



UNIVERSITE DE REIMS  
INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES  
Moulin de la Housse - B.P. 347 - 51062 REIMS Cédex

I. R. E. M.

tel. 26 05 32 08

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

SUPPORT A L'ELABORATION D'UNE DEMARCHE EXPERIMENTALE  
DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE

Compte-rendu du stage IREM  
des 16, 17, 18 janvier 1984  
(Stage B18 du PAF)

Animateurs :

Marie DETREY  
Danièle PILLET  
Francis MINOT  
Bertrand TURCO



## Lundi : Mise en situation de recherche

- 9h30-12h Recherche par groupe de problèmes proposés par les animateurs ; l'important étant non pas d'arriver à La solution mais de pouvoir par la suite présenter aux autres groupes la démarche suivie tant dans la partie approche que résolution. Chaque groupe choisit parmi trois ou quatre propositions le problème auquel il désire s'intéresser puis se met au travail
- 14h-17h
- rédaction des comptes-rendus de l'activité du matin sur des affiches (voir pages suivantes)
  - prise de contact (trop brève ?) avec les problèmes étudiés par les autres groupes.
  - exposé de ces comptes-rendus.

### Bilan de cette journée

- l'intérêt de la phase de recherche a été souligné, tant sur le plan personnel ("les occasions de recherche sont rares dans notre métier") que sur le plan professionnel ("meilleure compréhension de l'attitude de l'élève dans la même situation").
- Le travail en groupe a été apprécié : enrichissement par les apports de chacun, sécurisation lorsqu'on "sèche".
- La plupart des participants ont eu besoin de manipuler avant de pouvoir raisonner ce qui souligne l'importance à accorder au matériel.

### En soirée : Activités facultatives

- bulle de savon
- fléxaèdres

n.b : la frustration des externes qui n'ont pas tous pu participer (on n'avait pas prévu !)

ACTIVITE N°1

Enoncé: ABCD étant un tétraèdre régulier, dessiner l'intersection du plan médiateur de  $[AB]$  avec les faces du tétraèdre.

Si M désigne le milieu de  $[AB]$  et N celui de  $[CD]$ , quelle est la nature de la figure obtenue par l'intersection du plan médiateur de  $[MN]$  avec les faces du tétraèdre?

La recherche a d'abord été faite sur "l'objet". La justification du plan médiateur se faisant par l'équidistance par rapport aux points A et B.

Le groupe a poursuivi par un dessin sur une feuille plane. Enfin on a construit un plan médiateur à l'intérieur du tétraèdre.

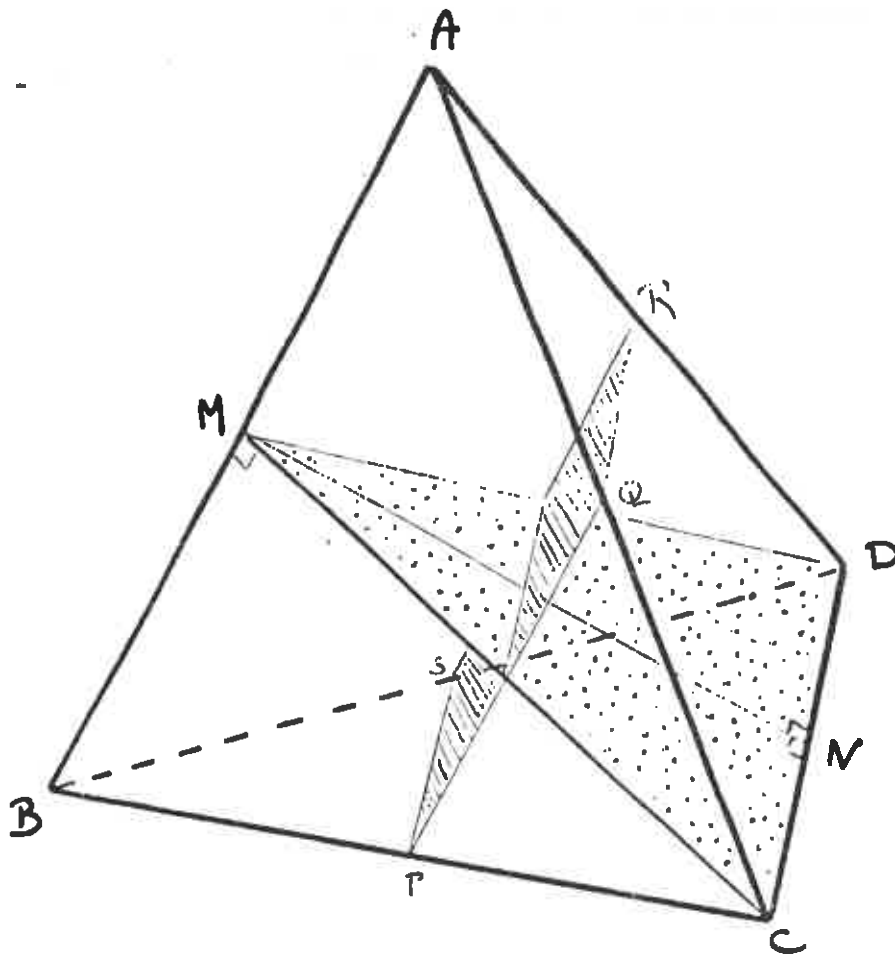
Pour la deuxième partie, la recherche a encore été faite sur "l'objet".

Une "induction" [tétraèdre  $\rightarrow$  symétrie  $\rightarrow$  milieux  
milieux  $\rightarrow$  pourquoi? ]

nous a fait penser au "plan" passant par les milieux des arêtes  $[A,C]$   $[A,D]$   $[B,C]$   $[B,D]$ .

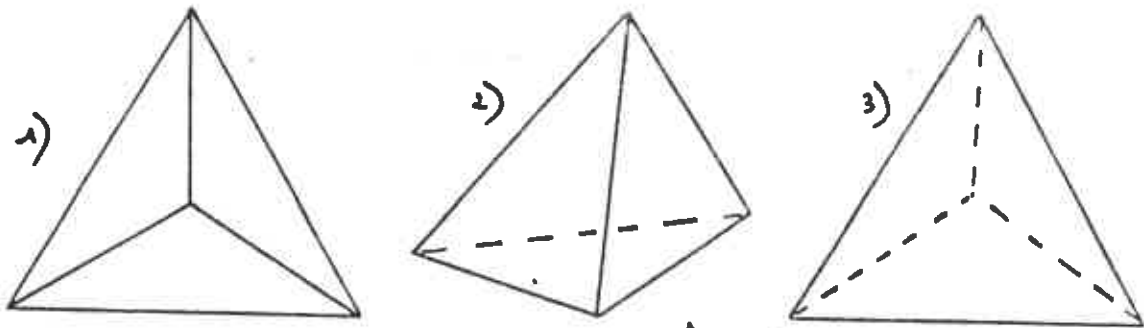
La justification s'est faite par l'équidistance aux points M et N. (Voir figure)

Une visualisation du plan IJKL a été faite sur "l'objet".



## ACTIVITE N°1 (suite)

1°- Plusieurs représentations possibles du tétraèdre



le choix s'est porté sur la figure 2)

2°- Le plan P médiateur de [AB]

1<sup>ère</sup> solution: dans le triangle ABC:  $(MC) \perp (AB)$  donc  $(MC) \subset P$   
dans le triangle ABD:  $(MD) \perp (AB)$  donc  $(MD) \subset P$  donc  $P = (MCD)$

2<sup>ème</sup> solution:  $CA=CB$  donc  $C \in P$

$DA=DB$  donc  $D \in P$

donc  $P = (MCD)$

3°- Plan P' médiateur de [MN]

1<sup>ère</sup> solution: Thalès dans différents plans. Droite des milieux.

2<sup>ème</sup> solution: Thalès dans l'espace.

3<sup>ème</sup> solution: propriété caractéristique du plan médiateur  
(  $MP=MR$  donc ... ) losange puis carré.

\* Deux formations:

- ↙ ceux qui ont étudié la géométrie dans l'espace avant 1970.
- ↘ ceux qui n'ont pas étudié.

\* Ceux qui ont besoin de matériel.

Ceux pour qui le matériel serait plutôt gênant.

\* Reconnaître la réalité physique de  $(AB) \perp (CD)$

( placer une arête verticale et l'autre horizontale )

\* Prolongements possibles:

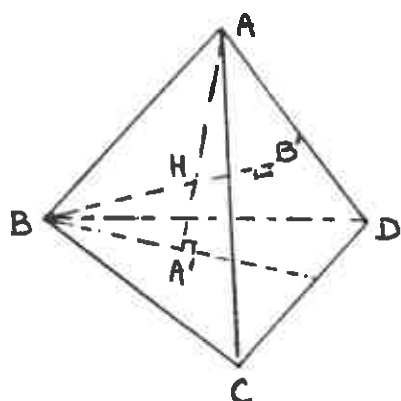
réduction du problème

- . tétraèdre régulier: montrer qu'une arête est orthogonale à une autre arête.
- . tétraèdre quelconque: intersection avec des plans parallèles à l'une des arêtes.

## ACTIVITE N°2

Enoncé: Un tétraèdre quelconque admet-il un orthocentre?

