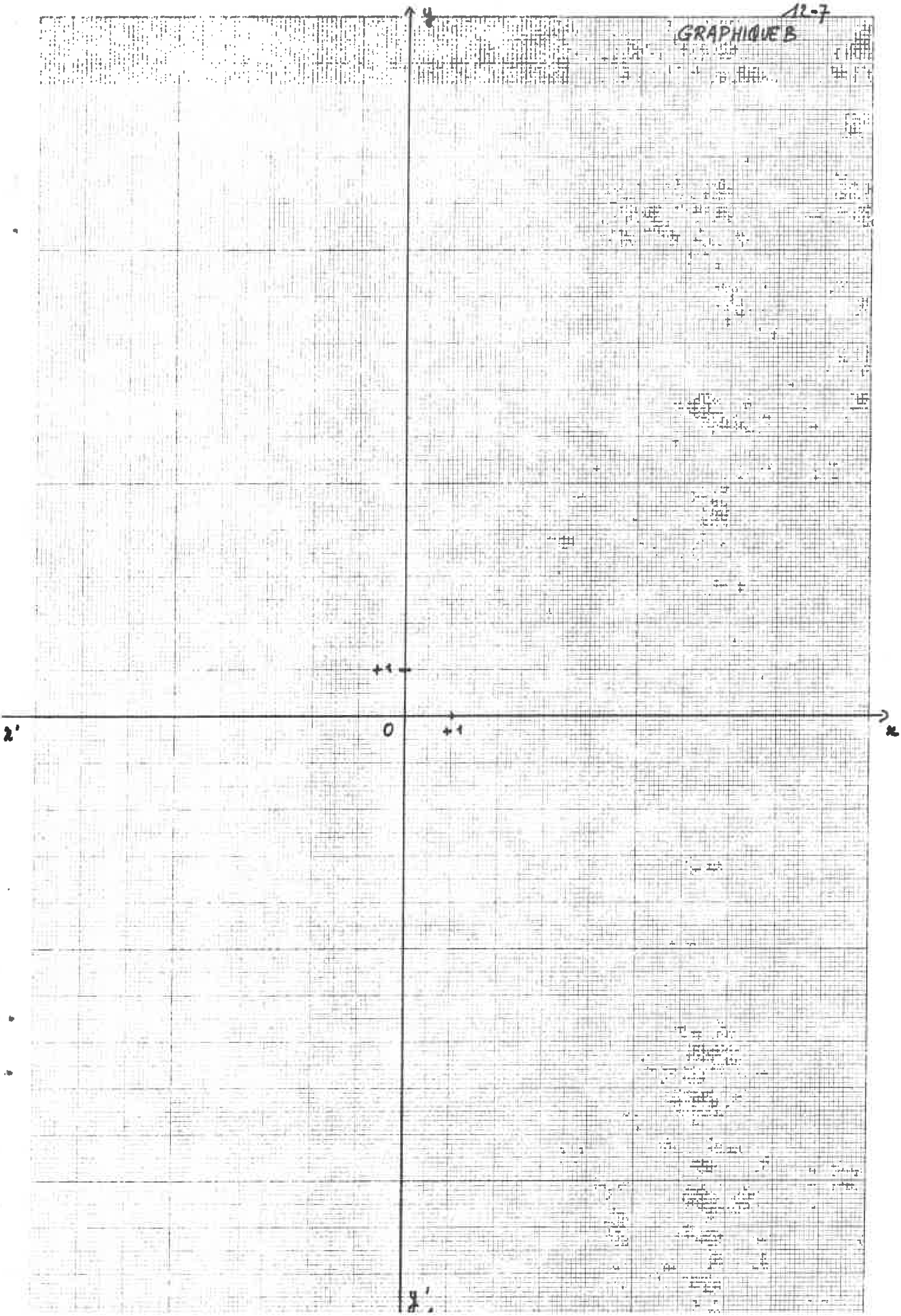
Tu pourras alors remettre sur tes deux axes :

