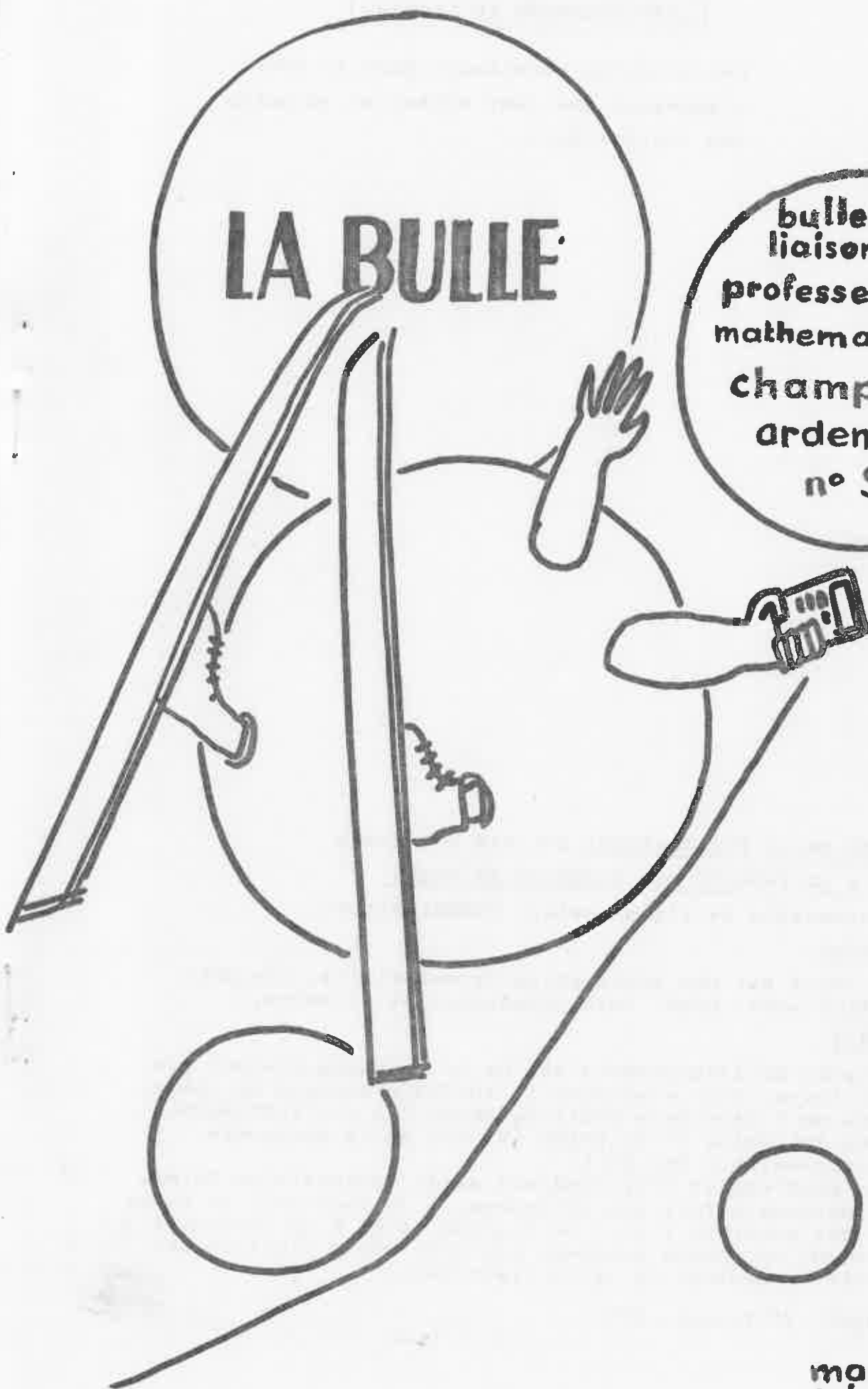


LA BULLE

bulletin de
liaison des
professeurs de
mathématiques
champagne
ardennes
n° 9



mars 1982
trimestriel
prix 4^F

AVERTISSEMENT AU LECTEUR

Les articles paraissant dans la BULLE
n'engagent que leur auteur et en aucun
cas l'A.P.M.E.P.

DIRECTEUR DE LA PUBLICATION: J-L VAN DEN HENDE

IMPRIME A LA FACULTE DES SCIENCES DE REIMS

Responsable de l'impression: MICHEL PILLET.

PERIODICITE

La BULLE est une publication trimestrielle. Les mois
de parution sont: Mars, Juin, Septembre et Décembre.

ABONNEMENT

Le prix de l'abonnement est de 16 F (seize francs) par
année scolaire. Pour s'abonner il suffit d'envoyer un chèque
à l'ordre de " Régionale APMEP de REIMS " à J-L VANDENHENDE
1 Rue des Tuileries 51100 REIMS (N° CCP de la Régionale
Châlons-sur-marne 1 262 80 L)

Cas particulier d'un adhérent de la Régionale de Reims:
l'APMEP nationale fait une ristourne, à la Régionale de Reims
de 25 F par adhérent (10 F en liquide et 15 F en brochures)
L'abonnement de chaque adhérent est donc réglé d'office par
une partie du montant de cette ristourne.

Dépot légal 1^{er} trimestre 1982

EDITORIAL

Le 3 mars 1982, au Lycée Technique des Lombards de Troyes, s'est déroulée la journée de la Régionale APMEP de Reims.

Après une empoignade verbale à propos de la modification des Statuts de la Régionale, et une conférence astronomique de Gilbert WALUSINSKI nous faisant (re)découvrir, à l'aide de diapositives, les "espaces infinis" avec autant de compétence que d'humour, un très bon repas nous a permis de reprendre des forces.

L'après-midi, la soixantaine de personnes présentes s'est répartie dans les différents groupes:

- micro-ordinateurs
- calculatrices programmables
- programmes de seconde
- construction d'objets "astronomiques"
- cadrans solaires.

Participant à ce dernier groupe animé par notre collègue physicien d'Aix-en-Othe, Daniel TOUSSAINT (que je remercie au nom des membres du groupe), j'ai découvert avec facilité toutes sortes de cadrans solaires et compris les principes me permettant d'en fabriquer (du moins les plus simples). L'astronomie -thème de la journée- n'est peut-être pas actuellement le souci permanent des enseignants de mathématiques, mais il est certainement important d'en savoir les rudiments.

Je pense que l'APMEP a un rôle fort important à jouer pour obtenir la possibilité de suivre des stages de "formation continue", intégrés dans le temps de travail, permettant entre autres choses:

- d'améliorer sa "culture générale" (comme cette journée du 3/3/1982 bien trop courte hélas).
- d'effectuer une mise à jour de ses connaissances (le cas échéant)
- de réfléchir en groupe sur son enseignement (à quand les échanges systématiques ... ?)

Je termine donc par ce vieil adage bien connu mais qu'il faut méditer et mettre en pratique:

" Aide toi et l'APMEP t'aidera ".

Jean - Loup VAN DEN HENDE

NOMS ET ADRESSES DES MEMBRES DU COMITE REGIONAL

Membres sortant en 1982

DAVID Marcel (Président d'honneur)
9, rue Bertrand de Mun 51100 REIMS Tél 07 08 78

FONTUGNE Pierre
14, rue des Elus 51100 REIMS

GODON Marie-José
8, rue de Lorraine 52000 CHAUMONT Tél 03 52 34

HAUBRY Yves (Président)
MACEY 10300 SAINTE-SAVINE Tél 70 34 87

JURION Amand
Rue de la 42^{ème} DBMM 08800 MONTHERME Tél 34 32 43

TURCO Bertrand (Vice-Président)
15, rue Bertrand de Mun 51100 REIMS Tél 07 25 28

VADEL Jean-Michel
Résidence de l'églantine Bt E Appt 178
52100 SAINT-DIZIER Tél 05 66 90

Membres sortant en 1984

GRANGÉ Jean-Pierre (Trésorier)
35, Allée des Jonquilles 51100 BETHENY Tél 07 11 37

MINOT Francis
Lot. La Charbonnière 08300 RETHEL Tél 39 13 89

TURLAN Bernard
9, rue Abbé de l'Épée 51100 REIMS Tél 85 02 07

VAN DEN HENDE Jean-Loup
1, rue des Tuileries 51100 REIMS Tél 85 15 59

Membres sortant en 1986

DANIEL Jean-Claude
242, Village Lafayette 52000 CHAUMONT Tél 03 21 70

DETREY Marie (Secrétaire)
39, Allée Fléchambault 51100 REIMS Tél 85 04 72

MOREAUX Patrice
22, rue Clovis 51100 REIMS

PILLET Michel (Secrétaire-Adjoint)
4, Avenue de l'Europe 51100 REIMS Tél 07 08 80

SCHACHERER Germain
26, rue du Moulin à Vent 51200 EPERNAY Tél 51 34 59

VEDRINE Jean-Michel
12, avenue Diderot 10100 ROMILLY/SEINE Tél 24 43 29

SOMMAIRE

Service-abonnement	page 2
Editorial	page 3
Liste des membres du comité régional	page 4
Jeux des portraits (par Y. Haubry)	page 6
Activités en classe (par B. Turco)	page 7
Carrés magiques (par R. Pinot)	page 9
Rubrique-Jeux	page 11
Stages informatiques (Centre PEGC)	page 12
Coin des calculatrices (par G. Schacherer)	page 13
Compte-rendu "soirée calculatrices"	page 19
Utilisation des systèmes articulés (par Michel Bridenne de Dijon)	page 21
Rétroprojection	page 30

La couverture est de P. Fontugne

mmmmmmmmmm

LE SERVICE-BROCHURES SIGNALE ...