- Définition de l'orthocentre -
  - Découverte d'un cas négatif par un essai de construction dans l'espace
  - Le tétraèdre régulier est-il le seul cas positif?
  - Essais d'utilisation des projections, symétries, ...
  - Quelle condition pour que deux hauteurs aient un point commun?
- Supposons deux hauteurs sécantes:

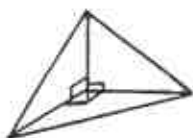


$(ABA')$  coupe  $(CD)$  en  $I$  donc  $(AB')$   
 passe par  $I$   
 $\left. \begin{array}{l} (AA') \perp (CD) \\ (BB') \perp (CD) \end{array} \right\} \Rightarrow (CD) \perp (ABA'B')$  et en  
 particulier à  $(AB)$   
 $(CD) \perp (AB)$

Si l'orthocentre existe les arêtes opposées sont orthogonales.

Les tétraèdres réguliers sont ils les seuls à posséder cette propriété ?

NON



Y-en a-t-il d'autres?

-Notre condition est elle suffisante?

$$\left\{ \begin{array}{l} (CD) \perp (AB) \\ (CD) \perp (BB') \end{array} \right\} \Rightarrow (CD) \perp (ABB')$$

De même  $(CD) \perp (AA'B)$  donc  $(ABB') = (AA'B)$

$(AA')$  et  $(BB')$  ont un point commun  $H$

Par permutation on trouve que  $H$  est l'orthocentre

\* Les tétraèdres qui ont un orthocentre sont ceux dont les arêtes opposées sont orthogonales.

### ACTIVITE N°3

Énoncé: A, B, C et D étant quatre points non coplanaires, (P) un plan parallèle à (AB) et à (CD), on note respectivement K, L, M et N les points d'intersection des droites (AC), (AD), (BC) et (BD) avec le plan (P).

Quel est la nature du quadrilatère dont K, L, M et N sont les sommets?

Construire les points K, L, M et N sur le schéma du "montage" (1)  
Dessiner ce quadrilatère sur la figure (2), N étant donné.

n°3: pourquoi?

- apparente complexité de l'énoncé
- utilisation de matériel
- intérêt pédagogique en 5°.

#### Cheminement des idées

Sans montage: intuition du résultat (1 sur 4)

Avec montage: tout le monde voit.

Démonstration vue tout de suite par un membre qui trouve le théorème-clé; les autres utilisent la figure (1)

théorème: Soit une droite D parallèle à un plan P, l'intersection de tout plan contenant (D) et sécant à (P), avec (P) est une droite parallèle à (D).

ici: le plan ACD, contenant (CD), coupe (P) en (KL) donc  $(KL) \parallel (CD)$

de même  $(MN) \parallel (CD)$ ;  $(KM) \parallel (AB)$ ;  $(LN) \parallel (AB)$

(K, L, N, M) est un parallélogramme

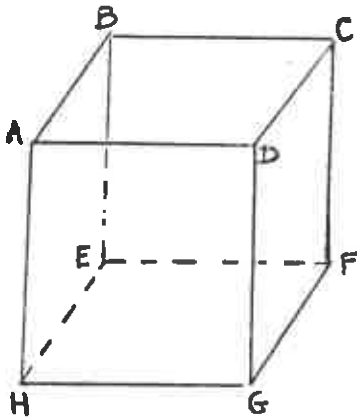
Suite éventuelle: cas particuliers: peu intéressants ou trop compliqués à priori....

#### Remarques

- Le montage concrétise le problème... ce qui doit être excellent pour les élèves... mais apparaît presque trop simple au niveau raisonnement.
- La figure (2) montre les "limites" de la perspective cavalière.

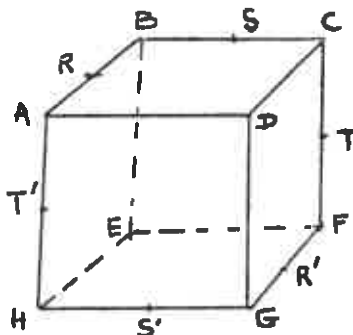
ACTIVITE N°5

Énoncé:



Si R, S et T sont les milieux respectifs des arêtes  $[AB]$ ,  $[BC]$ ,  $[CF]$ , quelle est la nature du polygone obtenu par l'intersection du plan (R,S,T) avec les faces du cube?

- utilisation du matériel (cube en poly...., trièdre trirectangle en contre-plaqué)
- observation de la figure en perspective
- Rôle joué par les milieux, d'où l'idée d'en trouver d'autres et utilisation de parallélisme, et intersection avec les arêtes.



$(ST) \parallel (BF)$  (milieux des côtés d'un triangle)  
 $(RR') \parallel (BF)$  (rectangle RBFR')  
 donc  $(RR') \parallel (ST)$   
 donc  $R' \in (RST)$   
 et  $R'$  sommet du polygone cherché

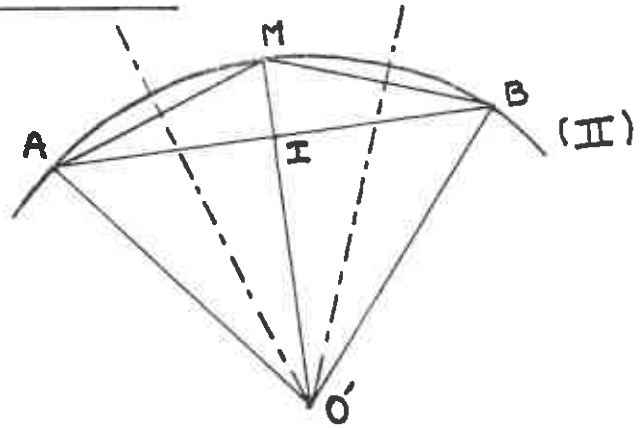
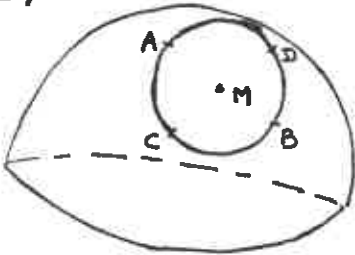
par permutation sur les sommets,  $S'$  et  $T'$  sont les autres sommets.  
 Le polygone cherché est un hexagone dont tous les côtés sont égaux ( $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ ; a arête du cube)  
 Si O centre du cube, O milieu de  $[R, R']$ ,  $[S, S']$  et  $[T, T']$  et le triangle ROS est équilatéral ( $SS' = a\sqrt{2}$ )  
donc le polygone cherché est un hexagone régulier.



ACTIVITE N° 7

Enoncé: Retrouver la mesure du rayon d'une sphère dont il ne reste qu'un fragment.

(I)



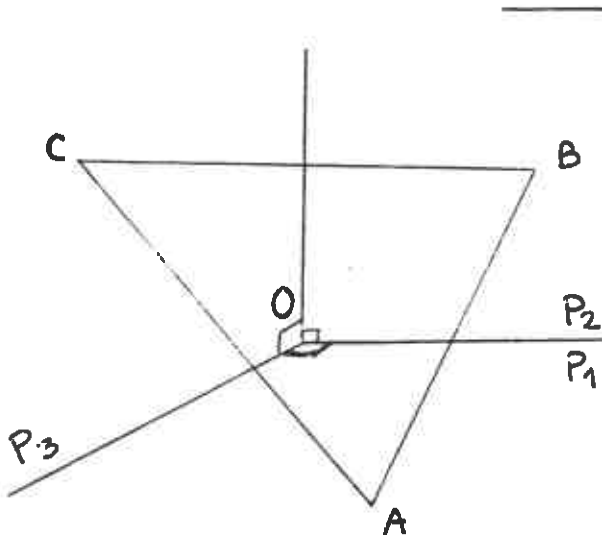
- a) Tracer un cercle sur la calotte de rayon donné  $[MA]$  (figure I)
  - b) Prendre trois points sur ce cercle A, C et D
  - c) Reporter AC, CD et AD sur le plan avec le compas.
  - d) Tracer les médiatrices de deux de ces segments. Elles se coupent en I ce qui donne  $IA$  et  $AB=2 IA$
  - e) Construire le triangle isocèle AMB ( $AM, MB, AB$  sont connus) (figure II)
- Les médiatrices de deux des côtés se coupent en  $O'$  le centre de la sphère.

On pourra mesurer ou calculer alors le rayon  $O'A$  de la sphère.

ACTIVITE N°10

Enoncé: Soient  $(P_1)$ ,  $(P_2)$  et  $(P_3)$  trois plans orthogonaux deux à deux, A un point de  $(P_1)$ , B de  $(P_2)$ , C de  $(P_3)$ .

Construire l'intersection du plan  $(ABC)$  avec les plans  $(P_1)$ ,  $(P_2)$  et  $(P_3)$ .



l'intersection du plan  $(ABC)$  avec 1 des 3 plans  $P_1, P_2, P_3$  est une droite.

On cherche 3 droites sécantes 2 à 2, en des points de  $P_1 \cap P_2, P_2 \cap P_3, P_1 \cap P_3$ .

\* On envisage des cas particuliers:

-1 des 3 points à l'intersection de 2 plans

-O, A, B, C sont les sommets d'un parallélépipède rectangle

\* On prend le problème à l'envers. On suppose connue l'intersection.

On fixe A et B, on fait varier C.

On n'a pas exploité cette façon de voir le problème.

On retombe sur un cas particulier étudié.

\* On projette orthogonalement  $(AB)$  sur  $P_3$ ,  $(BC)$  sur  $P_1$ ,  $(AC)$  sur  $P_2$ , on trace les parallèles à ces projections passant par C, A, B.

On pense que l'intersection cherchée est la réunion de ces 3 droites.

Vérification: tracé sur papier et sur modèle en bois

erreur (la projection n'est pas parallèle à la droite projetée)

Ceci n'est valable que lorsque  $(AB) \parallel P_3$  ou ...

Découragement.

## ACTIVITE N° 15

Énoncé: On se donne une boule B de rayon R.

Combien de boules  $B_1$  de même rayon R peut-on placer "autour" de B de telle façon que chaque  $B_1$  soit tangente à B?