- <u>En abscisses</u> : les heures
- <u>En ordonnées</u> : les unités

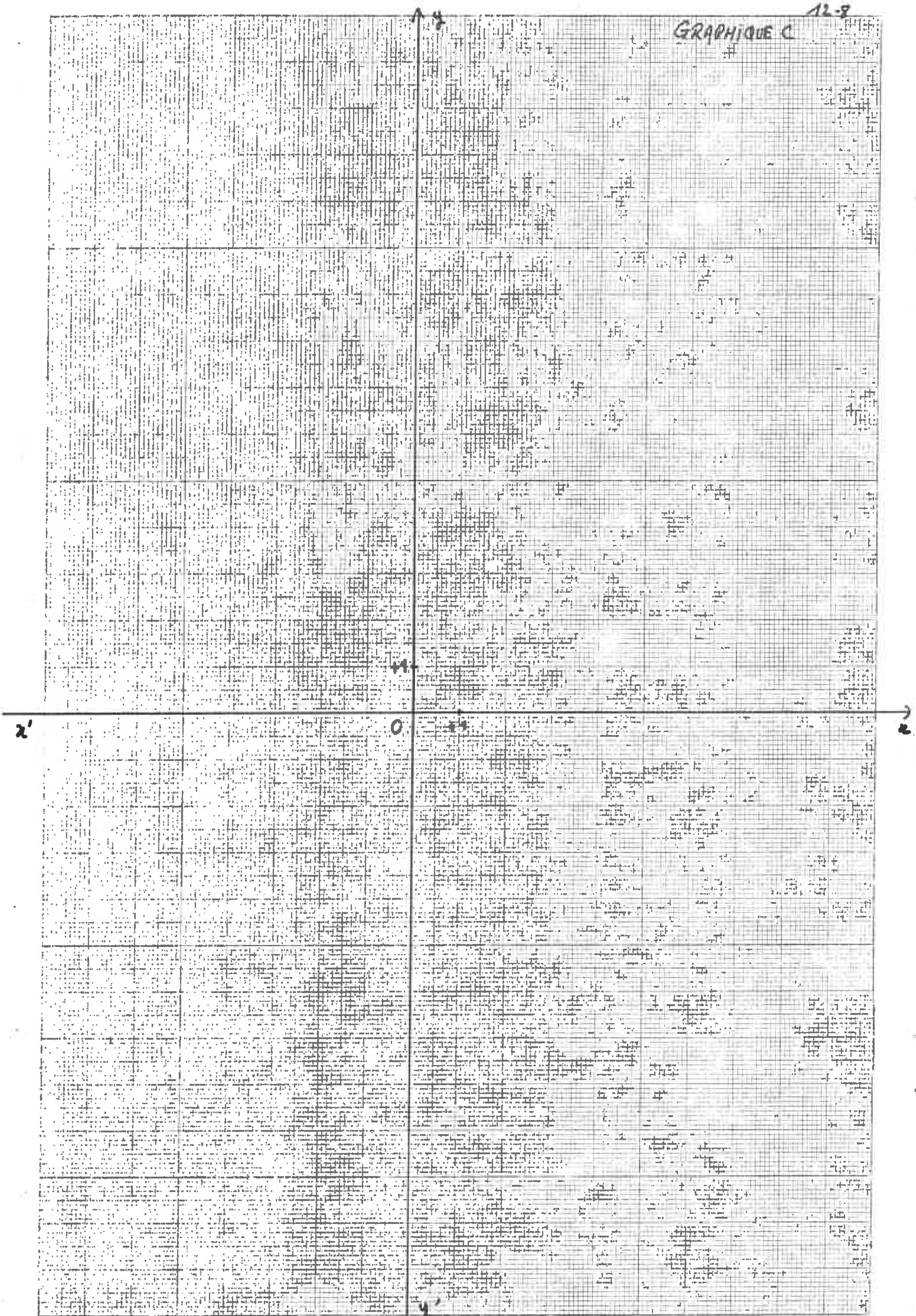
<u>attention</u> aux <u>unités</u> !