Dépôts de brochures

DANIEL J-C: LPEM de Chaumont (52)
 GAULON N et GRANMONT R: Lycée Joliot-Curie de Romilly/Seine (10)
 HAUBRY Y: Lycée Chrestien de Troyes à Troyes (10)
 MINOT F: Collège de Reims (08)
 VAN DEN HENDE J-L: Collège Saint-Rémi de Reims (51)

Pour toute commande il est possible de s'adresser à
 J-L Van Den Hende (1 rue des Tuileries à Reims); les prix
 sont identiques à ceux du bulletin national sauf pour:

- La série des mots de I à IV qui vaut 25 F + port
- Mathématiques Actives en Seconde 37 F + port

D'autre part la Régionale possède encore quelques
 bulletins spéciaux sur le LSE à 20 F et des Ludi-math N°2
 (de la Régionale de Poitiers) à 10 F (+ port).

Dernière acquisition: Activités 4e-3e tome 2 à 27 F.

LE JEU DES PORTRAITS

Ils sont deux, sillonnant l'académie, laissant derrière eux un souvenir inoubliable. On se bat pour les voir, les places sont chères pour participer à ce two math chaud !

Mais oui ! vous les avez reconnus :

ROX et ROUKY !

Le groupe (distingué) qui monte ...

Rox, les cheveux au vent, l'oreille en coin, l'oeil fulgurant, le pourfendeur de débiles, l'étripeur de réacs ! l'homme qui pense plus vite que son ombre.

Rouky, le fidèle second, l'oeil charmeur, le sourire éclatant, la voie de cristal planant au dessus de la fumée.

Le spectacle commence dans le calme; l'assistance est froide, réservée. Mais Rox dans un brillant numéro, avec beaucoup de suites dans les idées, réchauffe l'atmosphère. L'ambiance est chaleureuse, le ton monte. Sur un rythme de Roukair'Roll endiablé, l'un crache les noyaux, l'autre brosse les thèmes. C'est le tube de l'été: seconde troncom ! Enfin la foule se déchaîne. Le courant passe, un paroxysme est atteint: c'est la géométrie dans les spasmes ! Les répliques fusent. Chacun en prend pour son grade. Puis la foule se disperse, chacun rentre chez soi, l'esprit bouillant. Certains s'interpellent:

- Bérard, vous avez dit Bérard !

- Moi j'ai dit Bérard ? Bérard ? ... Bérard ? ... qui c'est Bérard ?

Que les lecteurs qui ont reconnu ces deux personnages, fort sympathiques au demeurant, nous écrivent, ils ont gagné une inspection gratuite !

Soient A, B, C les sommets d'un triangle équilatéral.
 Trouver (s'il(s) existe(nt)) le(s) point(s) M du plan
 tel(s) que $d(M) = MA + MB + MC$ soit minimale.

Remarques préliminaires:

- La démonstration proposée est spécifique à l'hypothèse d'équilatéralité.

- Les arguments utilisés sont élémentaires et doivent s'adapter au premier cycle.

Trame de la démonstration:

* Sur une droite (D) parallèle au côté BC du triangle;
 $d(M) \leq d(M')$ si et seulement si $IM \leq IM'$ où I est le point d'intersection de (D) et de la médiatrice de [BC].

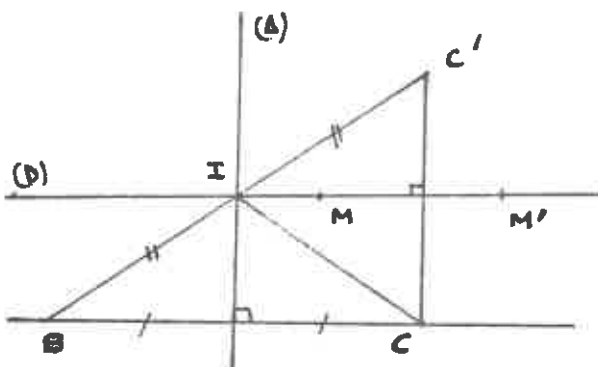
* Partant d'un point M quelconque du plan, il existe un "chemin" (non unique) aboutissant à O, point de concours des médiatrices de ABC, et permettant de justifier que $d(O) \leq d(M)$.

Lemme: Soient (D) une droite parallèle à (BC), M et M' deux points de (D), $d = MB + MC$, $d' = M'B + M'C$, I est le point d'intersection de (D) avec la médiatrice (Δ) de [BC]

alors $d \leq d'$ si et seulement si $IM \leq IM'$

idée fondamentale: avec les hypothèses, $IM \leq IM'$ si et seulement si M est intérieur à l'ellipse de foyers B et C passant par M'.

démonstration proposée:



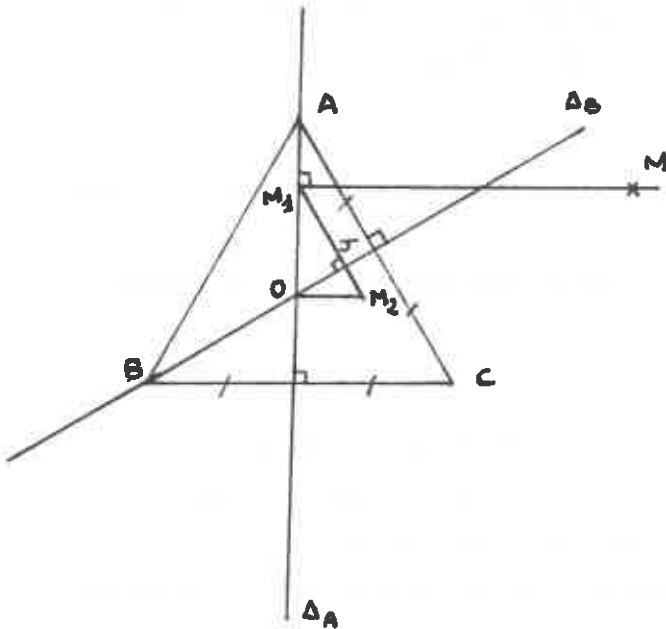
Pour des raisons de symétrie par rapport à (Δ), on se ramène au cas où M et M' sont du même "côté" de I. Soit C' le symétrique de C par rapport à (D) alors I milieu de [BC'].

$IM \leq IM'$ ssi M intérieur au triangle $BM'C'$ ssi $BM + MC' \leq BM' + M'C'$.

remarque: la réciproque se confond aisément avec la partie directe mais pour plus de clarté, envisager les deux cas M intérieur et M extérieur.

Corollaire: Sur (D) , $IM \longmapsto d(M)$ est une fonction croissante. Immédiat en remarquant que $IM' \leq IM$ si et seulement si $AM' \leq AM$.

D'où la construction



M_1 est la projection orthogonale de M sur (Δ_A)

M_2 est tel que

$$JM_2 = 1/3 JM_1$$

(Δ_A) est la médiatrice de $[BC]$ et (Δ_B) est la médiatrice de $[AC]$.

On applique le corollaire avec M et M_1 : $d(M_1) \leq d(M)$.

On applique le corollaire avec M_1 et M_2 et la médiatrice (Δ_B) de $[AC]$: $d(M_2) \leq d(M_1)$.

On applique enfin le corollaire avec O et M_2 : $d(O) \leq d(M_2)$

Commentaires

La démonstration ci-dessus vous paraît-elle accessible à un élève moyen de troisième?

Envoyez vos remarques éventuelles à B. TURCO (adresse en page 4)

CARRÉS MAGIQUES

Dans la BULLE N°7 de septembre 1981, vous avez pu découvrir 400 carrés magiques différents en utilisant les déplacements conjugués du Cavalier et du Roi (200 solutions) ou du Cavalier et de la Tour.

Et le Fou ? et bien pas aussi fou qu'on peut le penser puisqu'il permet lui aussi d'obtenir 40 nouveaux carrés en l'associant au roi et 48 autres encore en l'associant à la Tour (Roi et Tour assurant les "changements de rythmes").

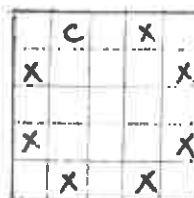
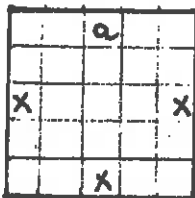
ASSOCIATION FOU-ROI

Les solutions dépendent:

- de la case de départ (position du nombre 1)
- du sens de déplacement du Fou (noté NE,NO,SE,SO)

et celui du Roi.

1) Position de la case de départ a, b ou c.



2) Tableau des déplacements conjugués F-R

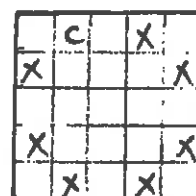
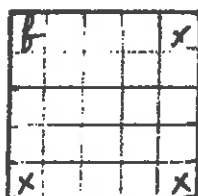
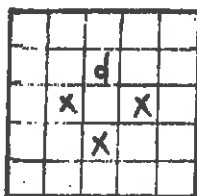
		a	b	c		
F	R	NE	NE	NE		
F	R	NO	S	N		
F	R	SE	Pas de	Solution		
F	R	SO	SO	SO	N	TOTAL
Nombre de solutions		4x4 = 16	4x2 = 8	8x2 = 16	40	

Remarque: Les "lois" sont plus difficiles à énoncer avec le Fou qu'avec le Cavalier, de plus certaines associations ne donnent pas de solution !