---

\* Choix du sujet: parce qu'il nous a intrigués.

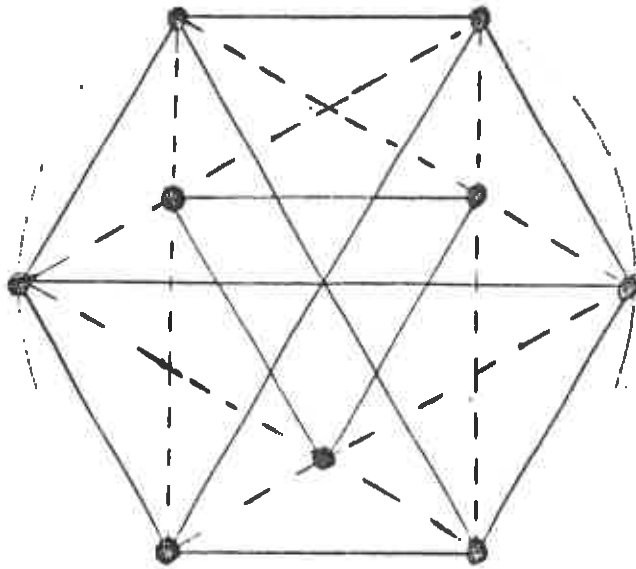
\* Départ: Raisonement dans un plan contenant le plus de centres possible.

- Une idée dans l'air: 6 boules à peu près ( à cause de 6,28 )  
mais cette idée est vite écartée à partir du dessin de l'hexagone (6 boules tangentes)

- Difficulté de voir dans l'espace la position des autres boules d'où utilisation de matériel ce qui amène une constatation: il est possible de poser encore 3 boules au-dessus (1/2 espace).

\* Essai de démonstration:

Les centres des boules sont placés aux sommets d'un polyèdre à 14 faces ( 6 carrés - 8 triangles équilatéraux)



\* Autre voie: 5 centres seulement dans un même plan → pentagone.

( Observons un dodécaèdre et plaçons les centres des boules aux centres des pentagones.)

ACTIVITE N° 16

**Énoncé:** Deux cylindres droits à base circulaire et de même diamètre-  
d'axe respectif  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  se coupent de telle façon que  $\Delta_1 \cap \Delta_2 \neq \emptyset$   
et  $\Delta_1 \perp \Delta_2$ .

Déterminer l'intersection de ces deux cylindres.

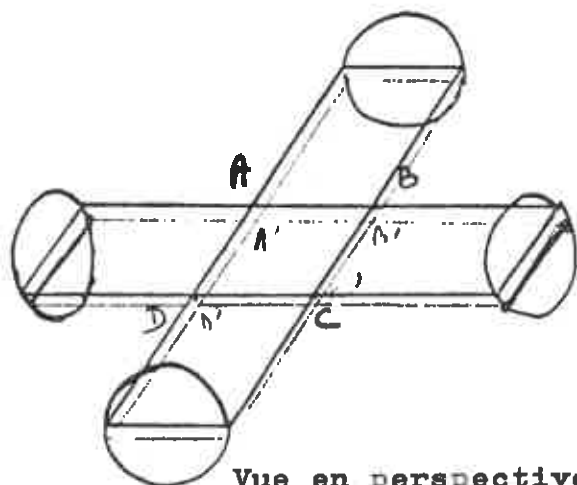
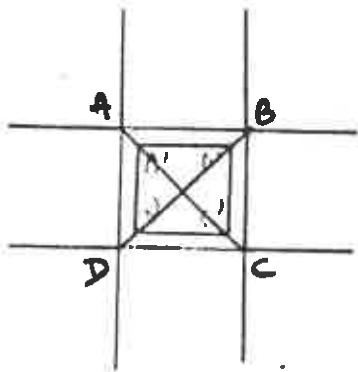
Peut-on en construire le patron ?

\* D'abord travail sur des dessins.

\* Après de multiples tâtonnements l'idée de découper les cylindres  
en tranches par des plans parallèles.

Dans un tel plan l'intersection est un carré:

Vue de  
dessus

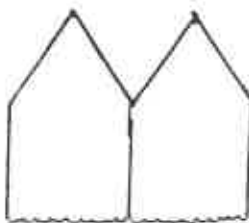


Vue en perspective

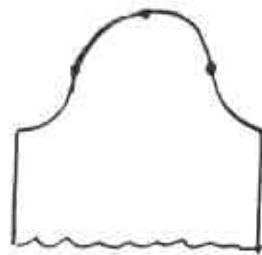
dans le plan vertical  
passant par D et B: une ellipse.

\* Prolongement: réaliser un patron

- multiples conjectures:

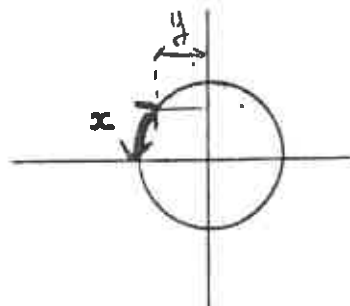
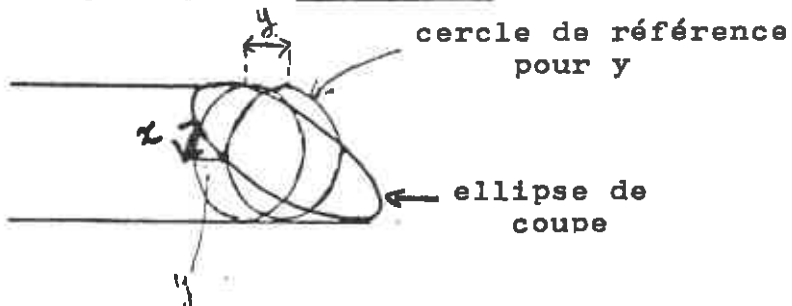


des segments?



des arcs de cercles?

- passage en analytique:



$$x = R \arcsin \frac{y}{R}$$

$$\text{donc } y = R \sin \frac{x}{R}$$

c'est une sinusoïde!

## Mardi : Thèmes horizontaux

9h-12h

Après le travail de la veille, un peu déconnecté à priori des préoccupations quotidiennes, retour à l'enseignement :

choix en groupe d'un thème dans le programme (thème horizontal) et recherche d'activités utilisables avec les élèves.

Un groupe a travaillé au niveau seconde sur la notion de perpendiculaire commune à deux droites : thème riche, notion non évidente pour les élèves. L'observation des plans médiateurs des arêtes conduit à la mise en évidence de la perpendiculaire commune à deux arêtes opposées qui matérialise la distance minimum entre ces deux droites. Dans le problème général, la difficulté réside en l'introduction du plan parallèle à (D) et contenant (D') : une étape intermédiaire est l'étude du parallélépipède dans lequel ce plan peut apparaître naturellement.

Les autres groupes ont travaillé au niveau 5<sup>ème</sup> sur des thèmes débouchant sur la notion de plans et droites ; il faut noter la richesse des idées de manipulation, en particulier :

- pour la détermination de plans :

- . maquette constituée d'un plan en contreplaqué avec des tiges perpendiculaires de hauteurs différentes dont les extrémités supérieures matérialisent des points.

- pour la position relative de plans :

- . observation d'un cube fermé (plans parallèles, perpendiculaires)
- . observation d'un cube transparent que l'on remplit en partie de sable ou de liquide et que l'on incline : d'où visualisation immédiate des différents cas de sections.
- . utilisation d'un cube dont une face manque pour y insérer des "plans" découpés dans du bristol.

- pour la notion de droite perpendiculaire à un plan :

- . partir d'une aiguille (à tricoter) plantée verticalement dans un "plan" horizontal en polystyrène et incliner le plan

Plusieurs groupes ont évoqué la difficulté de la représentation plane de situations dans l'espace (quelles conventions ? doit-on introduire la perspective cavalière ?), mais le temps a manqué pour approfondir ce problème. Peut-être est-ce là l'occasion de travailler avec les professeurs d'EMT.

14h-18h

Comptes-rendus des groupes (voir pages suivantes) puis proposition de réalisation de matériel.

Présentation de deux outils :

- . Le rétroprojecteur (pour réaliser des montages permettant une meilleure visualisation qu'une figure faite au tableau)
- . Le filicoupeur (réalisation de solides en polystyrène)

A noter un rush sur les 4 filicoupeurs au détriment du rétroprojecteur (ce que les stagiaires ont regretté en fin de stage). Deux pistes de travail se dégagent :

- . réalisation de solides enrichissant les pistes explorées le matin (section du cube,....)
- . matérialisation de situation étudiées la veille

Remarques : (à partir du bilan de la journée)

- . La conviction est faite qu'au niveau V<sup>ème</sup>, du matériel est nécessaire pour aider les élèves à "voir".
- . Les activités de l'après-midi ont été appréciées :  
manipuler était une activité à la fois en rupture et en complément des cogitations menées pendant une journée et demie.

## Groupe n°1

Problèmes posés par l'introduction de la géométrie en 5<sup>ème</sup>

- comment passer du plan à l'espace
- représentation d'un cube dans le plan perspective cavalière ?
- passage de l'objet réel à l'objet géométrique (représentation d'une chaise stylisée)

## Activités de l'après-midi

- construction du flexaèdre et de la fleur
- utilisation du filicoupeur :  
un cône dans lequel on découpe des sections

n.b : une seule personne a utilisé le filicoupeur, les autres étant occupées à réaliser les flexaèdres.

## Groupe n°2

Droites et plans parallèles et perpendiculaires en V<sup>ème</sup>

Notions ayant précédé (leçons antérieures)

introduction des plans horizontaux, verticaux, droites horizontales, verticales.