GRAPHIQUE A




12-7
GRAPHIQUE B
y
+1
x'
O
+1
x
y'

GRAPHIQUE C



TEST 12

EXERCICE 1 : Tu utiliseras le repère ① de la page 9-bis.

a) Place les points A(-3;+5) ; B(+2;-4) ; C(-5;-1) ; D(+3;+4) ; E(+2,5;-3,7)
F(-3,4;-4,2) ; G(0;+5,3) ; H(-1,4;0).

b) Trace en rouge l'ensemble des points d'abscisse +3.
Trace en rouge l'ensemble des points d'abscisse -2.
Que peux-tu dire de ces 2 ensembles ?

c) Trace en vert l'ensemble des points d'ordonnée +4.
Trace en vert l'ensemble des points d'ordonnée -3.
Que peux-tu dire de ces 2 ensembles ?

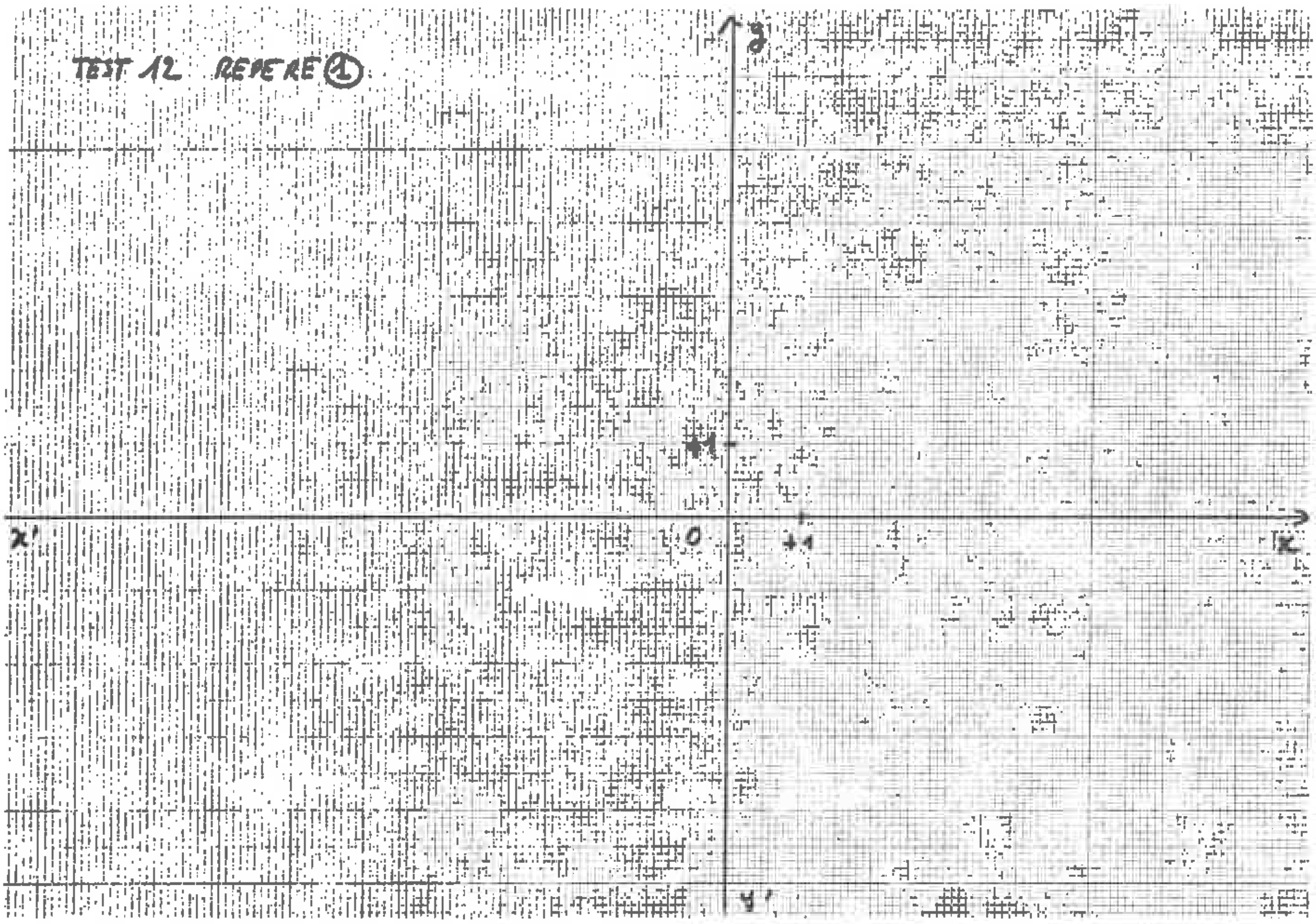
d) Compare les ensembles obtenus en b) et c).
Quelle est la figure obtenue ?