ASSOCIATION FOU-TOUR


Les solutions dépendent encore de la case de départ et du sens de déplacement du Fou et de la Tour (2 pas)

1) Position de la case de départ d, f et c (comme F-R)



2) Tableau des déplacements conjugués Fou-Tour

		d	f	c	
F	T	NE O DOWN	NE SS	/	
F	T	NO E DOWN	/	NO EE	
F	T	SE NN	/	SE NN	
F	T	SO NN	SO EE	/	TOTAL
Nombre de solutions		4x6 = 24	4x2 = 8	8x2 = 16	48

 pas de solution.

Les déplacements du Fou apportent 88 nouvelles solutions.

CONCLUSIONS

- Nous avons au total obtenu 488 carrés magiques différents.
- Tout nombre peut occuper la case centrale (Cavalier-Roi ou Cavalier-Tour).
- Seuls 11, 12, 13, 14 ou 15 peuvent occuper la case centrale (Fou-Roi ou Fou-Tour)

Au cours des recherches sont apparus des "carrés anarchiques" semblant n'obéir à aucune des "lois" énoncées ci-dessus ou précédemment (BULLE N°7). Essayez de découvrir la "règle du jeu"!

1 20 19 2 23 22 10 17 12 4 21 15 13 11 5 18 14 9 16 8 3 6 7 24 25	1 22 21 18 3 20 10 15 14 6 19 17 13 9 7 2 12 11 16 24 23 4 5 8 25	1 2 19 20 23 18 16 9 14 8 21 11 13 15 5 22 12 17 10 4 3 24 7 6 25	1 18 21 22 3 2 16 11 12 24 19 9 13 17 7 20 14 15 10 6 23 8 5 4 25	10 22 17 4 12 20 1 19 23 2 15 21 13 5 11 6 3 7 25 24 14 18 9 8 16	10 20 15 6 14 22 1 21 3 18 17 19 13 7 9 4 23 5 25 8 12 2 11 24 16
16 18 9 8 14 2 1 19 23 20 11 21 13 5 15 24 3 7 25 6 12 22 17 4 10	16 2 11 24 12 18 1 21 3 22 9 19 13 7 17 8 23 5 25 4 14 20 15 6 10	16 14 18 9 8 12 10 22 17 4 2 20 1 19 23 11 15 21 13 5 24 6 3 7 25	10 12 22 4 17 14 16 18 8 9 20 2 1 23 19 6 24 3 25 7 15 11 21 5 13	16 9 18 14 8 11 13 21 15 5 2 19 1 22 23 12 17 22 10 4 24 7 3 6 25	10 4 22 12 17 6 25 3 24 7 20 23 1 2 19 24 8 18 16 9 15 5 21 11 13
13 11 21 5 15 9 16 18 8 14 19 2 1 23 20 7 24 3 25 6 17 12 22 4 10	13 5 21 11 15 7 25 3 24 6 19 23 1 2 20 9 8 18 16 14 17 4 22 12 10	25 6 3 7 24 4 10 22 17 12 23 20 1 19 2 5 15 21 13 11 8 14 18 9 16	25 7 3 6 24 5 13 21 15 11 23 19 1 20 2 4 17 22 10 12 8 9 18 14 16	17 4 6 13 25 15 21 3 7 19 23 10 14 16 2 9 18 22 5 11 1 12 20 24 8	8 11 2 19 25 24 5 16 7 13 20 22 16 3 6 12 18 10 21 4 1 9 23 15 17
17 13 6 4 25 9 5 22 18 11 23 16 14 10 2 15 7 3 21 19 1 24 20 12 8	8 19 2 11 25 12 21 10 18 4 20 22 14 3 6 24 7 16 5 13 1 15 23 9 17	21 15 3 19 7 4 17 6 25 13 10 23 14 2 16 12 1 20 8 24 18 8 22 11 5	5 24 16 13 7 11 8 2 25 19 22 20 14 6 3 9 1 23 17 15 18 12 10 4 21	5 9 22 11 18 13 17 6 25 4 16 23 14 2 10 24 1 20 8 12 7 15 3 19 21	21 12 10 4 18 19 8 2 25 11 3 20 14 6 22 15 1 23 17 9 7 24 16 13 5

LA RUBRIQUE-JEUX

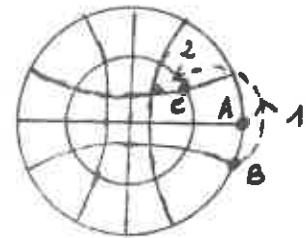
L'hyper solitaire (distribué en France par BASS & BASS)

Description du jeu (voir figure)

AUX intersections des lignes (droites, arcs de cercle ou cercles) il y a un trou. Celui-ci est ou non occupé par un bâtonnet.

Un certain nombre de bâtonnets étant installés sur le jeu, on appelle saut le fait qu'un bâtonnet passe par dessus un autre en tombant dans une case vide et en suivant les lignes tracées sur le jeu. On retire alors le bâtonnet "sauté". On appelle coup une succession de sauts par un même bâtonnet.

Exemple: Sur la figure, le bâtonnet B en suivant le trajet (saut) 1 permet de retirer le bâtonnet A. Le bâtonnet B en faisant les sauts 1 et 2 fait un coup et enlève les bâtonnets A et C.



Le but du jeu consiste à enlever tous les pions (sauf 1) en un minimum de coups.

Construction du jeu

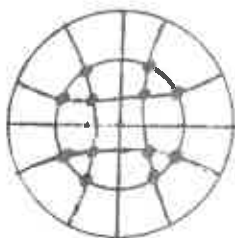
Se munir d'un morceau de contre-plaqué de 18 x 18 x 2 (en cm) de baguettes de bois cylindriques de 7 mm de diamètre et d'un morceau d'isorel de 18 x 18.

Tracer le jeu sur le contre-plaqué (les cercles ayant des rayons de 5 cm et 7,5 cm). A chaque intersection faire un trou de 8 mm de diamètre. Clouer en dessous la plaque d'isorel. Fabriquer 35 bâtonnets (2 de plus en cas de perte toujours possible) de 3 cm de long.

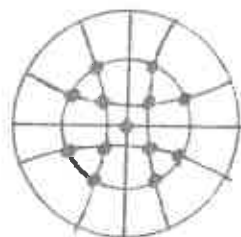
Il ne vous reste plus qu'à vous entraîner !

Quelques exercices

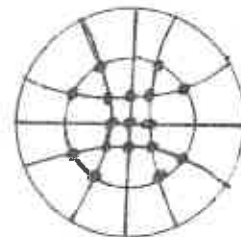
Les points noirs désignent les bâtonnets. Les solutions seront publiées dans un prochain numéro.



5 coups



5 coups



6 coups

ENSEIGNANTS DE COLLEGE DE TOUTES DISCIPLINES

Le Centre Régional de Formation des P.E.G.C. dispose, à partir du 2 Février 1982 d'un Département Informatique, équipé de deux MICRAL 80-22 G (matériel E.N.)

Si vous êtes intéressés par l'utilisation de l'informatique dans votre enseignement, contactez :

C.R.F.P.E.G.C.

Département Informatique

Patrice MOREAUX

32, Rue Ledru Rollin 51100 REIMS

Tél (26) 06-25-15

Organisation possible de :

- séances de formation
- démonstrations
- groupes de recherche (expérimentation)
- diffusion de logiciels pédagogiques
- etc ... selon vos propositions.

LE COIN DES CALCULATRICES

Six petits programmes pour H.P. 33

1) Ce programme permet de réaliser un carré magique avec les 25 premiers naturels non nuls dans un quadrillage 5 x 5. Chaque case de ce quadrillage est repérée par un entier \overline{xy} formé de deux chiffres x et y compris entre 0 et 4 (au sens large) et désignant respectivement l'abscisse et l'ordonnée de cette case (voir figure).

01 1	13 RCL 7	25 GSB 41	37 RCL 7
02 STO 7	14 GSB 42	26 STO 6	38 +
03 GSB 36	15 1	27 $x \rightarrow y$	39 R/S
04 R↓	16 STO+7	28 RCL 5	40 g RTN
05 RCL 0	17 f x>y	29 GSB 41	41 +
06 ÷	18 GTO 22	30 STO 5	42 5
07 STO 5	19 RCL 1	31 RCL 0	43 ÷
08 g FRAC	20 RCL 2	32 X	44 g FRAC
09 STO-5	21 GTO 24	33 +	45 5
10 RCL 0	22 RCL 3	34 GSB 36	46 X
11 X	23 RCL 4	35 GTO 13	47 g RTN
12 STO 6	24 RCL 6	36 g %	

Mode d'emploi

- préliminaires: 1) Introduire le programme.