Objectif : intersection d'un cube et d'un plan.

n.b : la cube a semblé le support le meilleur (construction simple); le cube ouvert étant le plus intéressant.

Matériel : cubes d'arêtes différentes (ex : 4, 6, 8)

Travail par groupe :

- 1 - intersection avec plans médians
- 2 - intersection avec plans "diagonaux"  
(lien avec l'algèbre : suites proportionnelles)
- 3 - intersection avec autres plans  
en particulier avec un plan passant par le milieu des arêtes qui fait apparaître un hexagone.

Activité de l'après-midi

Utilisation du filicoupéur :

- découpe d'objets simples  
(cube, bouchon, cylindre, cône,..... )
- recherche de l'angle de coupe pour obtenir l'hexagone dans le cube (difficultés !)

n.b : le rétroprojecteur a été délaissé



### Groupe n°3

## Perpendiculaire commune à deux droites en II<sup>de</sup>

### Pourquoi ce thème :

il figure dans les thèmes indicatifs du programme, il s'agit d'un thème riche

l'existence de la perpendiculaire commune n'est pas une évidence pour les élèves.

### Démarche :

#### 1 - Partir du tétraèdre régulier :

étude en tant qu'objet  
mise en évidence de la perpendiculaire commune à deux arêtes opposées

c'est la notion de distance minimum, on peut calculer cette distance

Préréquis : en III<sup>ème</sup> : triangle équilatéral, isocèle  
Pythagore (dans l'espace)  
en II<sup>de</sup> : projection orthogonale  
plan médiateur

#### 2 - Problème général :

recherche d'une démonstration naturelle :

comment éviter de parachuter le plan parallèle à D passant par D'.

voir sur un cube (ou un parallélépipède) que ce plan intervient.

### Activité de l'après-midi

Réalisation d'un tétraèdre au filicoupeur  
étude du plan médiateur

## Groupe n°4

### Géométrie en VI<sup>ème</sup> et V<sup>ème</sup>

#### Observations :

A partir de chose connues : ("ras le bol" des plafonds, murs et exemples classiques)

Le cube :

tous les plans et droites sécants, parallèles et perpendiculaires peuvent être reconnus.

En plus, dans un cube creux et transparent rempli de sable ou d'eau, les différentes "sections" apparaissent en le penchant : (triangle, quadrilatère, pentagone, hexagone régulier ou non).

#### Représentation de plans :

des conventions sont nécessaires, notamment :

- conservation du parallélisme :

dans la représentation de plans par des parallélogrammes, on représente toujours soit deux "horizontaux", soit deux "verticaux".

## Groupe n°5

### Introduction de la géométrie à partir du cube

La construction d'un cube en bristol et la visualisation des plans parallèles et perpendiculaires par des feuilles de bristol en contact avec ces faces est longue (en particulier pour les plans diagonaux).

La découpe des cubes suivant des plans donnés nécessite une bonne technique et une bonne "vision" de l'espace.

Deux solutions sont possibles pour visualiser :

- le dessin dans le plan qui amène à apprendre aux élèves la technique de la perspective cavalière.
- la construction des objets.

### Activité de l'après-midi

Le matériel exposé permet d'améliorer les deux solutions :

- Le rétroprojecteur car il permet, entre autres choses, de projeter des réseaux et de travailler facilement sur ces réseaux.
- le filicoupeur qui permet de construire plus rapidement un cube et de découper plus facilement.

n.b : le soin est toujours requis dans la manipulation du filicoupeur.

## Groupe n°6

### Position d'une droite et d'un plan

Pour y arriver, matérialisation de plans horizontaux et de droite verticale :

- plan horizontal : surface de l'eau dans un cristalliseur
- droite verticale: fil à plomb

### Manipulation :

- piquer une aiguille à tricoter dans un plan (supposé horizontal) en polystyrène pour qu'elle représente une droite verticale.

- incliner le plan.

l'aiguille est-elle verticale ?

est-elle perpendiculaire au plan ?

### Conclusions :

- arriver à la définition de droite perpendiculaire à un plan.

n.b : la notion de verticale et d'horizontale reste locale

- représentation d'une droite et d'un plan en perspective.

### Activité de l'après-midi

- construction de flexaédre, de "fleur naissante"
- découpe au filicoupeur :

- .. cube
- .. plan passant par le milieu des arêtes

suggestion : graduer l'arceau du filicoupeur

## Groupe n°7

### Détermination d'un plan

Discussion autour de la notion de tabouret ou trépied bancale : les élèves connaissent mal le mot "bancale" et n'ont parfois jamais vu de trépied..

Solution proposée : une maquette :

- un plan horizontal en contreplaqué
- six ou sept tiges verticales fixées dessus et de longueur variable
- les points sont matérialisés par les extrémités supérieures des tiges
- un plan en contreplaqué que l'on applique sur quelques-unes des tiges (voire toutes)
- les droites sont matérialisées par des tiges rigides ou des élastiques

n.b : inconvénients

- de l'élastique : espace vide laisse entre elle et le plan
- de la tige : problème de fixation.

on peut montrer :

- trois points sont coplanaires
- quatre points (ou plus) ne le sont pas toujours
- deux droites sécantes déterminent un plan
- deux droites parallèles aussi
- il existe des droites non coplanaires
- trois points alignés ne déterminent pas un plan
- une droite ne détermine pas un plan

Activité de l'après-midi

- utilisation du filicoupeur :
  - . fabrication de cubes, cylindres, cônes
  - . découpe d'un cube par un plan passant par le milieu des arêtes
- construction d'un fléxaèdre
- observation de bulles de savon (lignes minimales....)

Mercredi : Thèmes verticaux

9h-12h

La préoccupation majeure demeure notre enseignement ; il s'agit maintenant pour chaque groupe de choisir un thème de géométrie dans l'espace et d'étudier l'évolution possible de ce thème à travers les différents niveaux d'apprentissage, de la VI<sup>ème</sup> à la II<sup>de</sup>.

Trois groupes sont attirés par le cube mais en dégagent des utilisations très diverses :

- aspect métrique à pratiquement tous les niveaux
- notion d'horizontalité, verticalité, parallélisme essentiellement au niveau V<sup>ème</sup>
- les transformations laissant le cube invariant

On retrouve ces préoccupations sur le métrique dans le travail d'un groupe sur la notion de distance et l'aspect transformations dans une étude sur l'homothétie.

Enfin, si la réflexion de l'un des groupes semble apparemment avoir dérapé en égard du thème proposé, les conclusions auxquelles il a abouti concernant le raisonnement n'en sont pas moins en plein dans notre sujet.

14h-15h30

Mise en commun des comptes-rendus (voir pages suivantes)

15h30-17h

Bilan global

LE CUBE DE LA 6ème A LA 1ère  
=====

En 6ème : Le construire, l'observer.

Comparer F+S et A+2. Faire ce calcul pour d'autres solides. Insister sur différences entre aire et volume.

En 5ème : Observer les plans : horizontaux, verticaux. plans parallèles, plans orthogonaux.

Volumes : à partir du volume du cube obtenir celui du prisme puis celui de la pyramide.

(montage de 3 pyramides pour reconstituer un cube, autre montage de 6 pyramides (côté a et hauteur a))

coupes par un plan pour trouver différentes figures (pentagone - hexagone - hexagone régulier - triangle équilatéral - rectangles..... heptagone ?)

En 3ème : Important de reprendre de la géométrie dans l'espace Les diagonales du cube, hauteur de pyramides.

En seconde : Coordonnées d'un point dans l'espace (coordonnées des sommets après choix d'un repère)

(a+b)<sup>3</sup> Construire à l'aide d'un filicoupeur un modèle pour

En 1ère : Projection d'un angle droit.

LE CUBE A TRAVERS LES CLASSES  
=====

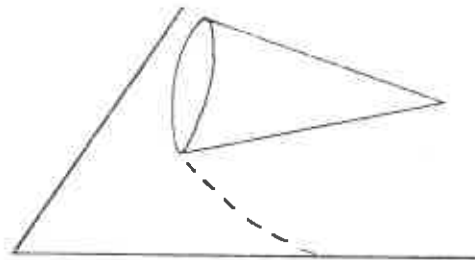
6ème : Cube à eau ou à sable (cube transparent rempli d'eau ou de sable pour matérialiser les intersections d'un plan avec les faces).

Un cube plus grand, transparent également. Des fils à plomb accrochés à l'intérieur et à l'extérieur pour matérialiser des morceaux de droites verticales.

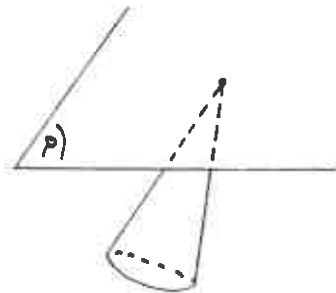
5ème : Reprise de horizontal - vertical : Tout ce qui flotte reste horizontal (?).

Le parallélisme : droites parallèles et plan (dans un plan il y a des droites parallèles, deux droites parallèles déterminent un plan).

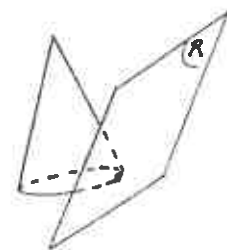
Plans tangents à une sphère : Mettre une boule dans une boîte (de côté  $2R$ ). Marquer les points de tangence. Plans tangents à un cône : faire rouler le cône sur la table (le cône ou  $1/2$  cône ?)



difficultés :



(P) est il tangent au cône

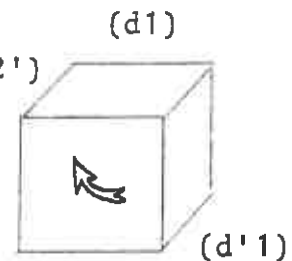


et (R) ?