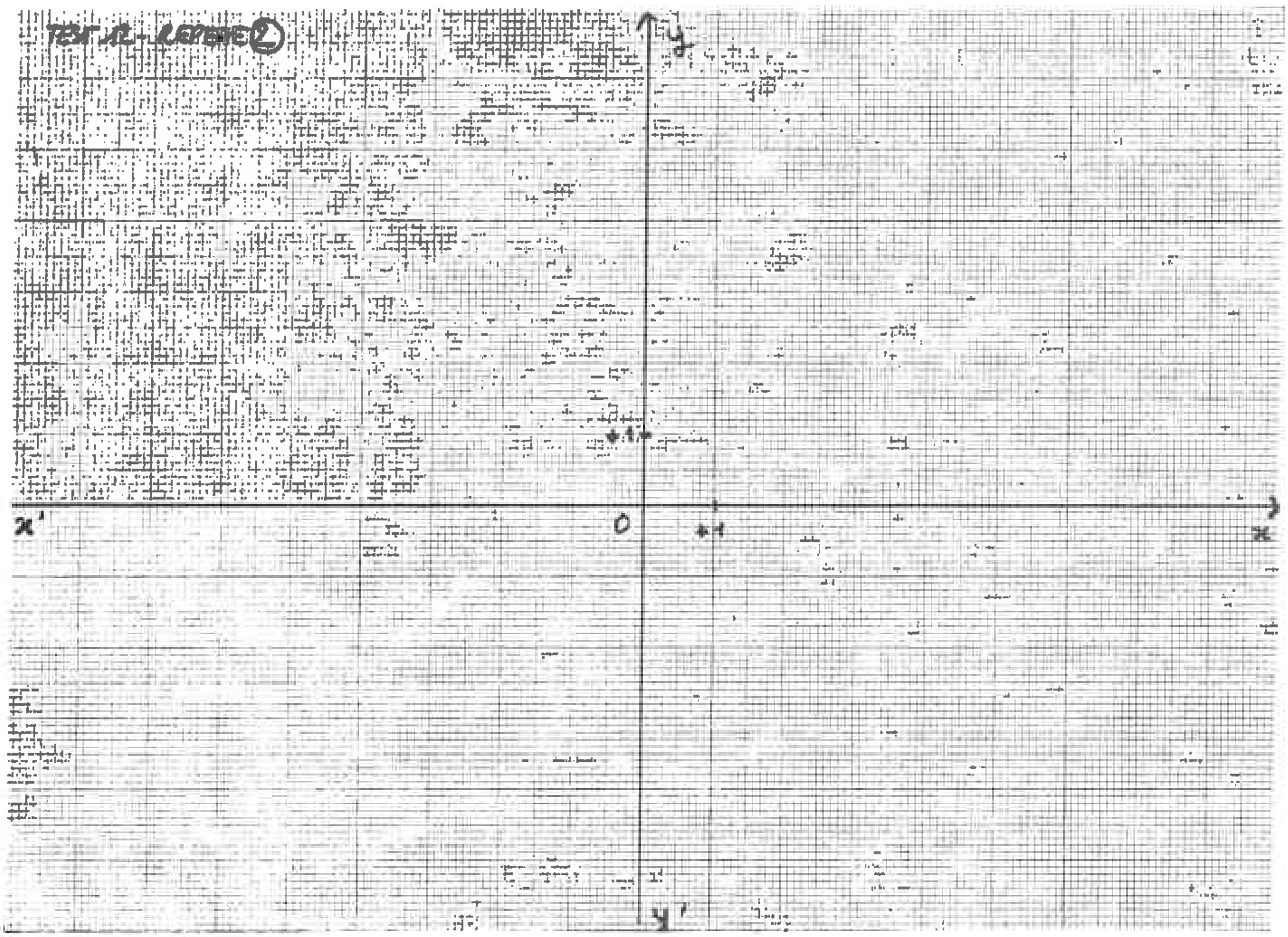
EXERCICE 2 : Tu utiliseras le repère ② de la page 9-bis.