2) Taper f FIX 2

3) Taper 10 STO 0

- début: 1) Stocker 4 entiers a, b, c, d dans les mémoires 1, 2, 3, 4: a STO 1, b STO 2, c STO 3, d STO 4 où a, b, c, d sont les 4 chiffres formant l'une des 16 colonnes du tableau suivant:

a	1	4	1	4	3	3	2	2	2	3	2	3	1	1	4	4
b	3	3	2	2	1	4	1	4	1	1	4	4	2	3	2	3
c	0	0	0	0	1	1	4	4	0	0	0	0	2	2	3	3
d	1	1	4	4	0	0	0	0	2	2	3	3	0	0	0	0

2) Initialiser: GTO 00

3) Afficher un entier \overline{xy} puis taper R/S.

4) A chaque arrêt la HP affiche un décimal. Inscrire la partie entière dans la case dont l'abscisse est égale à la première décimale et l'ordonnée à la deuxième décimale, puis faire R/S.

- Fin: Lorsque l'affichage est supérieur à 26.

- Exemple: avec le début suivant: 2 STO 1, 1 STO 2, 4 STO 3, 0 STO 4 (7ème colonne du tableau.), GTO 00, 32 R/S, la HP affiche successivement: 1,32; 2,03; 3,24; 4,40; 5,11; 6,01 etc ... On inscrit donc 1 dans la case 32 (abscisse 3, ordonnée 2), 2 dans la case 03, etc ... comme sur la figure suivante:

4			3		
3	2				
2			1		
1	6	5			
0					4
y/x	0	1	2	3	4

- Remarques: 1) Ce programme exploite l'article de Roger PINOT (la BULLE N° 7 page 15)

2) Le programme comporte 3 sous-programmes. Le premier est appelé aux pas 03 et 34, le deuxième aux pas 25 et 29, le troisième, au pas 14, est une partie du deuxième.

2) Jouez au 421 sans dés !

Ce programme génère trois chiffres aléatoires compris entre 1 et 6 et affiche le plus grand nombre que l'on peut former à l'aide de ces trois chiffres.

01 f FIX 0	13 +	25 RCL 1	37 STO 0
02 GSB 34	14 RCL 1	26 ÷	38 6
03 GSB 34	15 X	27 g INT	39 X
04 GSB 34	16 +	28 f LAST x	40 1
05 STO 2	17 R/S	29 g FRAC	41 +
06 R↓	18 f Pause	30 RCL 1	42 g INT
07 GSB 42	19 g x=0	31 X	43 f x ≤ y
08 RCL 2	20 GTO 02	32 GSB 42	44 x ↔ y
09 1	21 9	33 GTO 04	45 g RTN
10 0	22 x ↔ y	34 RCL 0	
11 STO 1	23 f x ≤ y	35 g →DEG	
12 X	24 GTO 03	36 g FRAC	

Mode d'emploi

- préliminaires: 1) Introduire le programme.

2) Initialiser: GTO 00

3) Choisir un nombre décimal quelconque et afficher ce décimal.

4) Taper STO 0

- début: 1) Afficher 0 et taper R/S

2) Si le résultat est satisfaisant, passer la main.

Si aucun des chiffres du résultat ne convient, retourner en 1.

Si un ou deux chiffres conviennent, afficher ces chiffres et taper R/S.

3) Recommencer éventuellement, puis passer la main.

- Fin: lorsque la partie est terminée.

- Remarque: Les pas 34 à 37 forment un générateur de nombres décimaux, les pas de 38 à 42 transforment ce décimal en un naturel compris entre 1 et 6.

3) Ce programme fournit la décomposition d'un naturel n en produit de facteurs premiers: $n = \prod_i p_i^{\alpha_i}$ où p_i sont les facteurs premiers et α_i les exposants de ces facteurs.

01 f FIX 2	11 1	21 +	31 f $x \leftarrow y$
02 STO 3	12 STO+0	22 R/S	32 GTO 24
03 2	13 GTO 05	23 RCL 2	33 1
04 STO 2	14 1	24 2	34 RCL 3
05 g \bar{x}	15 RCL 0	25 f $x=y$	35 f $x \neq y$
06 g FRAC	16 STO-0	26 1	36 GTO 04
07 g $x \neq 0$	17 g $x=0$	27 STO+2	37 GTO 00
08 GTO 14	18 GTO 29	28 GTO 05	
09 f LAST x	19 g %	29 g \bar{x}	
10 STO 3	20 RCL 2	30 RCL 2	

Mode d'emploi

- préliminaires: 1) Introduire le programme.

2) Initialiser: GTO 00

- début: 1) Afficher n .

2) Taper R/S.

3) A chaque arrêt lire p_i (à gauche de la virgule) et α_i (à droite de la virgule), puis taper R/S.

- fin: lorsque l'affichage est 1.00 .

- exemple: Si $n = 1008$, la HP affiche successivement: 2.04, 3.02, 7.01 et 1.00 . On a $1008 = 2^4 \times 3^2 \times 7$.

- remarque: le pas 05 remplace "RCL3 RCL2 ÷", Le 19: ".,0,1,X".

4) Ce programme donne la date de Pâques des années comprises (au sens large) entre 1900 et 2099.

01 STO 3	06 STO+1	11 RCL 2	16 STO 3
02 4	07 STO+1	12 X	17 3
03 GSB 41	08 1	13 2	18 0
04 STO 1	09 9	14 4	19 GSB 41
05 GSB 40	10 GSB 41	15 +	20 STO 4

21 3	28 STO+3	35 4	42 g \bar{x}
22 X	29 GSB 40	36 f $x > y$	43 g FRAC
23 RCL 1	30 RCL 4	37 +	44 RCL 2
24 +	31 +	38 +	45 X
25 STO 3	32 9	39 GTO 00	46 g RTN
26 5	33 -	40 7	
27 +	34 .	41 STO 2	

Mode d'emploi

- préliminaires: 1) Introduire le programme.

2) Initialiser: GTO 00.

3) Taper 216,3 STO 5

f FIX 1

- début: 1) Afficher l'année.

2) Taper R/S.

- fin: Lorsque la HP s'arrête, elle affiche un nombre dont la partie entière donne le numéro du jour et la partie décimale le numéro du mois de la date de Pâques.

- Exemple: 1936, R/S donne 12,4. Ainsi en 1936, Pâques tombait le 12 Avril.

- Remarques: Ce programme exploite une formule due à GAUSS. Cette formule donne des dates inexactes pour les années 1954, 1981, 2049 et 2076 où Pâques tombe respectivement les 26, 19, 18 et 19 avril.

La principale difficulté consistait à faire tenir le programme dans les 49 pas de la HP 33. Ainsi le pas 06 remplace 2, X. Une remarque particulière à propos du pas 42 utilisé en sous-programme. Il remplace RCL 2, RCL 3, $\frac{2}{3}$ dans tous les GSB à l'exception de celui du pas 29 où il utilise également RCL 5, RCL 2, $\frac{2}{3}$ dont le résultat numérique (30,9) stocké dans la pile en y est éventuellement utilisé au pas 37.

5) Jeu de NIMB .

Ce jeu se joue à deux. Soit deux naturels N et n avec $n > 2$ et $N > 2n$. On prend un tas de N pions. Chacun des deux joueurs enlève alors alternativement de ce tas un nombre de pions compris au sens strict entre 0 et n jusqu'à épuisement du tas. Est perdant celui qui est obligé d'enlever le dernier pion.

Le programme permet de remplacer un des joueurs par la HP 33, c'est à dire de jouer contre elle.

01 STO-1	07 RCL 0	13 g x=0	19 STO-1
02 RCL 1	08 $\frac{\circ}{\div}$	14 RCL 0	20 RCL 1
03 g x=0	09 g INT	15 1	21 GTO 00
04 GTO 00	10 RCL 0	16 f $x \neq y$	
05 f Pause	11 X	17 -	
06 RCL 1	12 -	18 f Pause	

Mode d'emploi:

- préliminaires: 1) Introduire le programme.

2) Taper f FIX 0

3) Initialiser GTO 00

→ début: 1) Afficher n et taper STO 0

2) Afficher N et taper STO 1

3) Afficher le nombre x de pions que l'on veut enlever ($1 \leq x \leq n-1$) et taper R/S. La HP affiche alors successivement le nombre de pions restant dans le tas, le nombre de pions qu'elle décide d'enlever puis en s'arrêtant, le nombre de pions restant dans le tas après son tour de jeu.

4) Retourner au 3.

- Fin: lorsque la HP s'arrête en affichant 0.

- Exemple: Supposons $N=14$ et $n=5$. On tape 4 STO 0 et 14 STO 1. Supposons qu'on veuille alors enlever 3 pions. On tape 3, puis R/S. La HP affiche alors successivement 14-3 soit 11, puis 1 (le nombre qu'elle décide d'enlever) et s'arrête en affichant 11-1 soit 10. On affiche alors un nouveau nombre x à enlever puis on tape R/S. Si par exemple $x=2$, la machine affichera successivement 8 puis 2 puis 6.

- Remarques: 1) Le programme a naturellement été choisi pour que la machine gagne si cela est possible.

2) Si dans un nouveau jeu on ne change pas n, il suffit de commencer au 2) du début soit: afficher N et faire STO 1.

6) Ce programme génère les solutions (x, y, z, t) non triviales formées de quatre naturels non nuls vérifiant l'équation:

$$x^2 + y^2 = z^2 + t^2$$

et pour lesquelles x est supérieur à un naturel donné n (Ces solutions vérifiant en plus $x > z \geq t > y$).