En 3ème : Aspect calcul : proportionnalité des diagonales de face et des grandes diagonales au côté du cube.

En seconde : Perpendiculaire commune à 2 droites : (d2') on fait tourner (d'1) sur une face : la perpendiculaire commune reste inchangée.

Doit-on distinguer orthogonales et perpendiculaires ?



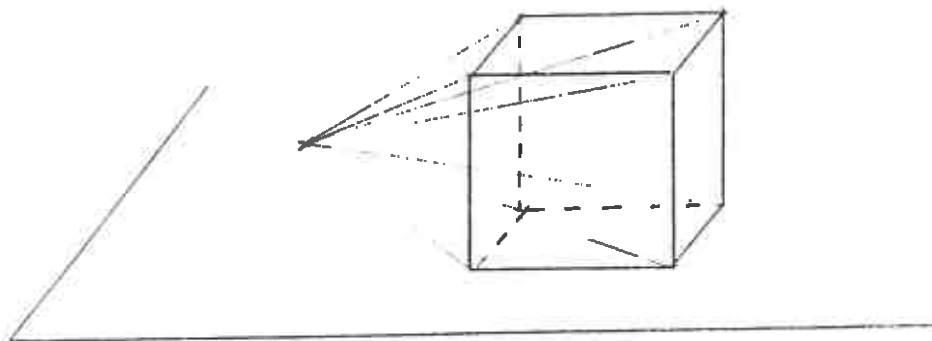


HOMOTHETIES  
=====

6ème : Pentographe ; Longueurs, angles, comparaison d'aires,  
notion de droites parallèles.

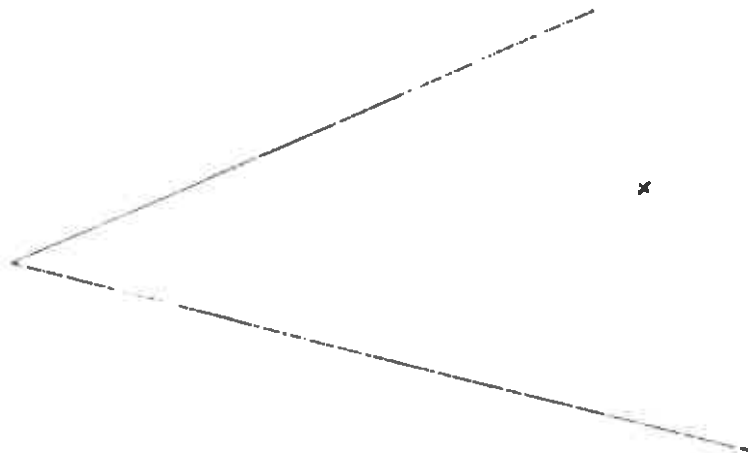
5ème : Travail avec coordonnées

Images d'un tétrèdre ou d'un cube par une homothétie  
matérialisée par des fils tendus (rapport  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $2/3$  ....  $3/2$ )



4ème : Etude plus détaillée du pentographe.

Seconde : Construire un cercle tangent à deux droites et passant  
par un point donné.



QUELQUES APPORTS DE LA GEOMETRIE DANS L'APPRENTISSAGE DU RAISONNEMENT  
=====

Faire apparaître déduction comme une machine :

on effectue des entrées  
(données du problème )

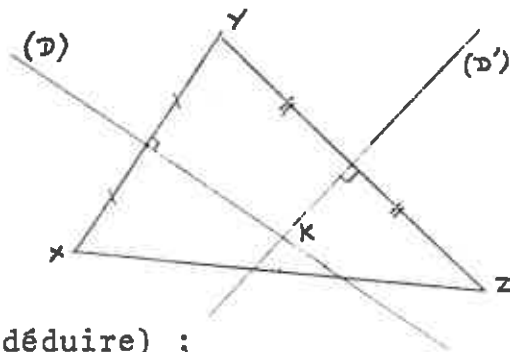
on utilise une fonction  
(règle: **si**...**alors**...)

en sortie  
(nouvelles  
données)

En classe de 5ème :

un exemple de situation :

Montrer que K appartient à la médiatrice de [XZ]



On donne les "Fonctions" (machine à déduire) :

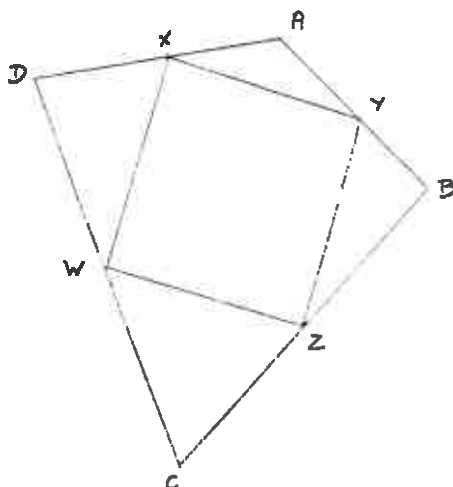
- 1 - **Si** M appartient à la médiatrice de [AB] **alors** MA=MB
- 2 - **Si** A=B et B=C **alors** A=C
- 3 - **Si** MA=MB **alors** M appartient à la médiatrice de [AB]

Il reste à faire fonctionner la machine.

Remarque : Il semble bien tard d'apprendre ce type de raisonnement seulement à partir de la 4ème.

En classe de 4ème : On fournit un énoncé et une démonstration rédigée ; mais la démonstration est découpée en morceaux et il s'agit de la reconstituer

Exemple de situation



- S'habituer à encadrer son raisonnement

	Entrées (données)	Sorties (nouvelles données)	Contrôle	données et machine à déduire (justification)
1	Si X milieu de [AD] Y milieu de [AB]	alors (XY) // (DB)	Vrai (énoncé)	axiome n° ?
2	Si W milieu de [CD] Z milieu de [CB]	alors (WZ) // (DB)	Vrai (énoncé)	axiome....
3	Si (XY) // (DB) (WZ) // (DB)	alors (XY) // (WZ)	Vrai (ligne 1 et 2)	théorème...
.	etc			
.				
.				

- On peut alors supprimer certaines séquences et demander les séquences manquantes (exercice à trous)

- On peut découper toutes les lignes de la démonstration et demander de les remettre dans l'ordre.

LES TRANSFORMATIONS D'UN SOLIDE  
=====

Le tétraèdre est écarté car moins familier.

Le cube est mieux adapté.

Il ne s'agit pas d'en étudier de manière exhaustive toutes les démonstrations.

Etude des rotations à partir d'un cube en carton.

Etude des symétries à partir d'un cube en plexiglass rempli d'eau pour visualiser plans de symétrie.

On peut utiliser un miroir et couper au filicoupeur un cube en polystyrène (mieux que de couper un cube en carton avec des ciseaux)

Bien entendu il est utile de réaliser des dessins pour représenter les situations obtenues.

DISTANCE  
=====

Discussion dans le groupe pour choisir entre distance et orthogonalité.

Le schéma suivant est choisi :

- en 6ème distance de deux points,  
distance d'un point à une droite,  
distance entre deux droites parallèles.
- en 5ème distance d'un point à un plan.
- en 4ème médiatrice avec conservation des distances.
- en 3ème calculs métriques.

6ème : Partir du triangle équilatéral, faire apparaître ses hauteurs.  
Avec 4 triangles équilatéraux construire un tétraèdre.  
Mesurer les hauteurs des faces.

5ème : Mesurer la hauteur d'un tétraèdre.  
Faire comprendre que ce qui est important c'est la hauteur.  
Contrôler avec plusieurs tétraèdres de même base et de même hauteur l'équivalence des volumes.

✓ 3ème : Théorème de Pythagore - calculs de distances

2de : Plan médiateur - Symétrie par rapport à un plan.

## Bilan global :

A en juger par les réponses au questionnaire final, le stage n'a pas été un échec : beaucoup de stagiaires repartent avec l'envie de "faire" de la géométrie dans l'espace et des idées à réinvestir dans leurs classes.

(les filicoupeurs n'auront pas le temps de chômer !)

Le rendez-vous du 25 mai permettra de faire le point sur ce qui aura été réalisé.

Le plus gros reproche adressé aux animateurs porte sur le rythme intensif de ce stage (et dire que nous avons peur de ne pas pouvoir "remplir" les trois journées !)

Si les stagiaires ont apprécié l'équipe d'animation, alors celle-ci tient à les remercier d'avoir tenu le coup et joué le jeu avec autant de dynamisme, et ce malgré la fatigue.