a) Place les points A(+2,5;+3) ; B(+1,5;+4) ; C(0;+3) ; D(-5;+1) ; E(-3,5;0)
F(-3;-2) ; G(+3,5;-2) ; H(+4,5;0).
Trace en rouge le polygone (ABCDEFGH).

b) Permute les coordonnées de chacun des points. Tu obtiens de nouveaux points :
A'(+3;+2,5) ; B'(+4;+1,5) ...
Trace le polygone (A'B'C'D'E'F'G'H').

c) Les 2 polygones obtenus peuvent-ils se superposer par pliage ? Si oui, trace la droite axe de symétrie.


TEST 12 REPERE 1
y
+1
x'
0
+1
x
y'


TEST 12 - REPERE 2
y
+1
x'
0
+1
x
y'

CONTROLE 12

EXERCICE 1 : SITUATION GEOMETRIQUE

Tu utiliseras le repère ① de la page 10-bis.

a) Place $A(-3;+5)$; $B(-5;+1)$; $C(+5;+1)$.
Trace le triangle (ABC). Nature de ce triangle ?

b) Place le milieu M de AC . Coordonnées de M ?

c) Place $D(-1;-1)$. Trace le quadrilatère (A,B,D,M). Nature de ce quadrilatère ?

d) Place le point F tel que D soit le milieu de BF .Coordonnées de F ?

e) Trace le quadrilatère (A,B,F,C). Nature de ce quadrilatère ?

g) Place $E(+3;+7)$. Trace le quadrilatère (A,E,C,D). Nature de ce quadrilatère ?

h) Trace le cercle de centre M et de rayon MA. Par quels points passe ce cercle ?

EXERCICE 2 : SYMETRIES

Tu utiliseras le repère ② de la page 10-bis.

a) Soit le point $A(+2;+4)$

A_1 est le symétrique de A par rapport à (x'x). Place A_1.

Quelles sont ses coordonnées ?

A_2 est le symétrique de A par rapport à (y'y). Place A_2.

Quelles sont ses coordonnées ?