01 STO 0	11 RCL 1	21 RCL 2	31 R/S
02 1	12 $g x^2$	22 RCL 1	32 f LASTx
03 STO+0	13 RCL 2	23 f x=y	33 f Pause
04 RCL 0	14 $g x^2$	24 GTO 02	34 RCL 1
05 STO 1	15 +	25 GTO 06	35 f Pause
06 STO 2	16 RCL 0	26 f \sqrt{x}	36 RCL 2
07 1	17 $g x^2$	27 g FRAC	37 f Pause
08 STO-1	18 -	28 $g x \neq 0$	38 GTO 09
09 1	19 $g x > 0$	29 GTO 09	
10 STO-2	20 GTO 26	30 RCL 0	

Mode d'emploi:

- préliminaires 1) Introduire le programme.
2) Faire f FIX 0.
- début: 1) Initialiser par GTO 00.
2) Afficher le naturel choisi n.
3) Taper R/S.
- Fin: A chaque arrêt lire x, faire R/S et lire successivement y, z, t.
- Exemple: Si on choisit n=3, la HP s'arrête en affichant 7. En faisant R/S elle affiche successivement 5, 5 et 1 (soit $7^2 + 1^2 = 5^2 + 5^2$) puis elle s'arrête de nouveau en affichant 8 qui donnera la solution (8,1,7,4).
- Remarque: Le test du pas 23 limite le nombre d'essais inutiles.

COMPTE-RENDU DE LA SOIREE CALCULATRICE
du 9/2/82

Groupe initiation et perfectionnement sur calculatrice programmable.

Pour connaître certaines possibilités de la calculatrice programmable telles que l'utilisation de sous-programmes et de boucles, nous avons étudié un problème comportant 3 parties de difficultés croissantes.

- 1°) programmation d'un calcul nécessitant 2 données.
- 2°) fabrication d'un programme nécessitant l'utilisation du programme ci-dessus.
- 3°) fabrication d'un programme utilisant les programmes précédents ainsi qu'une boucle.

Pour avoir les détails de ce problème avec les programmes faits, reportez-vous au Bulletin de liaison de l'IREM de REIMS du mois de mai 1981.

Le but de ces manipulations est de donner la possibilité au professeur de mathématiques de programmer lui-même des thèmes qu'il utilisera dans l'exercice de sa profession comme par exemple:

- * une fonction (à une ou plusieurs variables réelles)
- * une suite ($u_{n+2} = f(u_{n+1}) + g(u_n)$)
- * recherche du PGCD et/ou PPCM de 2 ou plusieurs nombres.
- * résolution d'une équation du second degré
- * résolution des systèmes linéaires à 2 (ou 3) équations à 2 (ou 3) inconnues.
- * calculs des coefficients des droites d'ajustement linéaire, du coefficient de corrélation en statistique, calcul du χ^2
- * Calcul des valeurs $C_{n,p}(k)$ de la loi binomiale.
- * valeur approchée de l'intégrale d'une fonction sur $[a,b]$
- * calculs des probabilités de la loi normale en utilisant le programme ci-dessus.
- * valeur approchée d'une solution de l'équation $f(x) = 0$ sur $[a,b]$, f étant continue.
- * images approchées d'une solution d'une équation différentielle du type $x' = f(x,t)$.

L'énorme avantage de ces programmes étant d'avoir une réponse décimale immédiate ou presque, quelle que soit la "complexité" des nombres utilisés. Il est bon de préciser

DE L'UTILISATION DE SYSTEMES ARTICULES
POUR ETUDIER DES TRANSFORMATIONS USUELLES ...
VIA DES TRANSFORMATIONS NON-STANDARDS.

Les mécanismes articulés, leur étude, leur réalisation ont été présents dans la cité mathématicienne jusqu'au début de notre siècle.

Puis ce fut l'oubli ...; on sait que cela annonçait d'autres disparitions.

Il y a quelques années, certains IREM (de l'Ouest), certains groupes (dans la mouvance OPC), certains militants de l'APMEP (aucun n'est cité, aucun n'est omis) remettaient les systèmes articulés en valeur, à des fins d'enseignement; ainsi (ré)apparaissaient les translateurs, symétriseurs, inverseurs, etc ...

Depuis, les transformateurs ont connu, connaissent encore des fortunes et des traitements divers, tant dans leur fabrication, leur conception que dans leur utilisation (voire leur perception dans le milieu scolaire).

Vous trouverez ci-après deux exemples tirés des deux cycles du secondaire, mais ils ne sont pas limitatifs.

Réclamez, empruntez le matériel adéquat à votre IREM local et ... tournez la page.

Michel BRIDENNE

DIJON

Novembre 1981

I) POURQUOI ?

Qui n'a pas entendu de justifications comme " l'image d'une droite est une droite " ou " l'image d'un cercle est un cercle " ou quoi que ce soit d'approchant ?

Qui ne s'est pas interrogé sur le pourquoi de l'oubli des prémisses de certains théorèmes, sur le comment y remédier ?

Qui ne s'est pas interrogé sur le caractère inopérant de certaines preuves chez nos élèves ? Qui n'a pas constaté le peu d'effet qu'ont certaines démonstrations, parce que trop délicates ou trop démonstratives de l'évidence ou insuffisamment motivantes ?

Ce sont ce qui précède, un transformateur incorrectement monté (le bougre, à une portion de droite il associait une chose " haricoidale " !) et les réactions de surprise et d'amusement de collègues, qui ont donné l'idée de systématiser l'emploi des transformateurs usuels ... ou non.

Il m'a semblé que les systèmes articulés, par leur manipulation, offraient la possibilité de motiver l'étude théorique de certaines applications du plan: ils permettent de dessiner rapidement les images d'ensembles plus ou moins complexes sans passer par le préalable d'une réflexion approfondie sur l'image d'un point. Les résultats surprennent, heurtent, irritent, déstabilisent: qu'est-ce qui ne "marche" pas ? qu'est-ce qui ne marche plus ? que faudrait-il pour que "ça" marche ?

La manipulation de ces mécanismes, par la nature concrète de ces objets (j'allais écrire leur existence), permet aussi des invalidations autres que sous forme de discours ou de contre-exemples donnés dans la langue orale ou écrite, en somme, une autre façon d'aborder le " ce qui paraît " du " ce qui est ".

II) QUELLES INTENTIONS ? QUELS OBJECTIFS ?

Classes concernées: de la quatrième à la terminale. Cependant, ce qui suit s'adresse plus particulièrement à des classes de secondes, classes où j'ai effectivement utilisé ce matériel; d'autre part, les transformateurs ont été utilisés avec des normaliens.

Les intentions:

- varier l'approche des notions d'application du plan dans le plan, visualiser des domaines de définition.
- lier affine-métrique-vectoriel.
- utiliser l'orientation du plan euclidien.
- réaliser les conditions d'une dialectique objet-représentation-modèle.
- faire fonctionner les acquis des élèves.
- mettre en évidence les possibilités et/ou les difficultés de représenter analytiquement une application du plan dans le plan.
- donner, par la manipulation d'appareils divers, une expérience suffisante, capable de motiver certains approfondissements théoriques.
- étudier les homothéties, les translations, les symétries, les rotations.
- susciter discussions et échanges élève-élève, enseignant-enseignant, groupe-classe-enseignant sur le bien-fondé de telle ou telle suggestion, tel ou tel argument, telle ou telle notation.
- observer des élèves dans des situations de doute, de rejet (d'un objet, d'un savoir, de l'objet d'un savoir), dans des situations où l'enseignant n'est plus central, dans des situations d'intercommunication, dans des situations de choix à faire, dans des situations de modélisation, d'abstraction.

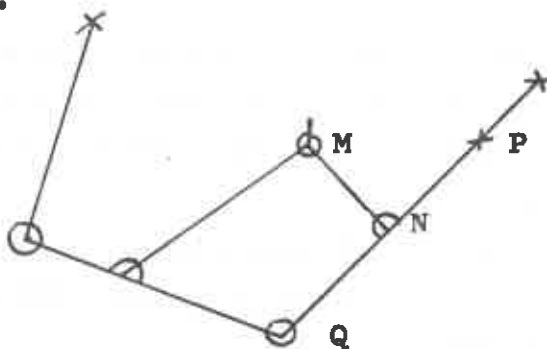
A l'issue de la séquence, je voudrais que les élèves soient capables de:

- construire l'image d'un point par un transformateur "non-standard" et d'en écrire le film de la construction.
- dessiner les images d'ensembles tels que morceaux de droites, de cercles par les transformations usuelles.
- dessiner les ensembles invariants par de telles transformations.
- représenter géométriquement un transformateur.
- classer des applications du plan suivant les éléments qui les caractérisent.
- faire le schéma d'un appareil réalisant une homothétie de rapport donné, une translation de vecteur donné.

- rendre compte par écrit et par oral de découvertes faites, de questions posées, résolues ou sans réponse, par la manipulation des appareils.

III) LES OBJETS DU DELIT

Les appareils présentés ont été construits avec des pièces Meccano.