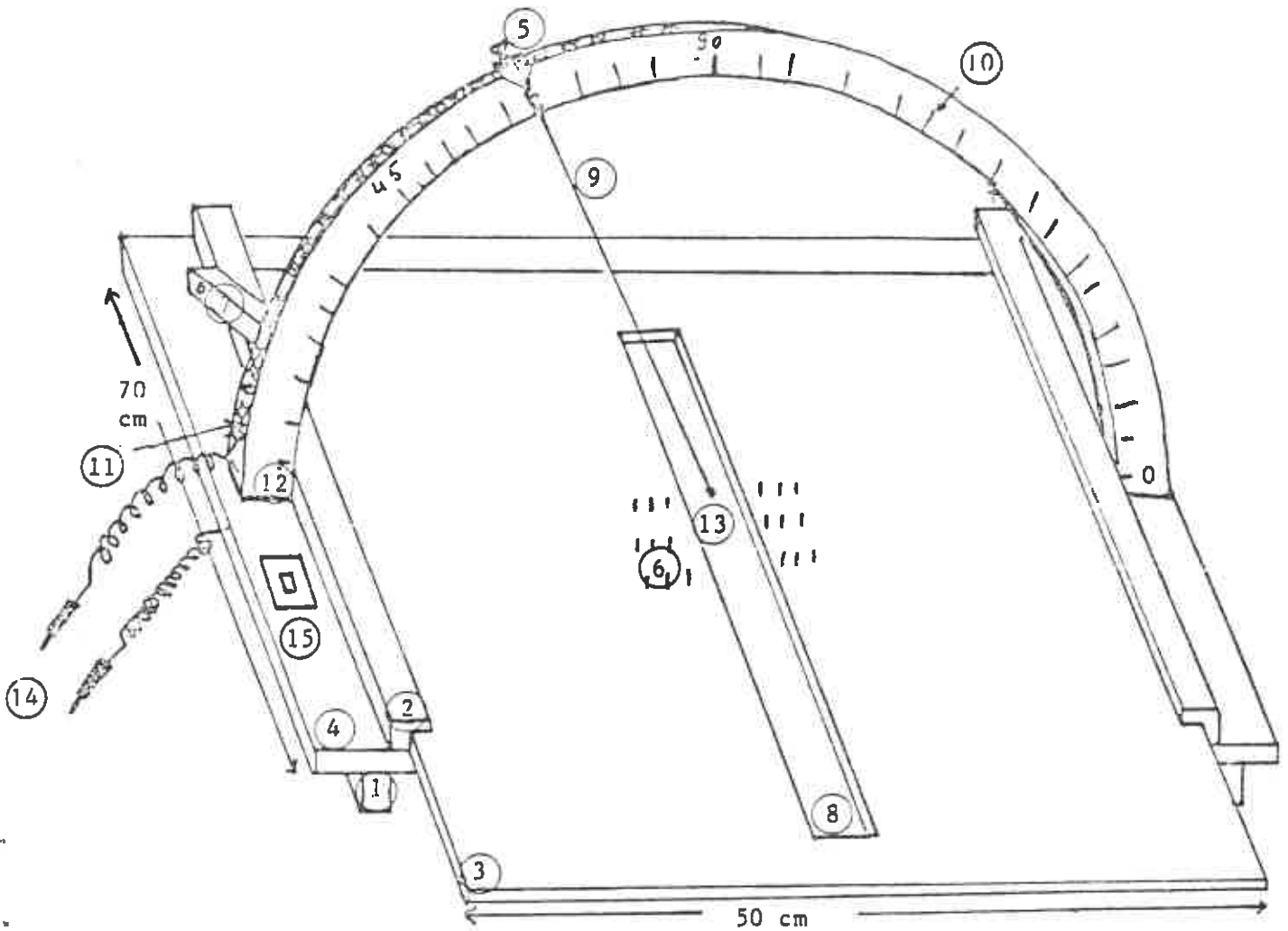
## Prolongements souhaités :

- Autres stages du même type (même sur des sujets plus restreints) mais avec des séquences dans les classes.
- Les notions de problème, de raisonnement, de preuve pourraient constituer un thème de stage futur.
- Autre stage ou quelques journées pour un suivi des projets.

UN FILICOUPEUR A ARCEAU REPLIABLE

D. GAUD  
 IREM de POITIERS

VUE GENERALE



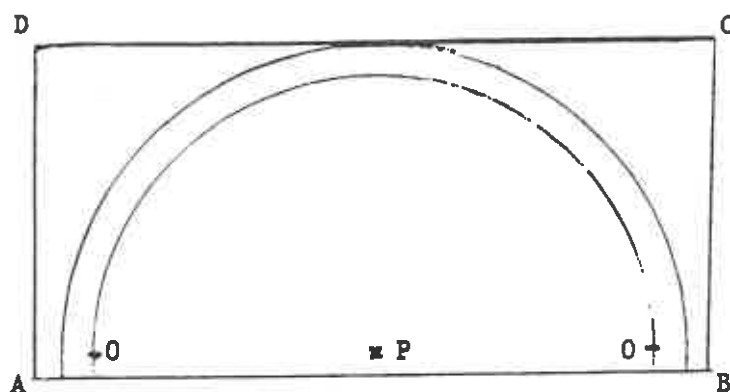
- 1, 2 tasseaux
- 3 plateau (50x80)
- 4 socle
- 5 curseur (en fer)
- 6 pointes
- 7 "bras" de soutien pliable
- 8 évidement
- 9 fil
- 10 graduation
- 11 ruban d'acier vissé sur l'arceau :  
il assure le retour du courant.
- 12 arceau pliable
- 13 point d'attache du fil
- 14 fils d'alimentation
- 15 interrupteur.

Les parties 1, 2, 3 et 4 (tasseaux, socle et chariot) ne présentent aucune difficulté de réalisation. Le socle est fait en aggloméré de 20 mm d'épaisseur, le chariot est en contre plaqué de 5 mm.

#### CONFECTION DE L'ARCEAU :

Les dimensions de l'arceau dépendent des dimensions du socle et du chariot. Si le socle a pour mesures 70 X 70 cm et le chariot 50 X 50 cm, il faut disposer d'une planche de contre-plaqué de 70 cm X 35 cm X 1,5 cm. Pour construire l'arceau, on peut procéder ainsi :

- 1 - Tracer deux demi-cercles de rayons respectifs 33 cm et 28 cm centrés en P.

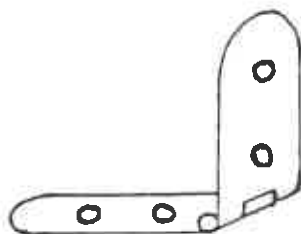


P est situé à 5 mm du bord AB (pour compenser l'épaisseur du chariot) et à égale distance de AD et BC.

- 2 - A l'aide d'un rapporteur gradué (de classe) graduer l'arceau, Les zéros de la graduation sont aussi à 5 mm de AB.
- 3 - Découper l'arceau.
- 4 - Sur l'arceau fixer un ruban métallique qui assurera le retour du courant. Ce ruban peut être des liens d'emballage de gros colis. (Cela porte-t-il un nom ?).

#### ARTICULATION DE L'ARCEAU :

Il suffit de visser sur le socle et les 2 bras de l'arceau deux charnières en vente dans les quincailleries.

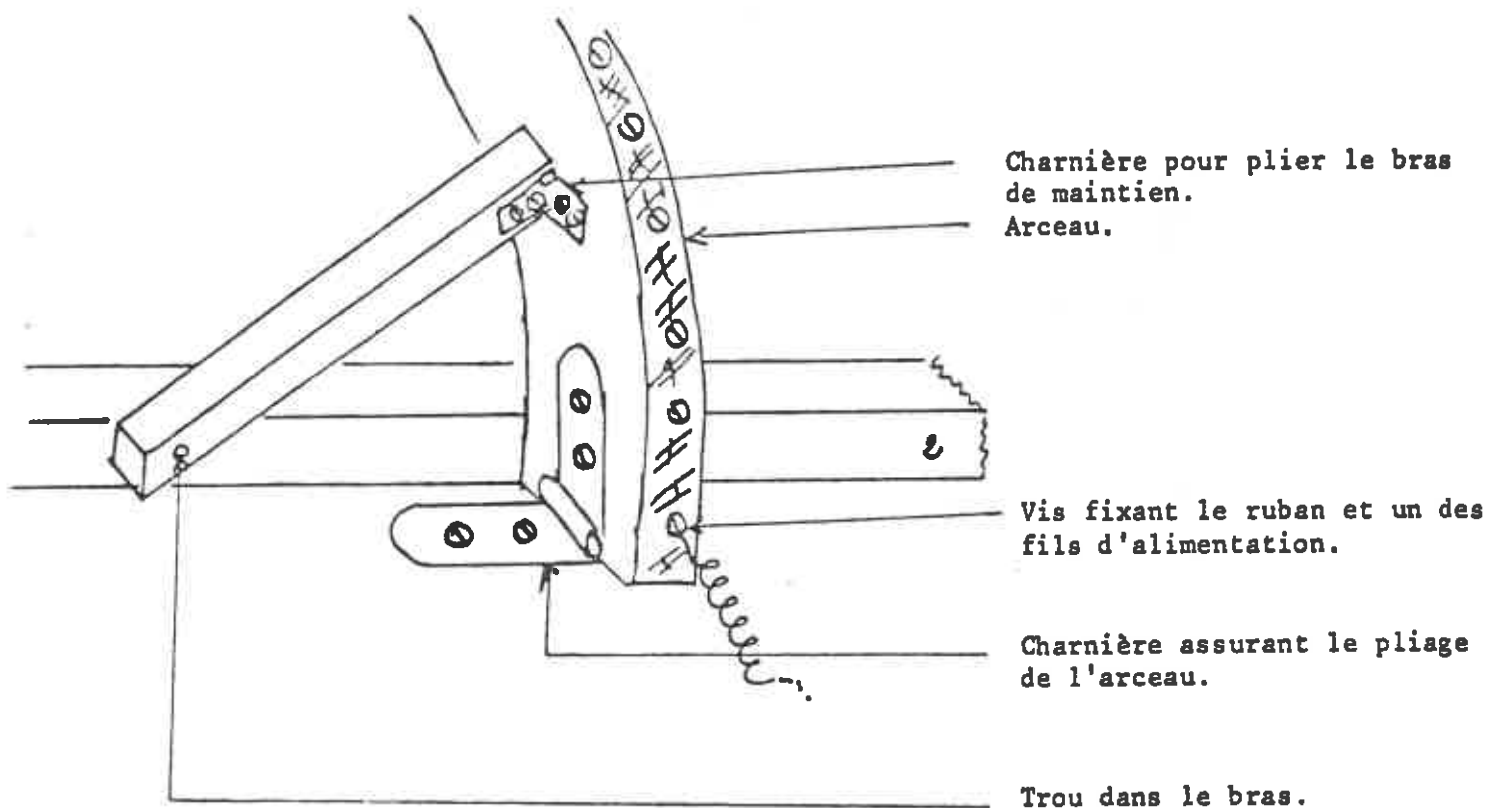


L'arceau peut alors se plier sur le socle, mais son équilibre vertical est précaire.