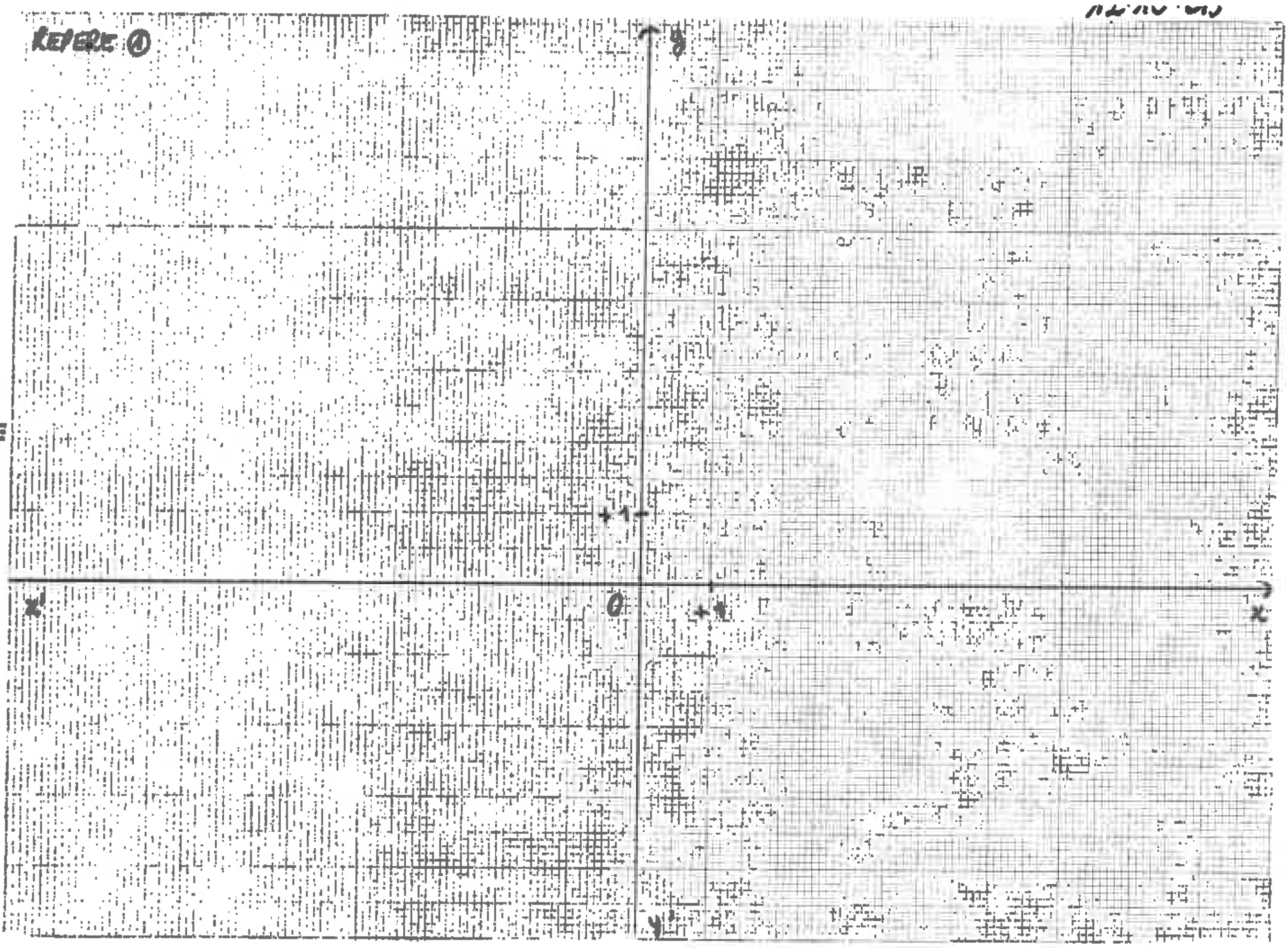
A_3 est le symétrique de A_1 par rapport à (y'y). Place A_3.

Quelles sont ses coordonnées ? Que peut-on dire entre A_2 et A_3 ?

b) Place les points $B(+1;+6)$; $C(+5;+2)$; $D(0;-3)$; $E(-4;+1)$.
Trace le quadrilatère (B,C,D,E). Nature de ce quadrilatère ?

c) En t'aidant de ce que tu as fait en a), trace les quadrilatères (B_1,C_1,D_1,E_1) (symétrique de (B,C,D,E) par rapport à (x'x)), (B_2,C_2,D_2,E_2) (symétrique de (B,C,D,E) par rapport à (y'y)) et (B_3,C_3,D_3,E_3) (symétrique de (B_1,C_1,D_1,E_1) par rapport à (y'y)).

CONTROLE
12



CONTROLE
12