Petite légende pour grande compréhension

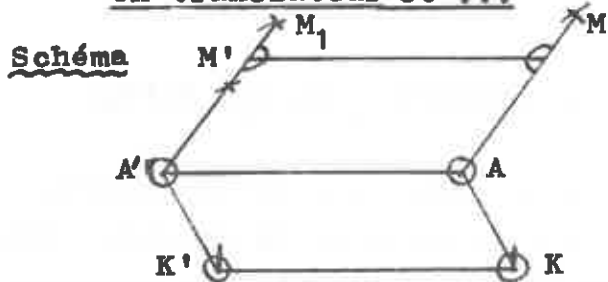
X désigne la possibilité de placer un pointe traçante (bras de manivelle).

O articulation.

articulation en N; Q, N et P restent colinéaires (sur une même barre).

désigne un point fixe (et une articulation).

Un translateur et ...



K et K' fixes

$$\overrightarrow{KK'} = \overrightarrow{MM_1} = \overrightarrow{AA'}$$

$$\overrightarrow{KA} = \overrightarrow{K'A'}$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'M_1}$$

$$\overrightarrow{A'M'} = k \cdot \overrightarrow{A'M_1} \text{ avec } k \in]0; 1[$$

<u>Matériel:</u> barres 25 trous	3
barres 19 trous	2
barres 15 trous	2
bras de manivelle 3 trous	3
bagues d'arrêt	12
tringles 4 cm	6
rondelles	20
vis et boulons	
cartouches stylos billes	2 couleurs différentes

Alors ?

a) Les pointes traçantes en M et M', et l'on obtient un double parallélogramme articulé. Pas loin d'une translation ou, plus exactement, de la restriction d'une translation d'une partie du plan (laquelle ?) dans une autre partie.

b) Les pointes traçantes en M et M' introduisent une application qui à M associe M'.

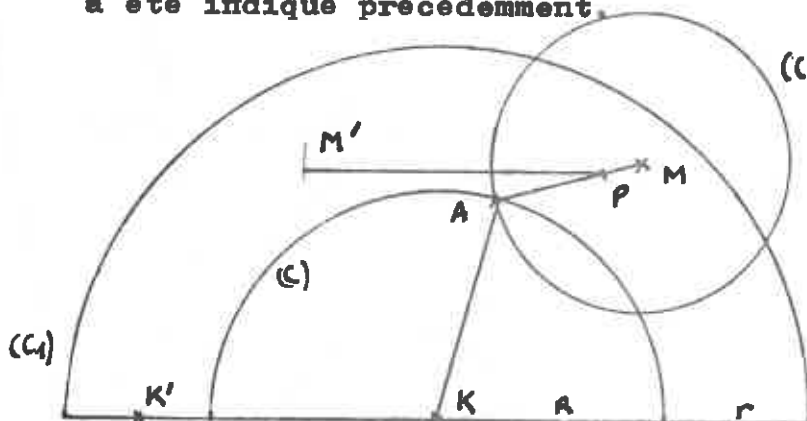
En remarquant que M' est l'image d'un point P (sur le segment AM) par la translation de vecteur $\overrightarrow{KK'}$, et que P est l'image de M par l'homothétie de centre A et de rapport k, alors nous avons décomposé l'application et désarticulé l'appareil puisqu'il ne reste, en somme, que:

Un peu nu, non ? Peut-être pour une représentation en polaire, gagne-t-on en simplicité...

Une construction de P (le plan est orienté)

Si R est la longueur de la barre KA du système et r celle de la barre MA, alors, pour trouver l'image d'un point M quelconque, on trace le cercle (C) de centre K et de rayon R et le cercle (C') de centre M et de rayon r; si $(C) \cap (C') \neq \emptyset$, alors A est le point de $(C) \cap (C')$ tel que l'angle $(\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AM})$ soit direct (choix, sinon ...); si $(C) \cap (C') = \emptyset$ alors M n'a pas d'image.

Alors P est tel que $\overrightarrow{AP} = k \cdot \overrightarrow{AM}$. On en déduit M' comme il a été indiqué précédemment.



((C')) (C₁) est le cercle de centre K et de rayon R + r.

Tous les points M ayant des images sont intérieurs à ce cercle.

Dans un repère orthonormé direct d'origine K, on détermine les coordonnées de P avec:

- $\overrightarrow{AP} = k \cdot \overrightarrow{AM}$
- $AM^2 = r^2$
- $AK^2 = R^2$
- $\det(\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AM})$ positif

- remarque: à un point M, il y a deux positions de l'appareil et par suite 2 points P (ou M') d'où l'orientation.

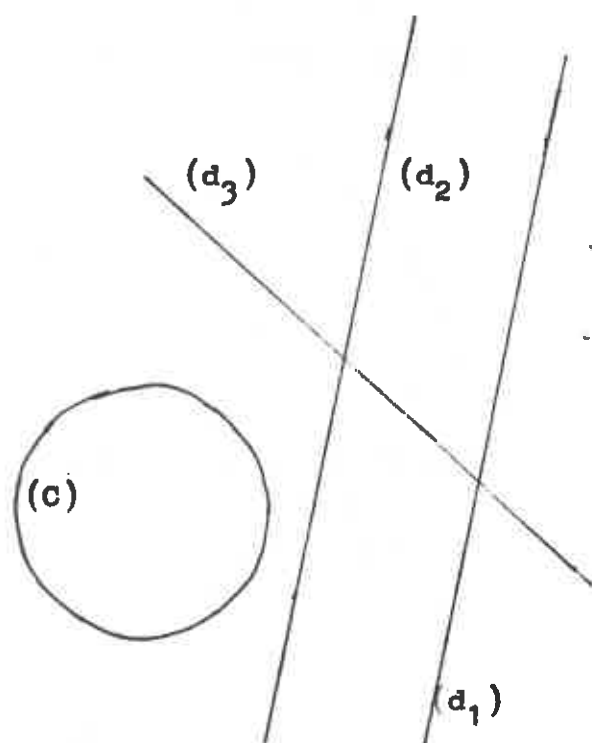
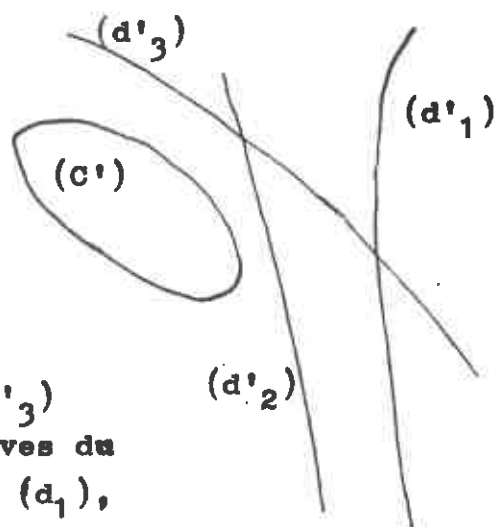
Pour méditer, nous
vous offrons cette
"réduction":

l'original ayant été
obtenu à l'aide de
l'appareil décrit
ci-avant.

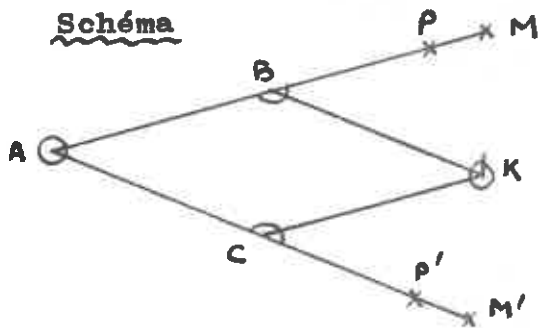
(C') , (d'_1) , (d'_2) et (d'_3)
sont les images respectives du
cercle (C) , des segments (d_1) ,
 (d_2) et (d_3) .

(d_1) et (d_2) sont parallèles.

(d_1) et (d_3) sont sécantes.



Un symétriseur central et ...



K fixe
 (A,B,K,C) est un losange
 B milieu de (A,M)
 C milieu de (A,M')
 $\vec{BP} = k \cdot \vec{BM}$ où $k \in]0;1[$
 $\vec{CP'} = k \cdot \vec{CM'}$

Matériel:

barres 25 trous	2
barres 15 trous	2
bras de manivelle 3 trous	4
bagues d'arrêt	8
tringles 4 cm	4
rondelles	12
vis et boulons	
cartouches stylos bille	2 (couleurs différentes)

Ensuite ?

a) Les pointes traçantes en M et M', et le lecteur s'aperçoit de la symétrie centrale sous-jacente, de centre K.

b) Les pointes traçantes peuvent alors être placées en P et P', ou M et P', ou à la guise de l'utilisateur.

Dans tous les cas, on peut faire intervenir le fait que P' et P sont symétriques (dans une symétrie orthogonale) par rapport à la droite (KA).

Par exemple, l'application qui à M associe P' peut-être décomposée en l'application qui à M associe P (dans une homothétie de centre B par exemple) suivie de l'application qui à P associe P' dans la symétrie orthogonale d'axe (KA). Les points A et B seront donc à construire.

Pour une représentation en coordonnées polaires, l'intervention des points P et P' n'est pas à négliger. Ou bien ...?

Une construction de P' image de M (le plan est orienté)

On pose $KB = R$. Soit (C) le cercle de centre M et de rayon R, et soit (C') le cercle de centre K et de rayon R.