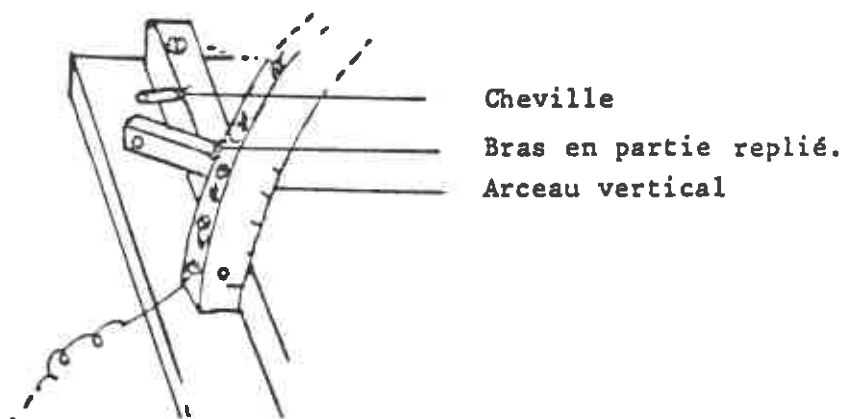


MAINTIEN DE L'ARCEAU (en position verticale)

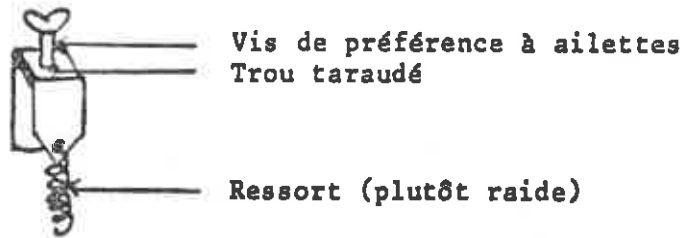
(7) sur la vue générale )



Lorsque l'arceau est vertical, le bras de maintien est amené vers le tasseau 2 où il s'enclenche en force dans une cheville (tourillon) solidaire du tasseau 2 à l'aide du trou prévu à cet égard dans le bras.



LE CURSEUR : Il doit être en métal pour assurer le passage du courant.

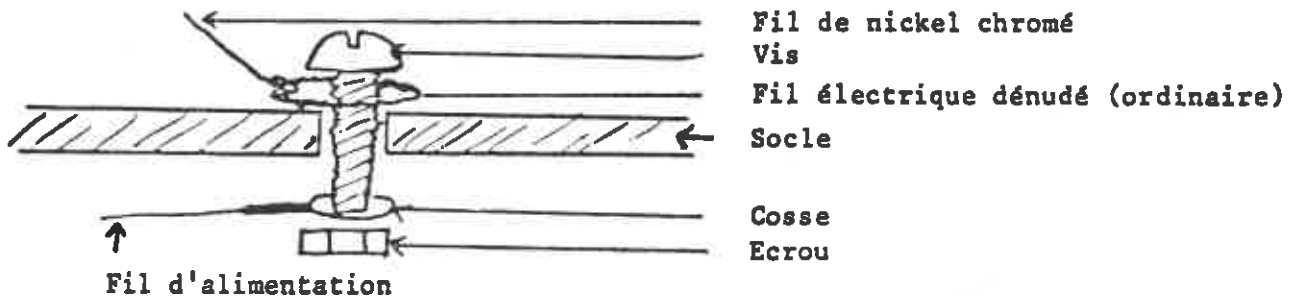


Le ressort et la vis permettent d'avoir le fil toujours tendu.

Remarque : Ce curseur est assez sophistiqué, il nécessite soudure, taraudage. On peut le fabriquer plus simplement à l'aide de pièces de mécano ou d'une équerre en fer (vendue en quincaillerie).

LE POINT D'ATTACHE DU FIL :

Le fil chauffant est en nickel chromé, par conséquent il est cassant. Le point d'attache étant un point de "travail" du fil, il convient de prendre quelques précautions. Voici un montage possible du point d'attache.

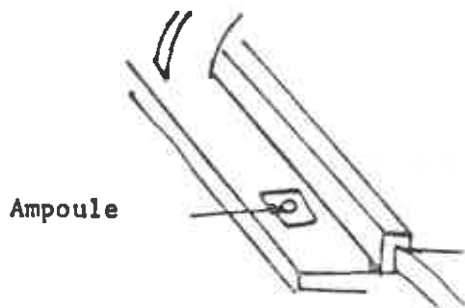


C'est le fil électrique dénudé qui, par ce système, travaille.

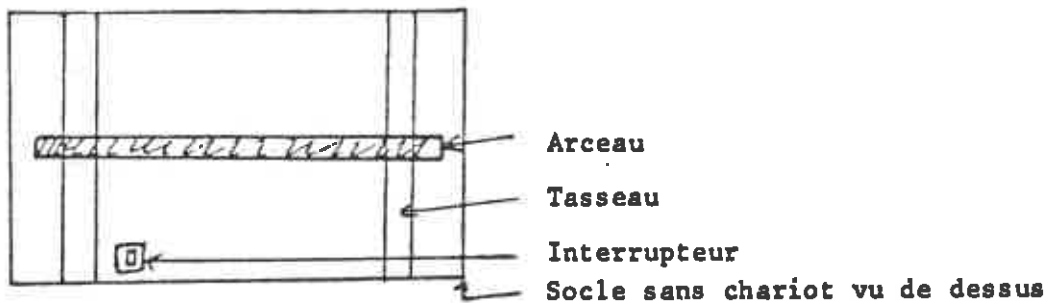
- Ce fil nécessite un transformateur de 6 Volts et de 24 Watts. La partie électrique est très simple (même avec la présence facultative d'un interrupteur).

Ce modèle peut être amélioré par des bricoleurs ; voici deux améliorations :

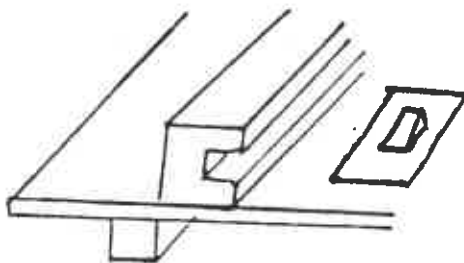
- Présence d'une lampe témoin : cela nécessite un bon choix de la lampe et de monter celle-ci en série avec la résistance. On peut l'encastrer dans le socle et le protéger par un morceau de plexiglas :



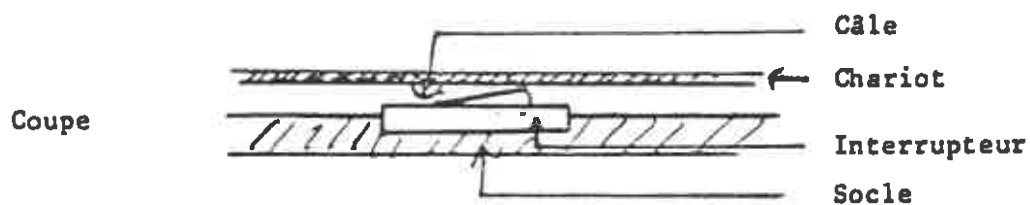
. L'interrupteur peut être incorporé au socle et déclenché par le chariot mis en mouvement. On prend pour cela un interrupteur mural plat que l'on encastre dans le socle sous le chariot.



. On modifie les tasseaux 2 : on crée une feillure de 6 mm de largeur. Dans cette feillure passera le chariot.



. Sous le chariot on colle (à gauche devant) une petite câle en forme de demi cylindre. En avançant le chariot cette câle fait basculer l'interrupteur, idem en reculant.



## LE CHARIOT COULISSANT, UN ORGANE ESSENTIEL =====

GASPARD

J'ai régulièrement vérifié, par l'observation, l'affirmation suivante : chaque fois que quelqu'un prend contact avec le fili-coupeur, il soulève son polystyrène dans ses deux mains et il coupe à la volée, au jugé. Cette assertion est vraie quelque soit l'âge de l'élève, mais elle est vraie aussi si l'utilisateur est un adulte même s'il est professeur de mathématiques. Serait-elle encore vraie pour quelqu'un formé au travail sur machines à bois (en particulier scie à panneaux) ou sur machines à tailler dans le métal ou les matières plastiques (fraiseuse, étou limeur, voir tour ?).

Si l'utilisateur a du goût, une telle manière de procéder permet d'obtenir parfois des objets agréables à regarder. Elle ne permet pas de fabriquer, avec précision, des modèles matériels de configurations de la géométrie.

Pour de telles réalisations, il est déjà plus intéressant de déplacer le bloc de polystyrène en laissant une de ses faces plane (éventuellement, après l'avoir dressée) en contact avec la table. Ce que la fantaisie y perd, est gagné en précision. Dans un tel mouvement, deux degrés de liberté subsistent, coup d'oeil et sûreté du geste gardent une place importante.