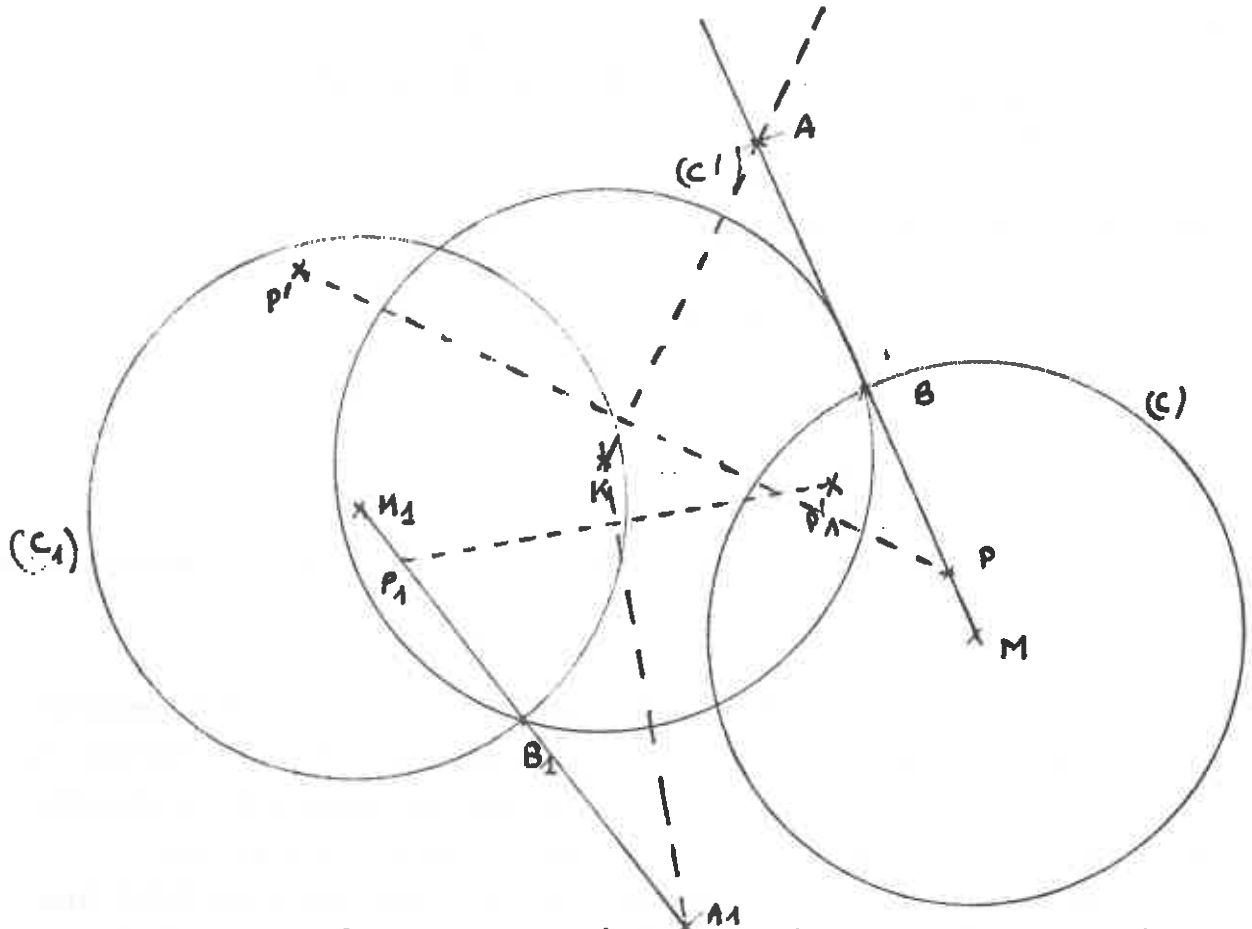
Si $(C) \cap (C') \neq \emptyset$ alors B est le point tel que $B \in (C) \cap (C')$ et l'angle (\vec{KM}, \vec{KB}) soit direct; alors A est l'homothétique de M dans l'homothétie de centre B et de rapport -1 et P est l'homothétique de M dans l'homothétie de centre B et de

rapport k .

D'où la construction de P' comme indiqué précédemment.

Si $(C) \cap (C') = \emptyset$ alors M n'a pas d'image.

Construction de l'image de deux points M et M_1



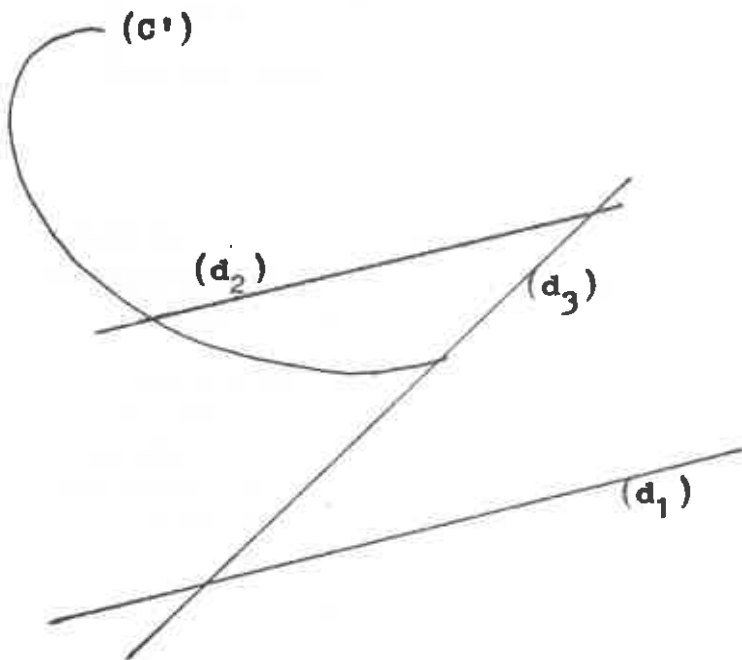
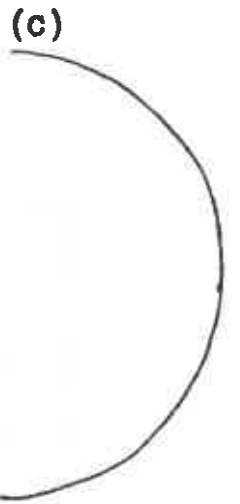
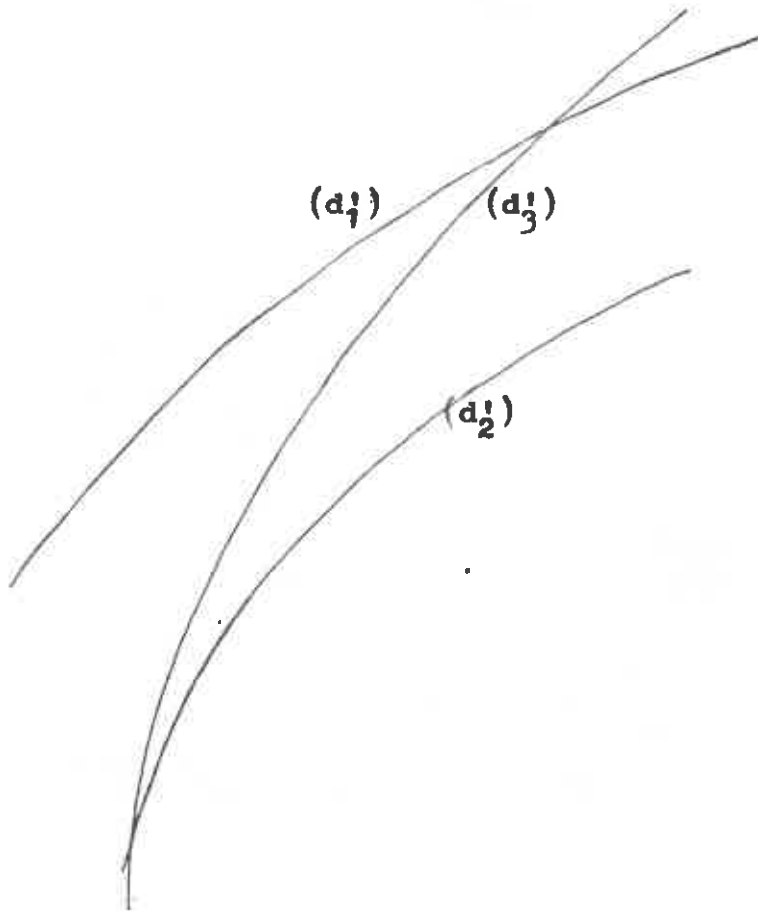
Dans un repère orthonormé direct d'origine K , on peut déterminer les coordonnées de P' en fonction de celles de M à l'aide de :

- $B \in C(K, R) \cap C(M, R)$
- $\det(\vec{KM}, \vec{KB})$ positif
- $\vec{BA} = -\vec{BM}$
- $\vec{BP} = k \cdot \vec{BM}$
- $\vec{PP'} \cdot \vec{KA} = 0$
- milieu de (P, P') sur la droite (KA) .