En posant le polystyrène sur un chariot coulissant, tel celui décrit par Dominique GAUD dans l'article précédent et en l'empêchant de glisser sur le chariot, il ne reste plus qu'un degré de liberté. Le seul mouvement possible, par rapport à la table (à la loi de temps près), est celui du chariot, c'est-à-dire un mouvement de translation rectiligne. Alors le fil immobile par rapport à la table, du moins dans la plupart des utilisations courantes, découpe un plan dans le polystyrène. L'inclinaison du fil détermine le dièdre du plan de coupe avec le plan en contact avec le chariot.

Le chariot joue un rôle fondamental, la précision du positionnement du polystyrène sur ce chariot doit être fait avec beaucoup de soin. On peut tracer sur le plan du polystyrène, en contact avec le chariot, la ligne droite

que doit suivre le point du fil coupant situé dans le plan du chariot. Dans un article situé un peu plus loin et consacré à ce qu'on peut faire avec un fil-coupeur à angle fixe. Ch. PEROL explique, dessin à l'appui, comment on peut réaliser cette condition. Ce travail est plus facile quand la rainure du chariot est moins large.

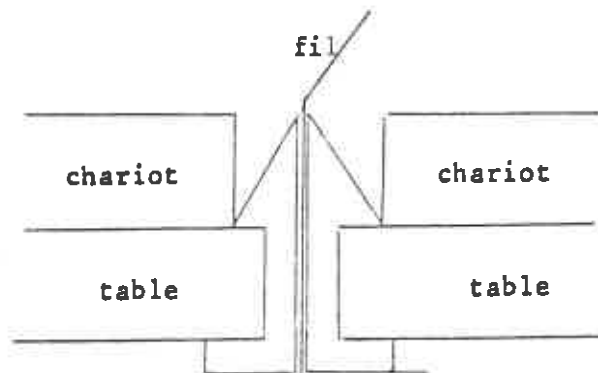
Voilà donc posé le problème de la réalisation de cette rainure. Quelle est sa fonction ? Elle doit laisser le passage du fil. Pour cela elle n'a pas besoin d'être large. Mais le fil doit émerger de la face supérieure du chariot, exactement sur la rainure.

Si l'inclinaison du fil n'est pas réglable c'est facile. Dans l'article cité ci-dessus, Ch. PEROL montre, par son dessin, comment il réalise son chariot en deux morceaux reliés entre eux par deux traverses. Pour avoir une rainure mince et régulière, il suffit, au montage, de réserver sa place à l'aide d'une feuille de carton d'épaisseur convenable.

Si l'inclinaison du fil doit être réglable, le problème est moins simple. Pour les ancêtres à table inclinable ou à jante de bicyclette décrits dans l'historique du matériel, la géométrie de ces machines obligeait le fil à émerger au bon endroit. Mais la rainure du chariot devait être assez large sur la face inférieure pour permettre l'inclinaison de la table ou du fil. Cette largeur définit la plus grande inclinaison réalisable.



Pour les machines nouvelles à arceaux repliables, je propose un système obligeant le fil à émerger à la bonne hauteur. La description de diverses solutions à ce problème pourrait faire l'objet d'une rubrique du numéro prochain.



## ALIMENTATION DU FILICOUPEUR

=====

Ch. PEROL

### LE FIL :

J'utilise un fil au nickel-chromé,  $\emptyset = 0,4$  mm, résistance électrique = 8,52 ohms par mètre.

L'I.R.E.M. de CLERMONT-FD peut vous envoyer une coupe de 4 m. de fil contre 10,00 F. en timbres-poste.

### ALIMENTATION :

J'utilise un transformateur de sonnerie "LEGRAND" , entrée 220 volts, sorties 8 et 12 volts, puissance admise 30 watts.

(Attention : Les transformateurs de sonnette que l'on trouve couramment ont une puissance beaucoup plus petite et très insuffisante pour l'usage qui nous intéresse).

La longueur utile de mon fil est de 26 cm. L'intensité dans le fil est de 3,2 ampères en alimentant par la sortie 8 volts. Ce nombre a été obtenu par un calcul tenant compte des résistances des éléments accessoires du circuit (0,3  $\Omega$ ). L'usage m'a montré qu'il est compatible avec une utilisation du transformateur en périodes de quelques minutes.

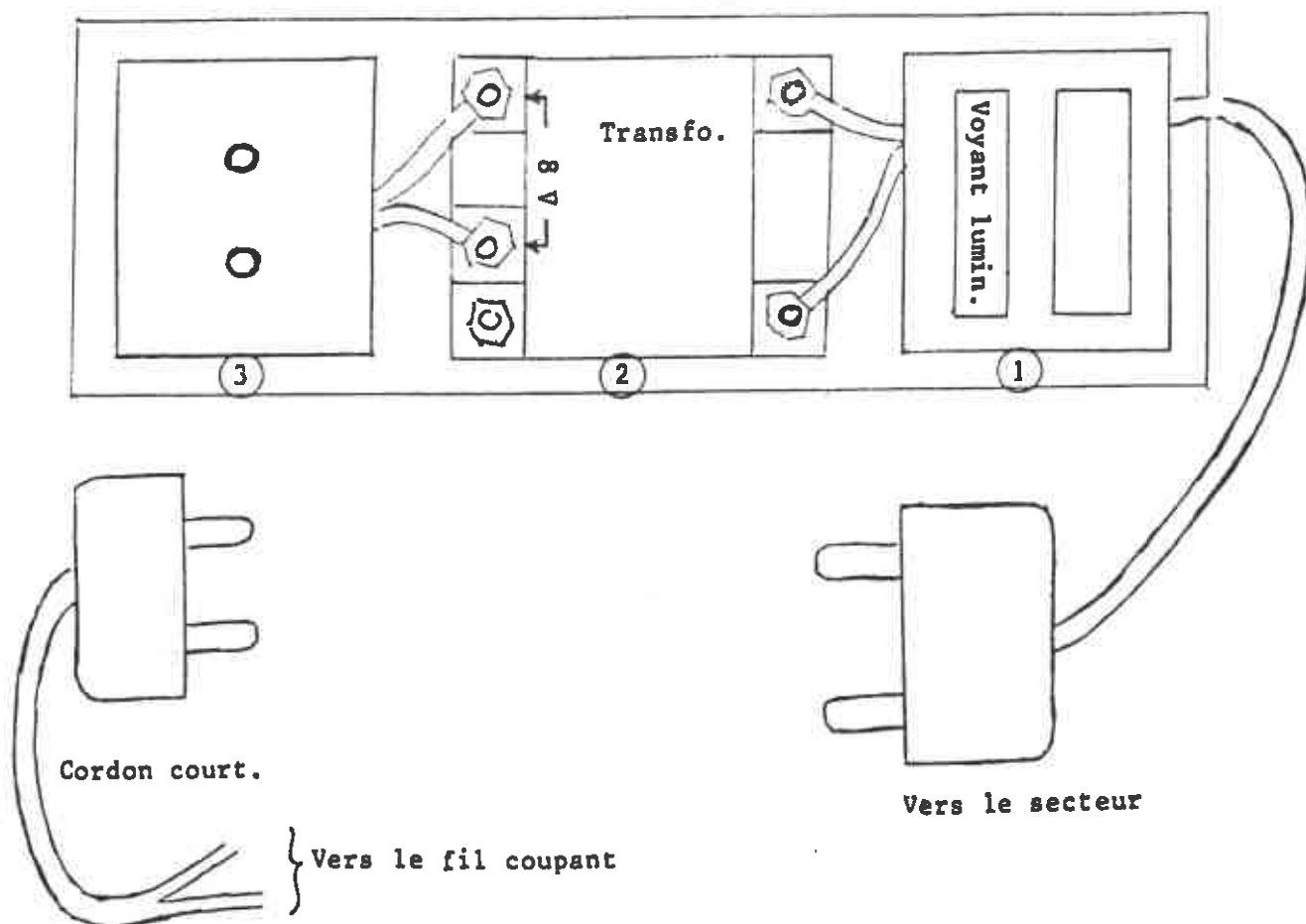
### MON MONTAGE :

J'ai équipé un petit bloc d'alimentation constitué par une planchette sur laquelle sont fixés dans l'ordre :

- 1) Un interrupteur avec voyant lumineux. Il est relié au secteur 220 volts par une prise de courant ordinaire.
- 2) Le transformateur de sonnerie décrit plus haut.
- 3) Une prise de courant, femelle de préférence, avec écartement spécial (si vous réussissez à en trouver, indiquez-nous la filière !) mais à défaut, une prise standard.

Le fil coupant est relié à ③ par un cordon portant la prise mâle correspondante.

L'intérêt d'un écartement spécial serait d'éviter de brancher, par mégarde, directement le cordon du fil coupant sur le secteur. On peut aussi limiter ce petit risque en montant la prise ③ sur un cordon très court.



Notes :

A) LE FIL : Si vous utilisez un fil dont la partie utile est courte, il faut néanmoins que la résistance électrique soit suffisante. Vous pouvez utiliser l'une des solutions suivantes :

- Utiliser du fil de diamètre : 0,2 mm. On en trouve chez ROUGIER et PLE, 13 et 15 Bld des Filles du Calvaire, 75003 PARIS. La résistance électrique est probablement 34  $\Omega$ /m mais attention, la résistance mécanique d'un tel fil est faible.

- On peut aussi augmenter la résistance du circuit en montant en série une résistance supplémentaire. Une telle résistance peut-être constituée par une longueur "inutile" de fil ou par une ampoule d'éclairage de voiture.

B) L'ALIMENTATION : On peut utiliser un transformateur pour pyrogravure ou pour train électrique (vérifier la puissance). Un bloc composé d'un transformateur et d'un réostat est commode. On peut aussi utiliser une batterie d'accumulateurs.