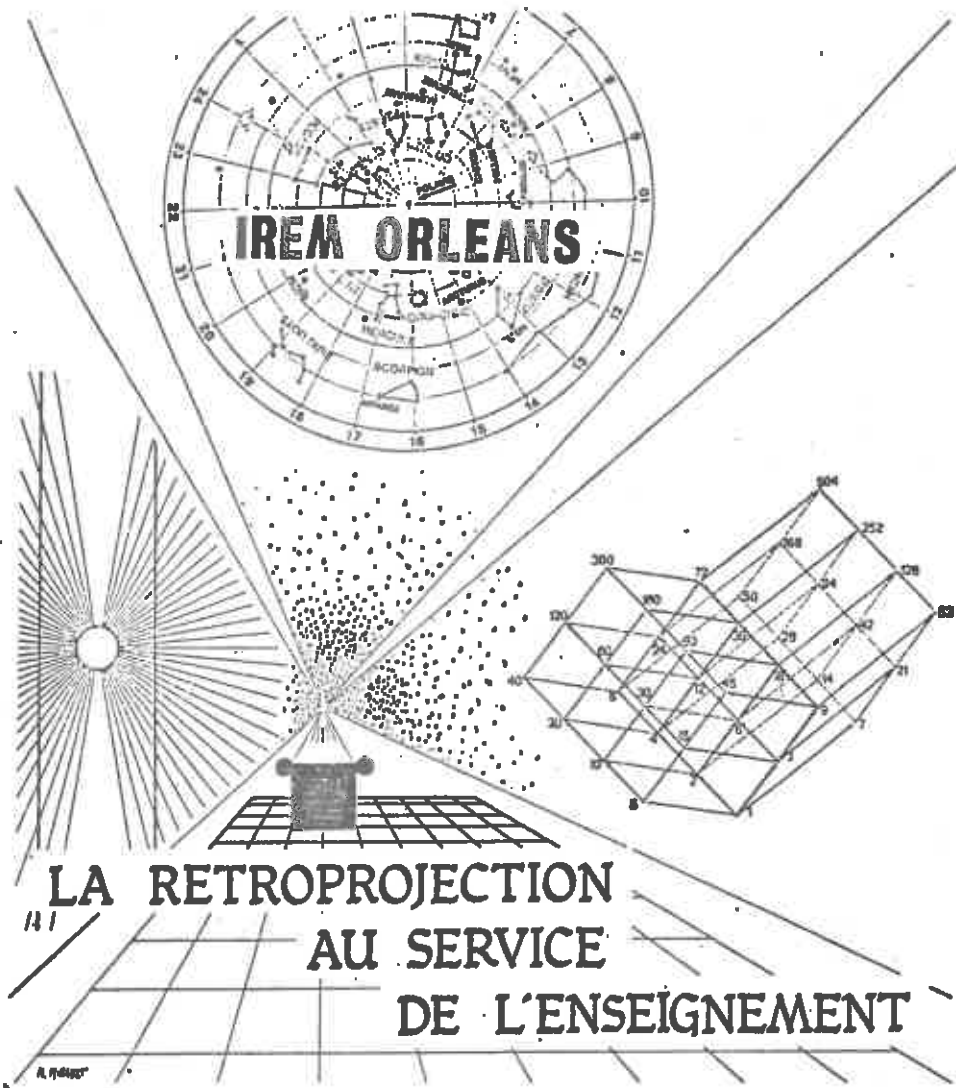
Sur la figure suivante, ce que donne un montage avec les stylos en P et P' .

- (d_1) , (d_2) et (d_3) sont des segments
- (C) est un demi-cercle.
- (d_1) et (d_2) sont parallèles
- (d_1) et (d_3) sont sécants.
- (d'_1) , (d'_2) , (d'_3) et (C') sont les images respec-

tives de (d_1) , (d_2) , (d_3) et (c) .



(A suivre)



LA RETROPROJECTION AU SERVICE DE L'ENSEIGNEMENT

Le groupe de Recherche Pédagogique Spontanée "Mathématique, Physique et Rétroprojecteur" a réalisé une série de documents rétroprojectables dans le but d'aider les collègues désireux d'intégrer l'audiovisuel dans leur cours grâce au rétroprojecteur.

Les pochettes ainsi publiées par l'IREM d'ORLEANS sont donc destinées à éviter aux collègues la longue mise au point que nécessite les documents complexes ; ce sont des outils pédagogiques qui doivent leur permettre de gagner un temps précieux tout en étant particulièrement adaptées à la rétroprojection.

R1. INSTRUMENTS DE MESURE POUR RETROPROJECTEUR (30 P), (2 transparents).

- documents imprimés sur transparent et sur papier (règles graduées, équerres, rapporteurs, règles-échelles)
- documents destinés à tout utilisateur d'un rétroprojecteur amené à faire des mesures dans le plan ou sur une carte, ou cherchant à apprendre aux élèves l'utilisation de ces instruments.

Ces instruments sont particulièrement adaptés à la rétroprojection et évitent l'effet de diffraction que l'on constate en projection avec les instruments courants.

R2. QUADRILLAGES POUR RETROPROJECTEUR (Nouvelle édition) (25 P), (7 transparents).

- principaux quadrillages utilisables en classe. Impression sur polyester et sur papier.

Indispensable pour tout repérage et à tout apprentissage au repérage, dans le plan. Ces quadrillages font gagner beaucoup de temps dans les tracés de courbes tout en permettant une précision qu'il est difficile d'atteindre par les procédés classiques.

R5. CALCULS D'AIRES SIMPLES POUR RETROPROJECTEUR (20 F) (3 transparents).

- documents imprimés sur transparents et sur papier :
 - . Figures géométriques simples (carré, rectangle, parallélogramme, triangle, trapèze, losange).

Surtout destinés à l'enseignement des mathématiques, ces documents permettent une approche aux rétroprojecteur, menant au calcul d'aires, simples, avec des manipulations visibles par toute la classe.

R6. CERCLE TRIGONOMETRIQUE REPROJETABLE (15 F), (1 transparent).

- Indispensable en trigonométrie, ce cercle permet de mettre en évidence et de visualiser les nombreuses propriétés des lignes trigonométriques. Il peut être le point de départ de nombreux exercices. D'autre part sa précision est suffisante pour la majorité des problèmes de physique.

R5. PARTIE ENTIERE, PARTIE DECIMALE, AU RETROPROJECTEUR (15 F), (1 transparent).

Utile à l'introduction de la numération en base dix pour le classement des nombres ; pour l'introduction des techniques opératoires (addition-soustraction).

R6. CRIBLE D'ERATOSTHENE RETROPROJETABLE (25 F), (5 transparents).

- Crible d'Eratosthène transparent avec rabets colorés permettant de mettre en évidence progressivement les nombres premiers inférieurs à 100. Un document papier est destiné aux élèves.

R7. ILLUSIONS D'OPTIQUE ADAPTEES AU RETROPROJECTEUR (25 F), (12 transparents).

Destinés à mettre en évidence des situations où il est nécessaire d'aller plus loin que la simple impression visuelle ; les transparents proposés pourront être utiles pour susciter des réactions d'élèves, pour introduire ou illustrer certaines notions géométriques.

R8. TRIANGLE DE PASCAL (3 transparents).

Adaptation visuelle illustrant le célèbre triangle numérique. La rétroprojection permet de mettre en évidence toutes les propriétés de ce triangle et facilite la démarche. Le thème peut alors être abordé dès la connaissance des notions de puissance et de développement d'un polynôme. Un document papier est destiné aux élèves.

R9. CARTE DU CIEL RETROPROJETABLE (25 F), (4 transparents).

- Carte du ciel rétroprojetable à volets rabatables.
- Un document élève, d'accompagnement, permet à chacun de faire des observations sur le terrain en disposant d'une mini-carte du ciel simplifiée.

R10. TREILLIS DE DIVISEURS RETROPROJETABLES (25 F), (6 transparents).

Thème utilisable dès la classe de 5^e, les treillis de diviseurs pouvant constituer une charnière originale et intéressante entre le calcul numérique et le tracé géométrique. La pochette contient 7 treillis superposables.

BON DE COMMANDE

à retourner à L'IREM D'ORLEANS - *Domaine universitaire*
45046 ORLEANS CEDEX.

NOM :

ADRESSE :

.....

Pour les ETABLISSEMENTS :

- Joindre, SI POSSIBLE, un titre de paiement à l'ordre de : Monsieur l'Agent Comptable de l'Université d'Orléans. CCP 4604 99 La Source
- Sinon ! bon de commande officiel signé par le gestionnaire.

Pour les commandes PERSONNELLES

- Joindre un titre de paiement à l'ordre de : Monsieur l'Agent Comptable de l'Université d'Orléans. CCP 4604 99 La Source.

Pochettes

(Les frais d'envoi -paquet poste simple- sont inclus). (tarif au 1.10.)

R	Description	Prix (F)	Nombre d'exemplaires	
R1	Instruments de mesure	20 F		<input type="checkbox"/>
R2	Quadrillages	25 F	"	<input type="checkbox"/>
R3	Calculs d'aires	20 F	"	<input type="checkbox"/>
R4	Cercle trigonométrique	15 F	"	<input type="checkbox"/>
R5	Partie entière, partie décimale	15 F	"	<input type="checkbox"/>
R6	Crible d'Eratosthène rétroproj.	25 F	"	<input type="checkbox"/>
R7	Illusions d'optique au rétroproj.	25 F	"	<input type="checkbox"/>
R8	Triangle de Pascal au rétroproj. (à paraître)			<input type="checkbox"/>
R9	Carte du ciel rétroprojetable	25 F	"	<input type="checkbox"/>
R10	Treillis de diviseurs rétroproj.	25 F	"	<input type="checkbox"/>

IREM de Reims, Faculté des Sciences.

